2014年山东省济宁市中考模拟数学

一、选择题(各小题的四个选项中，只有一项符合题意，每小题3分，共30分)

1.(3分) $(\frac{1}{\pi})^0$的相反数等于(　　)

A. 1

B. -1

C. 0

D. $-\frac{1}{\pi}$

解析：$(\frac{1}{\pi})^0=1$，1的相反数是-1.

答案：B.

2.(3分)下列运算正确的是(　　)

A. $x^2+x^3=x^5$

B. $(x+y)^2=x^2+y^2$

C. $x^2\bullet x^3=x^6$

D. $(x^2)^3=x^6$

解析：A、$x^2+x^3\neq x^5$，故本选项错误；

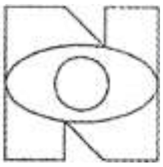
B、$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$，故本选项错误；

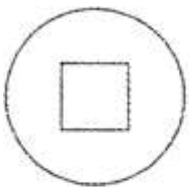
C、$x^2\bullet x^3=x^5$，故本选项错误；

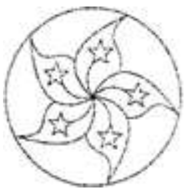
D、$(x^2)^3=x^6$，故本选项正确.

答案：D.

3.(3分)在图中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是(　　)

A. 

B. 

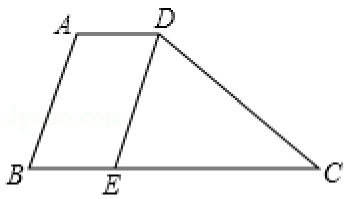
C. 


D.

解析：A、此图形是中心对称图形，不是轴对称图形，故此选项错误；
B、此图形是中心对称图形，也是轴对称图形，故此选项正确；
C、此图形不是中心对称图形，也不是轴对称图形，故此选项正确；
D、此图形不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项错误.
答案：B.

4.(3 分)若直线 y=2x+3 与 y=3x-2b 相交于 x 轴上，则 b 的值是(　　)
A.　b=-3
B.　$b=-\frac{3}{2}$
C.　$b=-\frac{9}{4}$
D.　b=6
解析：∵直线 y=2x+3 与直线 y=3x-2b 相交于 x 轴上，
∴2x+3=0，$x=-\frac{3}{2}$,
∴两直线的交点坐标为$(-\frac{3}{2}, 0)$，
把此点坐标代入直线 y=3x-2b 得，$-\frac{3}{2}\times 3-2b=0$,
∴$b=-\frac{9}{4}$.
答案：C.

5.(3 分)如图，在梯形 ABCD 中，AD∥BC，∠B=70°，∠C=40°，DE∥AB 交 BC 于点 E.若 AD=3，BC=10，则 CD 的长是(　　)

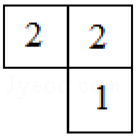


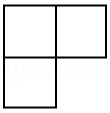
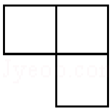
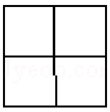
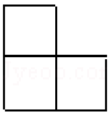
A.　7
B.　10
C.　13
D.　14
解析：∵DE∥AB，∠B=70°，
∴∠DEC=∠B=70°.
又∵∠C=40°，
∴∠CDE=70°.

∴CD=CE.
∵AD∥BC，DE∥AB，
∴四边形 ABED 是平行四边形.
∴BE=AD=3.
∴CD=CE=BC-BE=BC-AD=10-3=7.
答案：A.

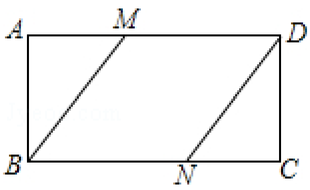
6.(3 分)关于 x 的一元二次方程$(a-1)x^2-2x+3=0$有实数根，则整数 a 的最大值是(　　)
A.　2
B.　1
C.　0
D.　-1
解析：根据题意得：$\triangle=4-12(a-1)\geqslant 0$，且$a-1\neq 0$，
解得：$a\leqslant\frac{4}{3}$，$a\neq 1$，
则整数 a 的最大值为 0.
答案：C.

7.(3 分)如图是 5 块小立方块所搭成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示该位置小立方块的个数，其主视图是(　　)



A. 
B. 
C. 
D. 
解析：综合三视图，这个几何体中，根据各层小正方体的个数可得：主视图有两列：左边一列 2 个，右边一列 2 个.
答案：C.

8.(3 分)如图，在矩形 ABCD 中，AD=2AB，点 M、N 分别在边 AD、BC 上，连接 BM、DN.若四边形 MBND 是菱形，则$\frac{AM}{MD}$等于(　　)



A. $\frac{3}{8}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

解析：∵四边形 MBND 是菱形，

∴MD=MB.

∵四边形 ABCD 是矩形，

∴∠A=90°．

设 AB=x，AM=y，则 MB=2x−y，(x、y 均为正数).

在 Rt△ABM 中，$AB^2+AM^2=BM^2$，即 $x^2+y^2=(2x-y)^2$，

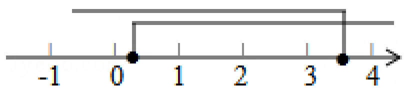
解得 $x=\frac{4}{3}y$，

∴$MD=MB=2x-y=\frac{5}{3}y$，

∴$\frac{AM}{MD}=\frac{y}{\frac{5}{3}y}=\frac{3}{5}$.

答案：C.

9.(3 分)如图，如果不等式组$\begin{cases}4x-a\geqslant 0\\3x-b<0\end{cases}$的整数解仅为 1，2，3，那么适合这个不等式组的整数 a，b 的有序数对(a，b)共有(　　)



A.　12 个

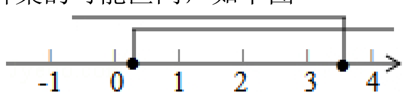
B.　9 个

C.　16 个

D.　6 个

解析：由原不等式组可得：$\frac{a}{4}\leqslant x<\frac{b}{3}$.

在数轴上画出这个不等式组解集的可能区间，如下图



根据数轴可得：$0<\frac{a}{4}\leq 1$，$3<\frac{b}{3}\leq 4$.

由 $0<\frac{a}{4}\leq 1$，得 $0<a\leq 4$，

∴a=1，2，3，4，共 4 个.

由 $3<\frac{b}{3}\leq 4$ 得 $9<b\leq 12$，

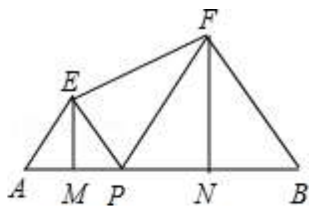
∴b=10，11，12，共 3 个.

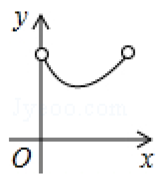
4×3=12(个).

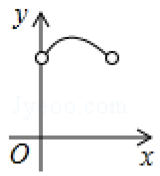
故适合这个不等式组的整数 a，b 的有序数对(a，b)共有 12 个.

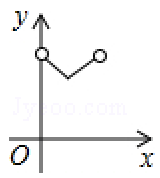
答案：A.

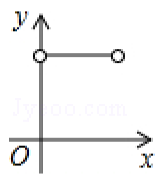
10.(3 分)如图，线段 AB 的长为 1，点 P 为线段 AB 上的一个动点(P 不与 A，B 重合)，以 AP，BP 为边在线段 AB 的同侧作正三角形 AEP 与正三角形 BFP.过 E 作 EM⊥AP 于点 M，过 F 作 FN⊥BP 于点 N.连接 EF.设 AP 的长度为 x，四边形 EMNF 的面积为 y，则能表示 y 与 x 之间函数关系的大致图象是(　　)



A. 

B. 

C. 

D. 

解析：∵AB=1，AP=x，

∴PB=1-x，

∵△AEP 与△BFP 都是正三角形，EM⊥AP，FN⊥BP，

$\therefore EM=\frac{\sqrt{3}}{2}x$、$MP=\frac{1}{2}x$、$FN=\frac{\sqrt{3}}{2}(1-x)$、$PN=\frac{1}{2}(1-x)$，

$\therefore MN=MP+PN=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(1-x)=\frac{1}{2}$,

∴四边形 EMNF 的面积为 $y=\frac{1}{2}[\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{2}(1-x)]\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{8}$，为定值，

纵观各选项，只有 D 选项图形符合.

答案：D.

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

11.(3 分)若代数式$-4x^6y^{3n-1}$与 $x^{2m}y$ 是同类项，则 mn 的值为____.

解析：由题意得，

$$\begin{cases}2m=6\\3n-1=1\end{cases}$$

解得$\begin{cases}m=3\\n=\frac{2}{3}\end{cases}$

$mn=3\times\frac{2}{3}=2$，

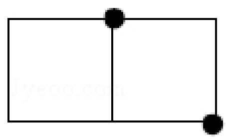
答案：2.

12.(3 分) $6\tan45°-2\cos60°=$____.

解析：原式$=6\times1-2\times\frac{1}{2}=5$.

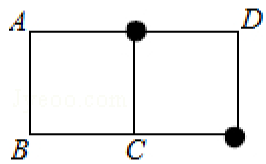
答案：5.

13.(3 分)在 1×2 的正方形网格格点上放三枚棋子，按图所示的位置已放置了两枚棋子，若第三枚棋子随机放在其它格点上，则以这三枚棋子所在的格点为顶点的三角形是直角三角形的概率是_____.



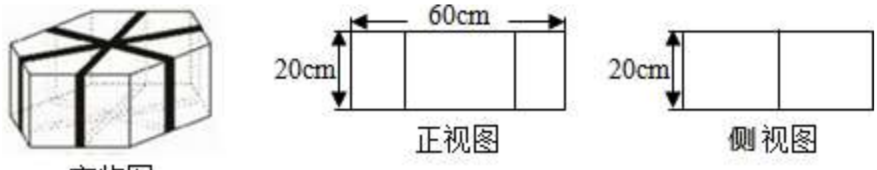
解析：如图，第三枚棋子有 A，B，C，D 共 4 个位置可以选择，而以这三枚棋子所在的格点为顶点的三角形是直角三角形的位置是 B，C，D，

故以这三枚棋子所在的格点为顶点的三角形是直角三角形的概率是：$\frac{3}{4}$.



答案：$\frac{3}{4}$.

14.(3 分)如图，上下底面为全等的正六边形礼盒，其正视图与侧视图均由矩形构成，正视图中大矩形边长如图所示，侧视图中包含两全等的矩形，如果用彩色胶带如图包扎礼盒，所需胶带长度至少为____厘米.



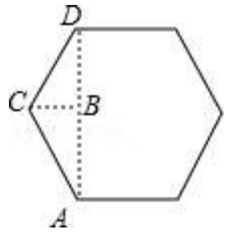
实物图

解析：根据题意，作出实际图形的上底，

如图：AC，CD 是上底面的两边.

则 AC=60÷2=30(cm)，∠ACD=120°，

作 CB⊥AD 于点 B，



那么 AB=AC×sin60°=$15\sqrt{3}$(cm)，

所以 AD=2AB=$30\sqrt{3}$(cm)，

胶带的长至少=$30\sqrt{3}$×6+20×6≈431.76(cm).

答案：431.76.

15.(3 分)函数 $y=\frac{4}{x}$和 $y=\frac{1}{x}$在第一象限内的图象如图，点 P 是 $y=\frac{4}{x}$的图象上一动点，PC⊥x 轴于点 C，交 $y=\frac{1}{x}$的图象于点 B.给出如下结论：

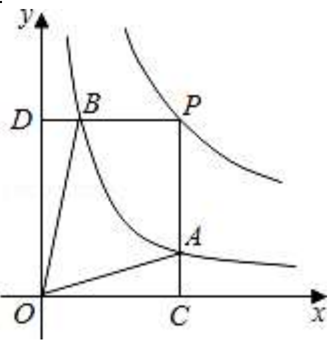
①△ODB 与△OCA 的面积相等；

②PA 与 PB 始终相等；

③四边形 PAOB 的面积大小不会发生变化；

④CA=$\frac{1}{3}$AP.

其中所有正确结论的序号是____.



解析:①因点 A 和 B 都在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$的图象上,根据反比例函数 k 的几何意义可知,△ODB 与△OCA 的面积都等于$\frac{1}{2}$，正确;

②由图的直观性可知，P 点至上而下运动时，PB 在逐渐增大，而 PA 在逐渐减小，错误;

③因△ODB 与△OCA 的面积都等于$\frac{1}{2}$，它们面积之和始终等于 1，而矩形 OCPD 面积始终等于 4，所以四边形 PAOB 的面积始终等于 3，即大小不会发生变化，正确;

④连接 OP，△OPC 面积始终等于 2，△OCA 的面积都等于$\frac{1}{2}$，因它们同底(OC 作底)，所以它们面积的比等于高 AC 与 PC 的比，即 AC：PC=1：4，所以 $CA=\frac{1}{3}AP$，正确.

答案：①③④.

三、解答题(共 55 分，解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤)

16.(6 分)解方程：$(2x-1)^2=x(3x+2)-7$.

解析：根据配方法的步骤先把方程转化成标准形式，再进行配方即可求出答案.

答案：$(2x-1)^2=x(3x+2)-7$，

$4x^2-4x+1=3x^2+2x-7$，

$x^2-6x=-8$，

$(x-3)^2=1$，

$x-3=\pm1$，

$x_1=2$，$x_2=4$.

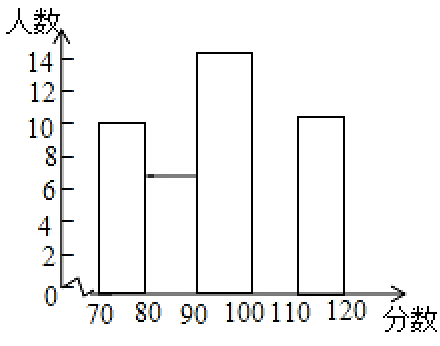
17.(7 分)某中学九年级组织了一次期中考试，先把某班的数学成绩进行了统计，并列出了频数分布表：

分数	70≤x＜80	80≤x＜90	90≤x＜100	100≤x＜110	110≤x≤120
频数	10	7	14		10

(1)分数在 110≤x≤120 范围的同学占全班同学的 20%，完成上表并补充频数分布直方图;

(2)写出考试成绩的中位数分布在哪一组?

(3)若全年级有 600 名学生，请你估计分数在 110 分(含 110 分)以上的大约有多少人?

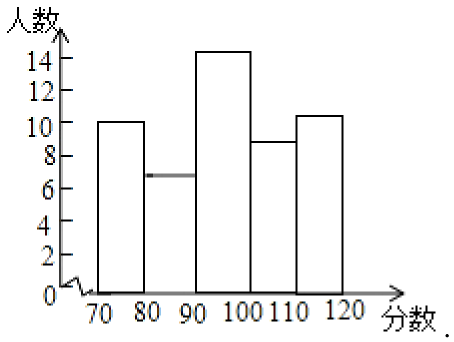


解析：(1)根据分数在 110≤x≤120 范围的同学数和所占的百分比求出总人数，再用总人数减去其它分数段的人数，求出 100≤x＜110 的频数，从而补全统计图;

(2)根据中位数的定义即可求出答案;

(3)用总人数乘以分数在 110 分(含 110 分)以上的人数所占的百分比，即可求出答案.

答案：(1)总人数为：10÷20%=50(人)，
在 100≤x＜110 的人数为：50-10-7-14-10=9(人)；
补图如下：



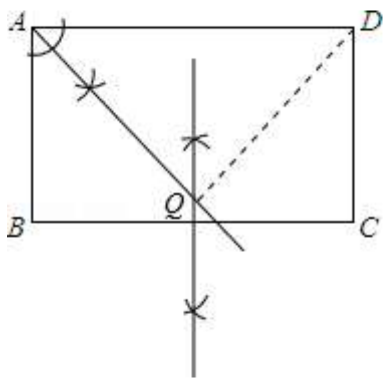
(2)因为共有 5 讴歌数，中位数是第 25、26 个数的平均数，则中位数分布在 90≤x＜100 这一组；

(3)由统计结果知分数在 110≤x≤120 的人数占所调查总人数的百分比为：$\frac{10}{50}$×100%=20%，

则全年级分数在 1(10 分)(含 110 分)以上的大约有：
600×20%=120(人).

18.(7 分)如图，四边形 ABCD 是矩形，用直尺和圆规作出∠A 的平分线与 BC 边的垂直平分线的交点 Q(不写作法，保留作图痕迹).连结 QD，在新图形中，你发现了什么？请写出一条.

解析：根据角平分线的作法以及线段垂直平分线的作法得出 Q 点位置，进而利用垂直平分线的作法得出答案即可.
答案：如图所示：发现：DQ=AQ 或者∠QAD=∠QDA 等等.



19.(8 分)我市某校为了创建书香校园，去年购进一批图书.经了解，科普书的单价比文学书的单价多 4 元，用 12000 元购进的科普书与用 8000 元购进的文学书本数相等.
(1)文学书和科普书的单价各多少钱？

(2)今年文学书和科普书的单价和去年相比保持不变，该校打算用10000元再购进一批文学书和科普书，问购进文学书550本后至多还能购进多少本科普书？

解析：(1)设文学书的单价为每本x元，则科普书的单价为每本(x+4)元，根据用12000元购进的科普书与用8000元购进的文学书本数相等建立方程求出其解就可以了；

(2)设购进文学书550本后至多还能购进y本科普书，根据购书总价不超过10000元建立不等式求出其解即可.

答案：(1)设文学书的单价为每本x元，则科普书的单价为每本(x+4)元，依题意得：

$\frac{12000}{x+4}=\frac{8000}{x}$，

解得：x=8，

经检验x=8是方程的解，并且符合题意.

∴x+4=12.

∴购进的文学书和科普书的单价分别是8元和12元.

②设购进文学书550本后至多还能购进y本科普书.依题意得

550×8+12y≤10000，

解得$y\leqslant 466\frac{2}{3}$，

∵y为整数，

∴y的最大值为466

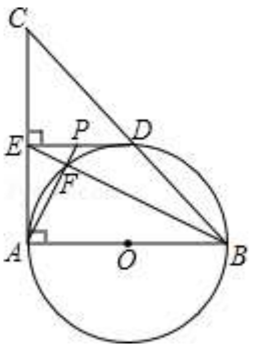
∴至多还能购进466本科普书.

20.(8分)如图，在△ABC中，∠BAC=90°，AB=AC，AB是⊙O的直径，⊙O交BC于点D，DE⊥AC于点E，BE交⊙O于点F，连接AF，AF的延长线交DE于点P.

(1)求证：DE是⊙O的切线；

(2)求tan∠ABE的值；

(3)若OA=2，求线段AP的长.



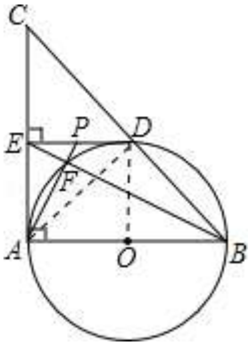
解析：(1)连接AD、OD，根据圆周角定理得∠ADB=90°，由AB=AC，根据等腰三角形的直线得DC=DB，所以OD为△BAC的中位线，则OD∥AC，然后利用DE⊥AC得到OD⊥DE，这样根据切线的判定定理即可得到结论；

(2)易得四边形OAED为正方形，然后根据正切的定义计算tan∠ABE的值；

(3)由AB是⊙O的直径得∠AFB=90°，再根据等角的余角相等得∠EAP=∠ABF，则tan∠EAP=tan∠ABE=$\frac{1}{2}$，在Rt△EAP中，利用正切的定义可计算出EP，然后利用勾股定理可计算出AP.

答案：(1)连接AD、OD，如图，

∵AB 是⊙O 的直径，
∴∠ADB=90°，
∵AB=AC，
∴AD 垂直平分 BC，即 DC=DB，
∴OD 为△BAC 的中位线，
∴OD∥AC，
而 DE⊥AC，
∴OD⊥DE，
∴DE 是⊙O 的切线；
(2)∵OD⊥DE，DE⊥AC，
∴四边形 OAED 为矩形，
而 OD=OA，
∴四边形 OAED 为正方形，
∴AE=AO，
∴tan∠ABE=$\frac{AE}{AB}=\frac{1}{2}$；
(3)∵AB 是⊙O 的直径，
∴∠AFB=90°，
∴∠ABF+∠FAB=90°，
而∠EAP+∠FAB=90°，
∴∠EAP=∠ABF，
∴tan∠EAP=tan∠ABE=$\frac{1}{2}$，
在 Rt△EAP 中，AE=2，
∵tan∠EAP=$\frac{EP}{AE}=\frac{1}{2}$，
∴EP=1，
∴AP=$\sqrt{AE^2+EP^2}=\sqrt{5}$.



21.(9 分)阅读材料：
如图，△ABC 中，AB=AC，P 为底边 BC 上任意一点，点 P 到两腰的距离分别为 r_1，r_2，腰上的高为 h，连接 AP，则 $S_{\triangle ABP}+S_{\triangle ACP}=S_{\triangle ABC}$，即：$\frac{1}{2}AB\cdot r_1+\frac{1}{2}AC\cdot r_2=\frac{1}{2}AC\cdot h$，∴$r_1+r_2=h$(定值).

(1)理解与应用：

如图，在边长为 3 的正方形 ABCD 中，点 E 为对角线 BD 上的一点，且 BE=BC，F 为 CE 上一点，FM⊥BC 于 M，FN⊥BD 于 N，试利用上述结论求出 FM+FN 的长.

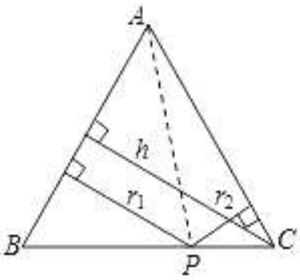
(2)类比与推理：

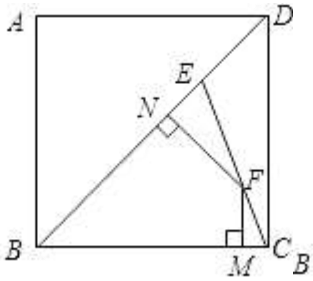
如果把“等腰三角形”改成“等边三角形”，那么 P 的位置可以由“在底边上任一点”放宽为“在三角形内任一点”，即：

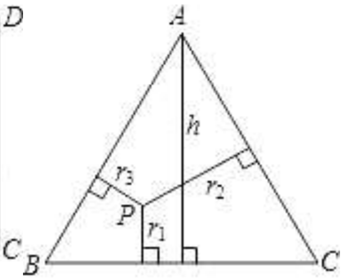
已知等边△ABC 内任意一点 P 到各边的距离分别为 r_1，r_2，r_3，等边△ABC 的高为 h，试证明 $r_1+r_2+r_3=h$(定值).

(3)拓展与延伸：

若正 n 边形 $A_1A_2\cdots A_n$，内部任意一点 P 到各边的距离为 $r_1r_2\cdots r_n$，请问 $r_1+r_2+\cdots+r_n$ 是否为定值？如果是，请合理猜测出这个定值.





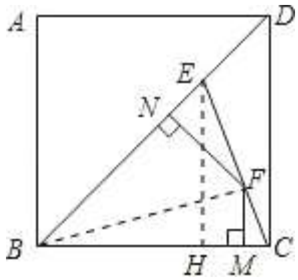


解析：(1)已知 BE=BC，采用面积分割法，$S_{\triangle BFE}+S_{\triangle BCF}=S_{\triangle BEC}$ 得出三角形高的数量关系.

(2)连接 PA，PB，PC，仿照面积的割补法，得出 $S_{\triangle PBC}+S_{\triangle PAC}+S_{\triangle PAB}=S_{\triangle ABC}$，而这几个三角形的底相等，故可得出高的关系.

(3)问题转化为正 n 边形时，根据正 n 边形计算面积的方法，从中心向各顶点连线，可得出 n 个全等的等腰三角形，用边长为底，边心距为高，可求正 n 边形的面积，然后由 P 点向正 n 多边形，又可把正 n 边形分割成 n 过三角形，以边长为底，以 $r_1r_2\cdots r_n$ 为高表示面积，列出面积的等式，可求证 $r_1+r_2+\cdots+r_n$ 为定值.

答案：(1)过 E 点作 EH⊥BC，垂足为 H，连接 BF，



∵BE=BC=3，∠EBH=45°，

∴$EH=\frac{3\sqrt{2}}{2}$,

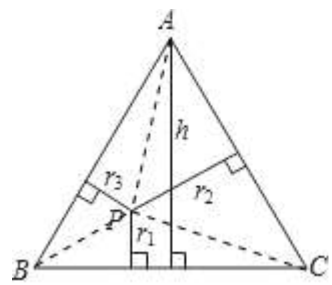
∵$S_{\triangle BFE}+S_{\triangle BCF}=S_{\triangle BEC}$，

∴$\frac{1}{2}BE\times FN+\frac{1}{2}BC\times FM=\frac{1}{2}BC\times EH$,

∵BE=BC，

∴$FN+FM=EH=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

(2)连接 PA，PB，PC，



∵$S_{\triangle PBC}+S_{\triangle PAC}+S_{\triangle PAB}=S_{\triangle ABC}$，

∴$\frac{1}{2}BC\cdot r_1+\frac{1}{2}AC\cdot r_2+\frac{1}{2}AB\cdot r_3=\frac{1}{2}BC\cdot h$，

∵BC=AC=AB，

∴$r_1+r_2+r_3=h$.

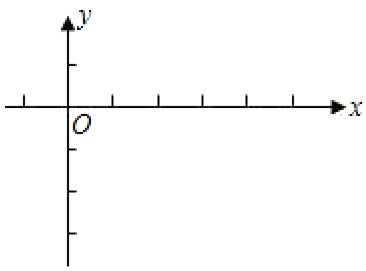
(3)设 n 边形的边心距为 r，则：$r_1+r_2+\cdots+r_n=nr$(定值).

22.(10 分)已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的图象经过点 A(1，0)，B(2，0)，C(0，-2)，直线 x=m(m＞2)与 x 轴交于点 D.

(1)求二次函数的解析式；

(2)在直线 x=m(m＞2)上有一点 E(点 E 在第四象限)，使得 E、D、B 为顶点的三角形与以 A、O、C 为顶点的三角形相似，求 E 点坐标(用含 m 的代数式表示)；

(3)在(2)成立的条件下，抛物线上是否存在一点 F，使得四边形 ABEF 为平行四边形？若存在，请求出 m 的值及四边形 ABEF 的面积；若不存在，请说明理由.



解析：(1)已知函数的图象经过 A，B，C 三点，把三点的坐标代入解析式就可以得到一个三元一次方程组，就可以求出函数的解析式；

(2)E、D、B 为顶点的三角形与以 A、O、C 为顶点的三角形相似，这两个三角形都是直角三角形，因而应分△AOC∽△EDB 和△AOC∽△BDE 两种情况讨论.△AOC 的三边已知，△BDE 中，BD=m-2，而 DE=-m.根据相似三角形的对应边的比相等，就可以求出 m 的值；

(3)四边形 ABEF 是平行四边形，因而 EF=AB，且这两个点的纵坐标相同，E 点的纵坐标是 m，把 x=m 代入抛物线的解析式就可以求出点 F 的横坐标，则 EF 的长就可以求出.根据 EF=AB 就可以得到一个关于 m 的方程，解方程就可以求出 m 的值.若 m 的值存在，就可以求出四边形的面积.

答案：(1)根据题意，得$\begin{cases}a+b+c=0\\4a+2b+c=0\\c=-2\end{cases}$

解得 a=-1，b=3，c=-2.

∴$y=-x^2+3x-2$.(2 分)

(2)当△EDB∽△AOC 时，

得$\frac{AO}{ED}=\frac{CO}{BD}$或$\frac{AO}{BD}=\frac{CO}{ED}$,

∵AO=1，CO=2，BD=m-2，

当$\frac{AO}{ED}=\frac{CO}{BD}$时，得$\frac{1}{ED}=\frac{2}{m-2}$,

∴$ED=\frac{m-2}{2}$,

∵点 E 在第四象限，

∴E_1（m，$\frac{2-m}{2}$）.(4 分)

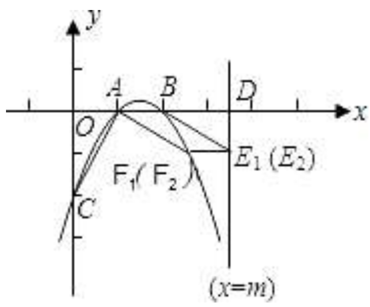
当$\frac{AO}{BD}=\frac{CO}{ED}$时，得$\frac{1}{m-2}=\frac{2}{ED}$,

∴ED=2m-4，

∵点 E 在第四象限，

∴E_2(m，4-2m).(6 分)

(3)假设抛物线上存在一点 F，使得四边形 ABEF 为平行四边形，则 EF=AB=1，点 F 的横坐标为 m-1，当点 E_1的坐标为（m，$\frac{2-m}{2}$）时，点 F_1的坐标为(m-1，$\frac{2-\pi}{2}$),



∵点 F_1在抛物线的图象上，

∴$\frac{2-\pi}{2}=-(m-1)^2+3(m-1)-2$,

∴$2m^2-11m+14=0$,

∴(2m-7)(m-2)=0,

∴$m=\frac{7}{2}$，m=2(舍去),

∴F_1（$\frac{5}{2}$，$-\frac{3}{4}$），

∴$S_{平行四边形ABEF}=1\times\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$.(9 分)

当点 E_2的坐标为(m，4-2m)时，点 F_2的坐标为(m-1，4-2m),

∵点 F_2在抛物线的图象上，

∴$4-2m=-(m-1)^2+3(m-1)-2$,

∴$m^2-7m+10=0$,

∴(m-2)(m-5)=0,

∴m=2(舍去)，m=5,

∴F_2(4，-6),

$\therefore S_{平行四边形ABEF}=1\times6=6$.（12 分）