2006年无锡市初中毕业、高级中等学校招生考试

数　学　试　题

注意事项：

1．本试卷满分130分，考试时间为120分。

2．卷中除要求近似计算的结果取近似值外，其余各题均应给出精确结果。

一、细心填一填(本大题共有13小题，16个空，每空2分，共32分．请把结果直接填在题中的横线上．只要你理解概念，仔细运算，相信你一定会填对的！)

1．－3的绝对值是________，4的算术平方根是________。

2．分解因式：$x^3-4x=$________________．

3．温家宝总理在十届全国人大四次会议上谈到解决关于“三农”问题时说，2006年中央财政用于“三农”的支出将达到33 970 000万元，这个数据用科学记数法可表示为__________万元．

4．函数$y=\dfrac{2}{x+2}$中，自变量x的取值范围是______；函数$y=\sqrt{x-3}$中，自变量x的取值范围是________________。

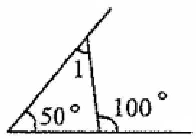
5．点(2，－1)关于x轴的对称点的坐标为__________。

6．函数$y=-\dfrac{3}{x}$的图象经过点(－1，a)，则$a=$______________。

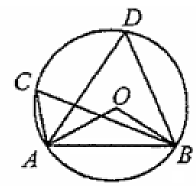
7．如图所示，图中的∠1＝________º．

8．如图，点A、B、C、D在⊙O上，若∠C＝60º，则∠D＝______º，∠O＝________º．

9．若一个多边形的每一个外角都等于40º，则这个多边形的边数是____________。



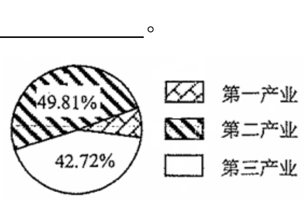
(第7题)



(第8题)

10．在一个不透明的口袋中装有3个红球、1个白球，它们除颜色不相同外，其余均相同．若把它们搅匀后从中任意摸出1个球，则摸到红球的概率是______________。

11．据国家统计局5月23日发布的公告显示，2006年一季度GDP值为43390亿元，其中，第一、第二、第三产业所占比例如图所示。根据图中数据可知，今年一季度第一产业的GDP值约为____________亿元(结果精确到0.01)．



(第11题)

12．已知∠AOB＝30º，C是射线OB上的一点，且OC＝4．若以C为圆心，r为半径的圆与射线OA有两个不同的交点，则r的取值范围是____________。

13．在实数的原有运算法则中我们补充定义新运算“⊕”如下：

当a≥b时，a⊕b＝b^2；当a＜b时，a⊕b＝a．

则当x＝2时，(1⊕x)·x－(3⊕x)的值为_________(“·”和“－”仍为实数运算中的乘号和减号)．

二、精心选一选(本大题共有 7 小题，每小题 3 分，共 21 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确选项前的字母代号填在题后的括号内。只要你掌握概念，认真思考，相信你一定会选对的！)

14．下列各式中，与$\sqrt{3}$是同类根式的是（　　）

A．$\sqrt{18}$　　B．24　　C．$\sqrt{12}$　　D．$\sqrt{9}$

15．如图，O 是原点，实数 a、b、c 在数轴上对应的点分别为 A、B、C，则下列结论错误的是（　　）

A．$a-b>0$　　B．$ab<0$　　C．$a+b<0$　　D．$b(a-c)>0$

16．设一元二次方程 $x^2-2x-4=0$ 的两个实根为 x_1 和 x_2，则下列结论正确的是（　　）

A．$x_1+x_2=2$　　B．$x_1+x_2=-4$　　C．$x_1\cdot x_2=-2$　　D．$x_1\cdot x_2=4$

17．在下面四个图案中，如果不考虑图中的文字和字母，那么不是轴对称图形的是（　　）

18．已知⊙O_1和⊙O_2的半径分别为 2 和 5，圆心距 $O_1O_2=3$，则这两圆的位置关系是（　　）

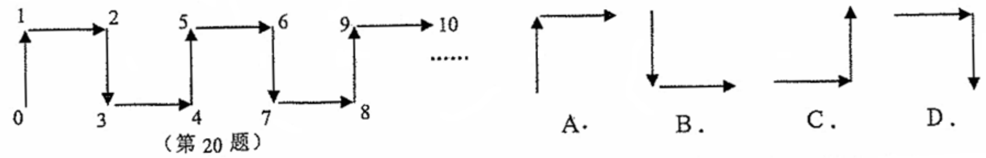
A．相离　　B．外切　　C．相交　　D．内切

19．现有边长相等的正三角形、正方形、正六进形、正八边形形状的地砖，如果选择其中的两钟铺满平整的地面，那么选择的两种地砖形状不能是（　　）

A．正三角形与正方形　　B．正三角形与正六边形

C．正方形与正六边形　　D．正方形与正八边形

20．探索规律：根据下图中箭头指向的规律，从 2004 到 2005 再到 2006，箭头的方向是（　　）



三、认真答一答(本大题共有 8 小题，共 61 分。解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程．只要你积极思考，细心运算，你一定会解答正确的!)

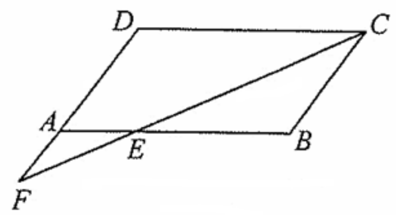
21．(本小题满分 8 分)

(1)计算：$\left|-\sqrt{3}\right|-(\pi-\sqrt{2})^0+\tan 45^\circ$　　(2)解不等式组：$\begin{cases}2x+1<x\\ \dfrac{1-x}{3}\geq 1\end{cases}$

22．(本小题满分 7 分)

已知：如图，▱ABCD 中，∠BCD 的平分线交 AB 于 E，交 DA 的延长线于 F.

求证：AE＝AF.



23．(本小题满分 7 分)

甲、乙两人都想去买一本某种辞典，到书店后，发现书架上只有一本该辞典，于是两人都想把书让给对方先买，为此两人发生了“争执”. 最后两人商定，用掷一枚各面分别标有数字 1，2，3，4 的正四面体骰子来决定谁先买。若甲赢，则乙买；若乙赢，则甲买。具体规则是：“每人各掷一次，若甲掷得的数字比乙大，则甲赢；若甲掷得的数字不比乙大，则乙赢”.

请你用“画树状图”的方法帮他们分析一下，这个规则对甲、乙双方是否公平？

24．(本小题满分 6 分)

(1)如图 1，已知△ABC 中，AB＞AC．试用直尺(不带刻度)和圆规在图 1 中过点 A 作一条直线 l，使点 C 关于直线 l 的对称点在边 AB 上(不要求写作法，也不必说明理由，但要保留作图痕迹).

(2)如图 2，已知格点△ABC，请在图 2 中分别画出与△ABC 相似的格点$\triangle A_1B_1C_1$和格点$\triangle A_2B_2C_2$，并使$\triangle A_1B_1C_1$与△ABC 的相似比等于 2，而 $A_2B_2C_2$与△ABC 的相似比等于$\sqrt{5}$。(说明：顶点都在网格线交点处的三角形叫做格点三角形．友情提示：请在画出的三角形的项点处标上相对应的字母！)

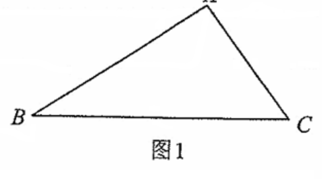


图1

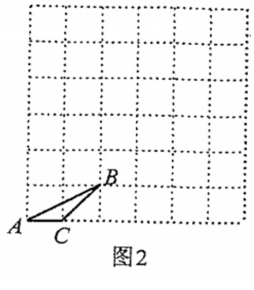


图2

25．(本小题满分 8 分)

姚明是我国著名的篮球运动员，他在 2005－2006 赛季 NBA 常规赛中表现非常优异．下面是他在这个赛季中，分期与“超音速队”和“快船队”各四场比赛中的技术统计．

场次	对阵超音速			对阵快船		
	得分	篮板	失误	得分	篮板	失误
第一场	22	10	2	25	17	2
第二场	29	10	2	29	15	0
第三场	24	14	2	17	12	4
第四场	26	10	5	22	7	2

(1)请分别计算姚明在对阵“超音速”和“快船”两队的各四场比赛中，平均每场得多少分?

(2)请你从得分的角度分析，姚明在与“超音速”和“快船”的比赛中，对阵哪一个队的发挥更稳定?

(3)如果规定“综合得分”为：平均每场得分×1＋平均每场篮板×1．5 十平均每场失误×(－1.5)，且综合得分越高表现越好，那么请你利用这种评价方法，来比较姚明在分别与“超音速”和“快船”的各四场比赛中，对阵哪一个队表现更好?

26．(本小题满分 7 分)

一商场计划到计算器生产厂家购进一批 A、B 两种型号的计算器．经过商谈，A 型计算器单价为 50 元，100 只起售，超过 100 只的超过部分，每只优惠 20%；B 型计算器单价为 22 元，150 只起售，超过 150 只的超过部分，每只优惠 2 元．如果商家计划购进计算器的总量既不少于 700 只，又不多于 800 只，且分别用于购买 A、B 这两种型号的计算器的金额相等，那么该商场至少需要准备多少资金?

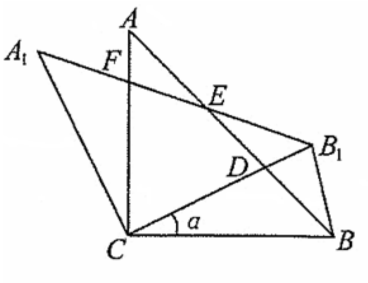
27．(本小题满分 9 分)

如图，△ABC 中，∠ACB＝90º，AC＝BC＝1，将△ABC 绕点 C 逆时针旋转角 α 。(0º＜α＜90º)得到$\triangle A_1B_1C_1$，连结 BB1.设 CB_1 交 AB 于 D，A_1B_1 分别交 AB、AC 于 E、F.

(1)在图中不再添加其它任何线段的情况下，请你找出一对全等的三角形，并加以证明($\triangle ABC$ 与$\triangle A_1B_1C_1$ 全等除外)；

(2)当$\triangle BB_1D$ 是等腰三角形时，求 α；

(3)当 α ＝60º 时，求 BD 的长.



28．(本小题满分 9 分)

已知抛物线 $y＝ax^2＋bx＋c(a＞0)$的顶点是 C(0，1)，直线 l：y＝－ax＋3 与这条抛物线交于 P、Q 两点，与 x 轴、y 轴分别交于点 M 和 N.

(1)设点 P 到 x 轴的距离为 2，试求直线 l 的函数关系式；

(2)若线段 MP 与 PN 的长度之比为 3:1，试求抛物线的函数关系式。

四、实践与探索(本大题共有 2 小题，满分 16 分，只要你开动脑筋，大胆实践，勇于探索，你一定会成功！)

29．(本小题满分 7 分)

图 1 是“口子窖”酒的一个由铁皮制成的包装底盒，它是一个无盖的六棱柱形状的盒子(如图 2)，侧面是矩形或正方形．经测量，底面六边形有三条边的长是 9cm，有三条边的长是 3cm，每个内角都是 120°，该六棱校的高为 3cm。现沿它的侧棱剪开展平，得到如图 3 的平面展开图．

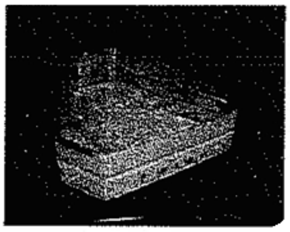


图1

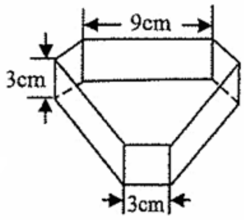


图2

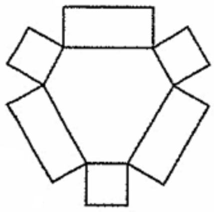


图3

(1)制作这种底盒时,可以按图 4 中虚线裁剪出如图 3 的模片．现有一块长为 17.5cm、宽为 16.5cm 的长方形铁皮,请问能否按图 4 的裁剪方法制作这样的无盖底盒?并请你说明理由；

(2)如果用一块正三角形铁皮按图 5 中虚线裁剪出如图 3 的模片，那么这个正三角形的边长至少应为____________________cm。

(说明：以上裁剪均不计接缝处损耗．)

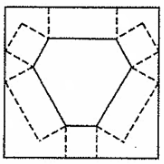


图4

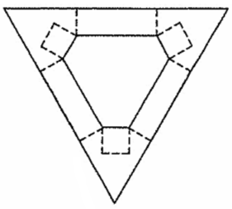


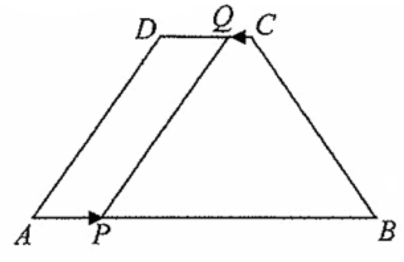
图5

30.(本小题满分 9 分)

如图，在等腰梯形 ABCD 中，AB∥DC，AB＝8cm，CD＝2cm，AD＝6cm．点 P 从点 A 出发，以 2cm/s 的速度沿 AB 向终点 B 运动；点 Q 从点 C 出发，以 1cm/s 的速度沿 CD、DA 向终点 A 运动(P、Q 两点中，有一个点运动到终点时，所有运动即终止)．设 P、Q 同时出发并运动了 t 秒.

(1)当 PQ 将梯形 ABCD 分成两个直角梯形时，求 t 的值;

(2)试问是否存在这样的 t，使四边形 PBCQ 的面积是梯形 ABCD 面积的一半?若存在，求出这样的 t 的值，若不存在，请说明理由。



2006年无锡市初中毕业 高级中等学校招生考试

数学试题参考答案及评分说明

一、细心填一填(本大题共有 13 小题,16 个空,每空 2 分,共 32 分)

1. 3,2　2. $x(x+2)(x-2)$　3. 3.397×10^7　4. $x\neq-2$, $x\geqslant3$　5. (2,1)　6. 3　7. 50

8. 60,120　9. 9　10. $\frac{3}{4}$　11. 3241.23　12. $2<r\leqslant4$　13. -2

二、精心选一选(本大题共有 7 小题,每小题 3 分,共 21 分)

14. C　15. B　16. A　17. B　18. D　19. C　20. A

三、认真答一答(本大题共有 8 小题,共 61 分)

21. 解:(1) 原式 $=\sqrt{3}-1+1=\sqrt{3}$. ………………………………(4 分)

(2) 由 $2x+1<x$,得 $x<-1$. ………………………………(1 分)

由 $\frac{1-x}{3}\geqslant1$,得 $x\leqslant-2$. ………………………………(3 分)

∴ 不等式组的解集是 $x\leqslant-2$. ………………………………(4 分)

22. 证明:在平行四边形 $ABCD$ 中,$AB\parallel DC$,$AD\parallel BC$, ………………………………(1 分)

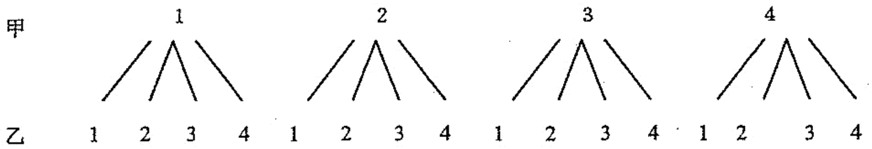
∴$\angle AEF=\angle DCE$,$\angle F=\angle BCE$. ………………………………(3 分)

∵CE 平分 $\angle DCB$,∴$\angle DCE=\angle BCE$, ………………………………(5 分)

∴$\angle F=\angle AEF$, ………………………………(6 分)

∴$AE=AF$. ………………………………(7 分)

23. 解:树状图如下:



… (4 分)

P(甲赢)$=\frac{3}{8}$; ………………………………(5 分)

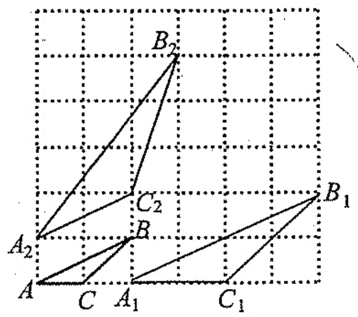
P(乙赢)$=\frac{5}{8}$. ………………………………(6 分)

∵P(甲赢)$<P$(乙赢),∴这个规则对甲、乙双方不公平. ………………………………(7 分)

24. 本题每画对一个图得 2 分.

(1) l 即为$\angle BAC$ 的平分线所在的直线. 图略

(2) 如图(所作图形只需符合题意即可)



25. 解:(1) 姚明在对阵"超音速"队的四场比赛中,平均每场得分为 $\bar{x}_1=25.25$, ……(1 分)

姚明在对阵"快船"队的四场比赛中,平均每场得分为 $\bar{x}_2=23.25$. ………(2 分)

(2) 姚明在对阵“超音速”队的四场比赛中得分的方差为 $s_1^2=6.6875$，…………… (3 分)

姚明在对阵“快船”队的四场比赛中得分的方差为 $s_2^2=19.1875$. ……… (4 分)

$\because s_1^2<s_2^2$，$\therefore$ 姚明在对阵“超音速”的比赛中发挥更稳定. ……………………… (5 分)

(3) 姚明在对阵“超音速”队的四场比赛中的综合得分为

$p_1=25.25+11\times1.5+\dfrac{11}{4}\times(-1.5)=37.625$，………………………………… (6 分)

姚明在对阵“快船”队的四场比赛中的综合得分为

$p_2=23.25+\dfrac{51}{4}\times1.5+2\times(-1.5)=39.375$，……………………………………… (7 分)

$\because p_1<p_2$，$\therefore$ 姚明在对阵“快船”队的比赛中表现更好. ……………………………… (8 分)

26. 解：设购买 A 型计算器 x 只，B 型计算器 y 只，则

$\begin{cases}100\times50+(x-100)\times50\times(1-20\%)=150\times22+(y-150)\times(22-2),\\700\leqslant x+y\leqslant800,\end{cases}$ … (3 分)

$\begin{cases}y=2x+35,\\700\leqslant x+y\leqslant800,\end{cases}$

解得 $\dfrac{665}{3}\leqslant x\leqslant255$. ………………………………………………………………… (4 分)

设所需资金为 P 元，则 $P=2[100\times50+(x-100)\times50\times(1-20\%)]$

$=80x+2000$. ……………………………………………… (5 分)

因为 x 为整数，且 P 随 x 的增大而增大，所以当 $x=222$ 时，P 的最小值为 19760.

答：该商场至少需要准备资金 19760 元. ……………………………………………… (7 分)

27. 解：(1) 全等的三角形有：$\triangle CBD\cong\triangle CA_1F$ 或 $\triangle AEF\cong\triangle B_1ED$ 或 $\triangle ACD\cong\triangle B_1CF$ 等.(只需写出一个即可) ……………………………………………………………… (1 分)

以证 $\triangle CBD\cong\triangle CA_1F$ 为例：

证明：$\because\angle ACB_1+\angle A_1CF=\angle ACB_1+\angle BCD=90^\circ$，$\therefore\angle A_1CF=\angle BCD$.

$\because A_1C=BC$，$\therefore\angle A_1=\angle CBD=45^\circ$，

$\therefore\triangle CBD\cong\triangle CA_1F$. ……………………………………………………………… (3 分)

(2) 在 $\triangle CBB_1$ 中，$\because CB=CB_1$，$\therefore\angle CBB_1=\angle CB_1B=\dfrac{1}{2}(180^\circ-\alpha)$，

又 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$\therefore\angle ABC=45^\circ$. ……………………………………… (4 分)

① 若 $B_1B=B_1D$，则 $\angle B_1DB=\angle B_1BD$，$\because\angle B_1DB=45^\circ+\alpha$，

$\angle B_1BD=\angle CBB_1-45^\circ=\dfrac{1}{2}(180^\circ-\alpha)-45^\circ=45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}$，

$\therefore45^\circ+\alpha=45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}$，$\therefore\alpha=0^\circ$(舍去).

② $\because\angle BB_1C=\angle B_1BC>\angle B_1BD$，$\therefore BD>B_1D$，即 $BD\neq B_1D$. …………… (5 分)

③ 若 $BB_1=BD$，则 $\angle BDB_1=\angle BB_1D$，即 $45^\circ+\alpha=\dfrac{1}{2}(180^\circ-\alpha)$，$\alpha=30^\circ$. … (6 分)

由①②③可知，当 $\triangle BB_1D$ 为等腰三角形时，$\alpha=30^\circ$. ……………………… (7 分)

(3) 作 $DG\perp BC$ 于 G，设 $CG=x$.

在 $Rt\triangle CDG$ 中，$\angle DCG=\alpha=60^\circ$，$\therefore DG=x\tan60^\circ=\sqrt{3}x$.

在 $Rt\triangle DGB$ 中，$\angle DBG=45^\circ$，$\therefore BG=GD=\sqrt{3}x$.

∵$AC=BC=1$，∴$x+\sqrt{3}x=1$，…………………………………………………………………………（8 分）

$x=\frac{1}{1+\sqrt{3}}=\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)$，∴$DB=\sqrt{2}BG=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$. ………………………………………（9 分）

28. 解：(1). ∵抛物线的顶点是 $C(0,1)$，∴$b=0$，$c=1$，∴$y=ax^2+1$. ………………（1 分）

如图 1，∵$a>0$，直线 l 过点 $N(0,3)$，

∴M 点在 x 轴正半轴上.

∵点 P 到 x 轴的距离为 2，即点 P 的纵坐标为 2.

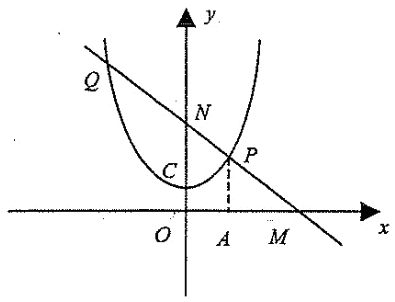
把 $y=2$ 代入 $y=-ax+3$ 得，$x=\frac{1}{a}$，

∴P 点坐标为$(\frac{1}{a},2)$. …………………………（2 分）

∵直线与抛物线交于点 P，

∴点 P 在 $y=ax^2+1$ 上，∴$2=a\cdot\left(\frac{1}{a}\right)^2+1$，

∴$a=1$.



(图1)

∴直线 l 的函数关系式为 $y=-x+3$. ……………………………………………………（3 分）

(2) 如图 2，若点 P 在 y 轴的右边，记为 P_1. 过点 P_1 作 $P_1A\perp x$ 轴于 A，

∵$\angle P_1MA=\angle NMO$，∴$\mathrm{Rt}\triangle MP_1A\backsim\mathrm{Rt}\triangle MNO$，∴$\frac{P_1A}{ON}=\frac{MP_1}{MN}$.

∵$\frac{MP_1}{P_1N}=\frac{3}{1}$，∴$MP_1=3P_1N$，$MN=MP_1+P_1N=4P_1N$，∴$\frac{MP_1}{MN}=\frac{3}{4}$，即$\frac{P_1A}{ON}=\frac{3}{4}$，

∵$ON=3$，∴$P_1A=\frac{9}{4}$，即点 P_1 的纵坐标为$\frac{9}{4}$.

把 $y=\frac{9}{4}$代入 $y=-ax+3$，得 $x=\frac{3}{4a}$，

∴点 P_1 的坐标为$(\frac{3}{4a},\frac{9}{4})$. ………………………………………………………（4 分）

又∵点 P_1 是直线 l 与抛物线的交点．∴点 P_1 在抛物线 $y=ax^2+1$ 上，

∴$\frac{9}{4}=a\cdot(\frac{3}{4a})^2+1$，………………………（5 分）

∴$a=\frac{9}{20}$.

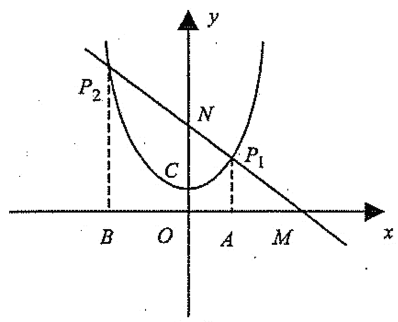
∴抛物线的函数关系式为 $y=\frac{9}{20}x^2+1$. …（6 分）

如图 2，若点 P 在 y 轴的左边，记为 P_2. 作 $P_2B\perp x$ 轴于 B，

∵$\angle P_2MB=\angle NMO$，∴$\mathrm{Rt}\triangle MP_2B\backsim\mathrm{Rt}\triangle MNO$，

∴$\frac{P_2B}{ON}=\frac{MP_2}{MN}$. ∵$\frac{MP_2}{P_2N}=\frac{3}{1}$，∴$MP_2=3P_2N$，$MN$

$=MP_2-P_2N=2P_2N$，∴$\frac{MP_2}{MN}=\frac{3}{2}$，即$\frac{P_2B}{ON}=\frac{3}{2}$.



(图2)

∵$ON=3$，∴$P_2B=\frac{9}{2}$，即点 P_2 的纵坐标为$\frac{9}{2}$.

由 P_2 在直线 l 上可求得 $P_2(-\frac{3}{2a},\frac{9}{2})$，…………………………………………（7 分）

又 ∵P_2 在抛物线上，∴ $\frac{9}{2}=a\cdot(-\frac{3}{2a})^2+1$，∴$a=\frac{9}{14}$.

∴ 抛物线的函数关系式为 $y=\frac{9}{14}x^2+1$. ……………………………………………（9 分）

四、实践与探索(本大题共有 2 小题,共 16 分)

29. (1) 能.

理由:由题设可知,图 4 中长方形的宽为 $6\sqrt{3}+6<16.5$. ………………………… (2 分)

长方形的长为 $12+3\sqrt{3}<17.5$.

故长为 17.5cm、宽为 16.5cm 的长方形铁皮,能按图 4 的裁剪方法制作这样的无盖底盒. ……………………………………………………………………………… (4 分)

(2) $6\sqrt{3}+15$. …………………………………………………………………… (7 分)

30. 解:(1)过 D 作 $DE\perp AB$ 于 E,过 C 作 $CF\perp AB$ 于 F,如图 1.

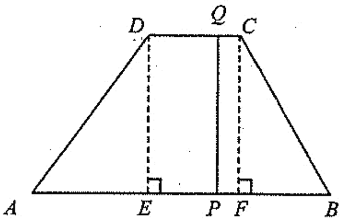


图1

∵$ABCD$ 是等腰梯形,∴四边形 $CDEF$ 是矩形,∴$DE=CF$. …………………………………… (1 分)

又∵$AD=BC$,∴$Rt\triangle ADE\cong Rt\triangle BCF$,$AE=BF$.

又 $CD=2cm$,$AB=8cm$,∴$EF=CD=2cm$,

$AE=BF=\frac{1}{2}(8-2)=3(cm)$. ……………… (2 分)

若四边形 $APQD$ 是直角梯形,则四边形 $DEPQ$ 为矩形.

∵$CQ=t$,∴$DQ=EP=2-t$,

∵$AP=AE+EP$,∴$2t=3+2-t$,∴$t=\frac{5}{3}$. …………………………………… (3 分)

(2) 在 $Rt\triangle ADE$ 中,$DE=\sqrt{36-9}=3\sqrt{3}(cm)$,

$S_{梯形ABCD}=\frac{1}{2}(8+2)\times 3\sqrt{3}=15\sqrt{3}(cm^2)$. …… (4 分)

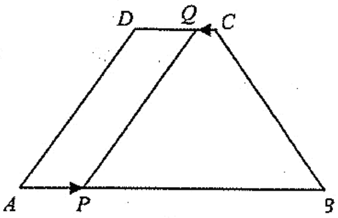


图2

当 $S_{四边形PBCQ}=\frac{1}{2}S_{梯形ABCD}$ 时,

① 如图 2,若点 Q 在 CD 上,即 $0\leqslant t\leqslant 2$,

则 $CQ=t$,$BP=8-2t$.

$S_{四边形PBCQ}=\frac{1}{2}(t+8-2t)\times 3\sqrt{3}=\frac{15\sqrt{3}}{2}$,……… (5 分)

解之得 $t=3$(舍去). ……………………………………………………………… (6 分)

② 如图 3,若点 Q 在 AD 上,即 $2<t\leqslant 4$.

过点 Q 作 $HG\perp AB$ 于 G,交 CD 的延长线于 H.

由图 1 知,$\sin\angle ADE=\frac{AE}{AD}=\frac{1}{2}$,

∴$\angle ADE=30°$,则$\angle A=60°$.

在 $Rt\triangle AQG$ 中,$AQ=8-t$,$QG=AQ\cdot\sin 60°=\frac{\sqrt{3}(8-t)}{2}$,在 $Rt\triangle QDH$ 中,$\angle QDH=60°$,$DQ=t-2$,

$QH=DQ\cdot\sin 60°=\frac{\sqrt{3}(t-2)}{2}$. ………………… (7 分)

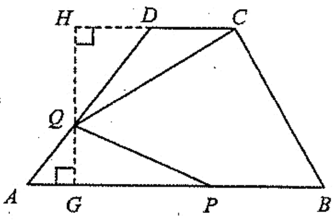


图3

由题意知,$S_{四边形PBCQ}=S_{\triangle APQ}+S_{\triangle CDQ}=\frac{1}{2}\times 2t\times\frac{\sqrt{3}(8-t)}{2}+\frac{1}{2}\times 2\times\frac{\sqrt{3}(t-2)}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{2}$,

即 $t^2-9t+17=0$,解之得 $t_1=\frac{9+\sqrt{13}}{2}$(不合题意,舍去),$t_2=\frac{9-\sqrt{13}}{2}$. …… (8 分)

答:存在 $t=\frac{9-\sqrt{13}}{2}$,使四边形 $PBCQ$ 的面积是梯形 $ABCD$ 面积的一半. … (9 分)