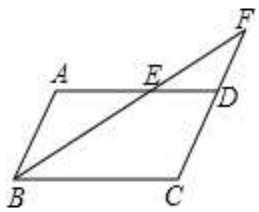
2014年安徽省合肥市琥珀中学中考模拟数学

一、选择题（每小题3分，满分30分）

1.（3分）如图，在▱ABCD中，AB=4cm，AD=7cm，∠ABC平分线交AD于E，交CD的延长线于点F，则DF=（　　）



A.2cm

B.3cm

C.4cm

D.5cm

解析：∵AB∥CD，

∴∠F=∠FBA，

∵∠ABC平分线为BE，

∴∠FBC=∠FBA，

∴∠F=∠FBC，

∴BC=CF，

∴FD=CF﹣CD=BC﹣AB=AD﹣AB=7﹣4=3cm.

答案：B.

2.（3分）函数$y=\frac{k}{x}$的图象经过点（1，﹣2），则k的值为（　　）

A.$\frac{1}{2}$

B.$-\frac{1}{2}$

C.﹣2

D.2

解析：　设反比例函数的解析式为$y=\frac{k}{x}$（k≠0），

函数$y=\frac{k}{x}$的图象经过点（1，﹣2），

∴$-2=\frac{k}{1}$，得k=﹣2.

答案：C.

3.（3 分）下列函数中，自变量 x 的取值范围是 x＞2 的函数是（　　）

A. $y=\sqrt{x-2}$

B. $y=\sqrt{2x-1}$

C. $y=\frac{1}{\sqrt{x-2}}$

D. $y=\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$

解析： 根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，分母不等于 0 分别求范围，再判断.

答案：C.

4.（3 分）将二次函数 $y=x^2$ 的图象向右平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位后，所得图象的函数表达式是（　　）

A. $y=(x-1)^2+2$

B. $y=(x+1)^2+2$

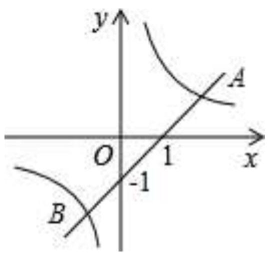
C. $y=(x-1)^2-2$

D. $y=(x+1)^2-2$

解析： 原抛物线的顶点为（0，0），向右平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位，那么新抛物线的顶点为（1，2）. 可设新抛物线的解析式为 $y=(x-h)^2+k$，代入得 $y=(x-1)^2+2$.

答案：A.

5.（3 分）如图，一次函数 $y_1=x-1$ 与反比例函数 $y_2=\frac{2}{x}$ 的图象交于点 A（2，1），B（﹣1，﹣2），则使 $y_1>y_2$ 的 x 的取值范围是（　　）



A. x＞2

B. x＞2 或﹣1＜x＜0

C. ﹣1＜x＜2

D. x＞2 或 x＜﹣1

解析： 从图象上可以得出：
在第一象限中，当 $x>2$ 时，$y_1>y_2$ 成立；
在第三象限中，当 $-1<x<0$ 时，$y_1>y_2$ 成立.
答案：B.

6.（3 分）在同一坐标平面内，图象不可能由函数 $y=2x^2+1$ 的图象通过平移变换、轴对称变换得到的函数是（　　）

A. $y=2(x+1)^2-1$

B. $y=2x^2+3$

C. $y=-2x^2-1$

D. $y=\frac{1}{2}x^2-1$

解析： 由于抛物线的形状由二次项的系数 a 决定，所以两个函数表达式中的 a 要相同或互为相反数才可以通过平移变换、轴对称变换得到. 答案：D.

7.（3 分）抛物线 $y=x^2-4x-2$ 的顶点坐标是（　　）

A.（2，6）

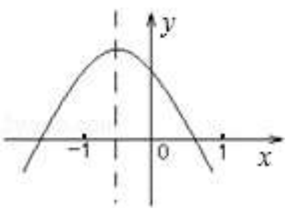
B.（－2，－6）

C.（2，－6）

D.（－2，6）

解析： ∵$y=x^2-4x-2=(x-2)^2-6$，
∴抛物线的顶点坐标是（2，－6）.
答案：C.

8.（3 分）二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则下列关系式不正确的是（　　）



A. $a<0$

B. $abc>0$

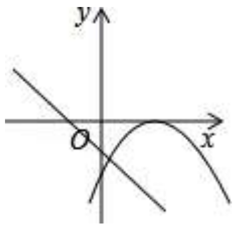
C. $a+b+c>0$

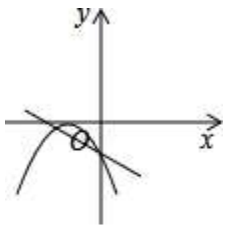
D. $b^2-4ac>0$

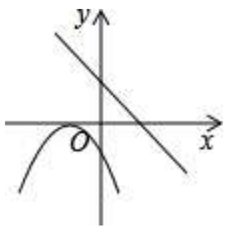
解析： 由抛物线开口向下得到 $a<0$，由抛物线与 y 轴交于正半轴知道 $c>0$，而称轴在 y 轴左边，得到 $-\frac{b}{2a}<0$，所以 $b<0$，$abc>0$，而抛物线与 x 轴有两个交点，得到 $b^2-4ac>0$，又当 $x=1$ 时，$y<0$，由此得到 $a+b+c<0$.

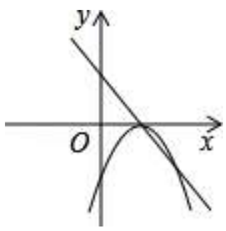
答案：C.

9.（3 分）在平面直角坐标系中，函数 $y=-x+1$ 与 $y=-\frac{3}{2}(x-1)^2$ 的图象大致是（　　）

A. 

B. 

C. 

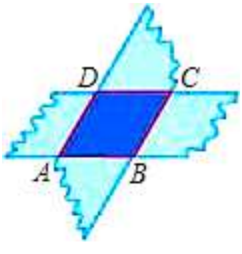
D. 

解析：∵$y=-x+1$ 的图象过第一、二、四象限，$y=-\frac{3}{2}(x-1)^2$ 的开口向下，顶点在点（1，0），

∴同时符合条件的图象只有选项 D.

答案：D.

10.（3 分）如图，将两根宽度都为 1 的纸条叠放在一起，如果∠DAB=45°，则四边形 ABCD 的面积为（　　）



A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. $\sqrt{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

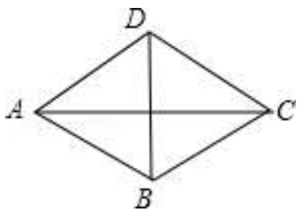
解析：根据折叠的性质可知∠DAB=45°，AD=$\sqrt{2}$，

故其面积为$\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

答案：C.

二、填空题（每小题 3 分，满分 18 分）

11.（3 分）如图，菱形 ABCD 的对角线 AC=8，BD=6，则菱形的周长 L=____.

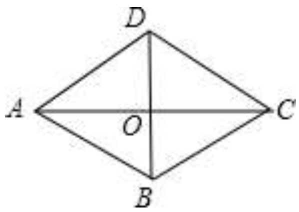


解析：∵四边形 ABCD 是菱形，

∴AC⊥BD，OA=OC=$\frac{1}{2}$AC=4，OB=OD=$\frac{1}{2}$BD=3，AB=BC=CD=AD，

∴AB=5，

∴菱形的周长 L=20.



答案：20.

12.（3 分）已知反比例函数的图象经过点（m，2）和（﹣2，3），则 m 的值为____.

解析：∵反比例函数的图象经过点（m，2）和（﹣2，3），

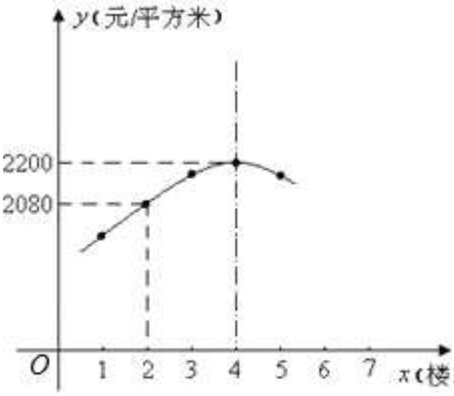
∴k=xy=﹣2×3=﹣6，

∴2m=﹣6，

∴m=﹣3.

答案：﹣3.

13.（3 分）兰州市“安居工程”新建成的一批楼房都是 8 层高，房子的价格 y（元/平方米）随楼层数 x（楼）的变化而变化（x=1，2，3，4，5，6，7，8）；已知点（x，y）都在一个二次函数的图象上（如图所示），则 6 楼房子的价格为____元/平方米.



解析： 由图象可知（4，2200）是抛物线的顶点，

∵x=4 是对称轴，

∴点（2，2080）关于直线 x=4 的对称点是（6，2080）.

∴6 楼房子的价格为 2080 元.

14.（3 分）3 与 4 的比例中项是____.

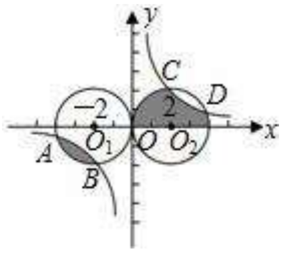
解析： 设比例中项是 x，则：

3：x=x：4，

$x^2=12$，

$x=\pm\sqrt{3\times 4}=\pm 2\sqrt{3}$.

15.（3 分）如图，半径为 2 的两圆⊙O_1和⊙O_2均与 x 轴相切于点 O，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k＞0）的图象与两圆分别交于点 A，B，C，D，则图中阴影部分的面积是____.（结果保留 π）



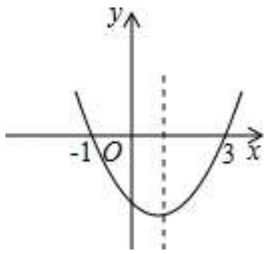
解析： 根据图形，知这是一个中心对称图形；则阴影部分是面积和相当于半圆的面积，即 2π.

答案：2π.

16.（3 分）如图为二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，在下列说法中：

①ac＜0；

②方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根是 $x_1=-1$，$x_2=3$；
③$a+b+c>0$；
④当 $x>1$ 时，y 随着 x 的增大而增大.
正确的说法有____.（请写出所有正确的序号）



解析：①∵开口向上，
∴$a>0$，
∵与 y 轴交点在负半轴，
故 $c<0$，
即 $ac<0$；
②∵抛物线与 x 轴的交点横坐标分别是﹣1，3，
∴方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根是 $x_1=-1$，$x_2=3$；
③当 $x=1$ 时，$y<0$，
∴$a+b+c<0$；
④对称轴是 $x=1$，
∴$x>1$ 时，y 随着 x 的增大而增大，
故正确的有①②④.
答案：①②④.

三、解答题（满分 52 分）

17.（6 分）已知抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2-x+4$，
（1）用配方法确定它的顶点坐标、对称轴；
（2）x 取何值时，y 随 x 增大而减小？
（3）x 取何值时，抛物线在 x 轴上方？
解析：（1）用配方法时，先提二次项系数，再配方，写成顶点式，根据顶点式的坐标特点求顶点坐标及对称轴；
（2）对称轴是 $x=-1$，开口向下，根据对称轴及开口方向确定函数的增减性；
（3）令 $y=0$，确定函数图象与 x 轴的交点，结合开口方向判断 x 的取值范围.

答案：（1）∵$y=-\frac{1}{2}x^2-x+4=-\frac{1}{2}(x^2+2x-8)$

$=-\frac{1}{2}[(x+1)^2-9]$

$=-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{9}{2}$,

∴它的顶点坐标为（－1，$\frac{9}{2}$），对称轴为直线 x=－1；

（2）∵抛物线对称轴是直线 x=－1，开口向下，

∴当 x＞－1 时，y 随 x 增大而减小；

（3）当 y=0 时，即

$-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{9}{2}=0$

解得 $x_1=2$，$x_2=-4$，而抛物线开口向下，

∴当－4＜x＜2 时，抛物线在 x 轴上方.

18.（6 分）已知一次函数 y=x+2 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，其中一次函数 y=x+2 的图象经过点 P（k，5）.

（1）试确定反比例函数的表达式；

（2）若点 Q 是上述一次函数与反比例函数图象在第三象限的交点，求点 Q 的坐标.

解析：（1）一次函数 y=x+2 的图象经过点 P（k，5），所以 x=k，y=5 是 y=x+2 的解，代入可求 k 值，既而确定反比例函数的表达式；

（2）点 Q 是交点，则其坐标是$\begin{cases}y=x+2\\ y=\frac{3}{x}\end{cases}$的解即求点 Q 的坐标.

答案：（1）一次函数 y=x+2 的图象经过点 P（k，5），

∴5=k+2，

∴k=3，

∴反比例函数的表达式为 $y=\frac{3}{x}$.

（2）由$\begin{cases}y=x+2\\ y=\frac{3}{x}\end{cases}$消去，得 $x^2+2x-3=0$，

即（x+3）（x－1）=0，

∴x=－3 或 x=1，

可得 y=－1 或 y=3，

于是$\begin{cases}x=-3\\ y=-1\end{cases}$或$\begin{cases}x=1\\ y=3\end{cases}$；

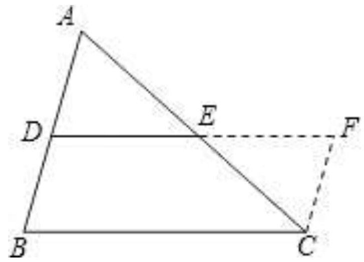
∵点Q在第三象限，

∴点Q的坐标为（﹣3，﹣1）.

19.（7分）如图，在△ABC中，点D，E分别是AB，AC边的中点，若把△ADE绕着点E顺时针旋转180°得到△CFE.

（1）请指出图中哪些线段与线段CF相等；

（2）试判断四边形DBCF是怎样的四边形，证明你的结论.



解析： 由已知可得，AD=DB=CF；根据有一组对边平行且相等的四边形是平行四边形可判定四边形DBCF是平行四边形.

答案： （1）AD=CF，DB=CF.

（2）方法一：四边形DBCF是平行四边形.

证明：△ADE绕点E顺时针旋转180°，得到△CFE，

∴△ADE≌△CFE，

∴AD=CF，∠A=∠ECF，

∴AB∥CF，

又∵D是AB的中点，

∴AD=DB=CF，

∴四边形DBCF是平行四边形.

方法二：四边形DBCF是平行四边形.

证明：△ADE绕点E顺时针旋转180°，得到△CFE，

∴△ADE≌△CFE，

∴AD=CF，DE=FE，

又∵D，E分别是AB，AC的中点，

∴DE是△ABC的中位线，

∴BC=2DE=DE+EF=DF，

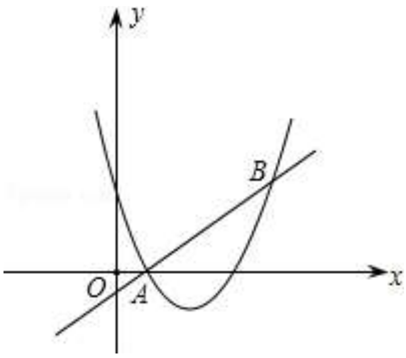
∴AD=DB=CF，

∴四边形DBCF是平行四边形.

20.（7分）如图，直线y=x+m和抛物线$y=x^2+bx+c$都经过点A（1，0），B（3，2）.

（1）求m的值和抛物线的解析式；

（2）求不等式$x^2+bx+c>x+m$的解集.（直接写出答案）



解析：（1）分别把点 A（1，0），B（3，2）代入直线 $y=x+m$ 和抛物线 $y=x^2+bx+c$，利用待定系数法解得 $y=x-1$，$y=x^2-3x+2$；

（2）根据题意列出不等式，直接解二元一次不等式即可，或者根据图象可知，$x^2-3x+2>x-1$ 的图象上 x 的范围是 $x<1$ 或 $x>3$.

答案：（1）把点 A（1，0），B（3，2）分别代入直线 $y=x+m$ 和抛物线 $y=x^2+bx+c$ 得：

$0=1+m$，$\begin{cases}0=1+b+c\\2=9+3b+c\end{cases}$，

∴$m=-1$，$b=-3$，$c=2$，

所以 $y=x-1$，$y=x^2-3x+2$；

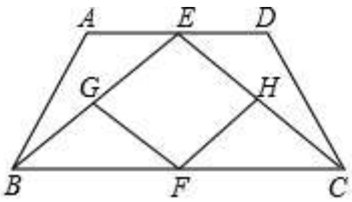
（2）$x^2-3x+2>x-1$，解得：$x<1$ 或 $x>3$.

21.（8 分）如图，已知：梯形 ABCD 中，AD∥BC，AB=CD，E、F、G、H 分别是 AD、BC、BE、CE 的中点.

（1）求证：△ABE≌△DCE.

（2）四边形 EGFH 是什么特殊四边形？并证明你的结论.

（3）连接 EF，当四边形 EGFH 是正方形时，线段 EF 与 BC 有什么关系？请说明理由.



解析：（1）根据等腰梯形的性质可得出∠A=∠D，结合题意 AB=CD，点 E 是 AD 的中点，利用 SAS 即可判断全等.

（2）根据中位线定理可得出 GF∥EH，GE∥HF，GF=GE，从而可判断出四边形 EGFH 的形状.

（3）连接 EF，则根据等腰直角三角形斜边中线的性质可判断出 EF 与 BC 的关系.

答案：（1）由题意可得 ABCD 是等腰梯形，

∴∠A=∠D，

在△ABE 和△DCE 中，$\begin{cases}AE=ED\\\angle A=\angle D\\AB=DC\end{cases}$，

∴△ABE≌△DCE.

（2）四边形 EGFH 是菱形.

证明：∵GF、FH 是△EBC 的中位线，且由（1）得 EB=EC，

∴GF∥EH，GE∥HF，GF=GE，

∴四边形 EGFH 是菱形.

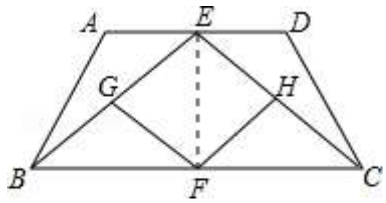
（3）EF⊥BC，且 EF=$\frac{1}{2}$BC.

证明：连接 EF，

∵EFGH 是正方形，

∴∠GEH=90°，即△BEC 是等腰直角三角形

∴EF⊥BC，且 EF=$\frac{1}{2}$BC.



22.（9 分）为了落实国务院副总理李克强同志到恩施考察时的指示精神，最近，州委州政府又出台了一系列“三农”优惠政策，使农民收入大幅度增加.某农户生产经销一种农副产品，已知这种产品的成本价为 20 元/千克.市场调查发现，该产品每天的销售量 w（千克）与销售价 x（元/千克）有如下关系：w=－2x+80.设这种产品每天的销售利润为 y（元）.

（1）求 y 与 x 之间的函数关系式；

（2）当销售价定为多少元时，每天的销售利润最大？最大利润是多少？

（3）如果物价部门规定这种产品的销售价不得高于 28 元/千克，该农户想要每天获得 150 元的销售利润，销售价应定为多少元？

解析：依据“利润=售价－进价”可以求得 y 与 x 之间的函数关系式，然后利用函数的增减性确定“最大利润”.

答案：（1）y=（x－20）w

=（x－20）（－2x+80）

=－2x^2+120x－1600，

∴y 与 x 的函数关系式为：

y=－2x^2+120x－1600；（3 分）

（2）y=－2x^2+120x－1600

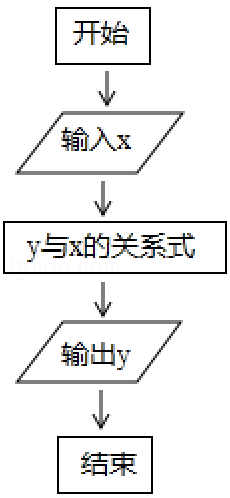
=－2（x－30）^{2}+200，

∴当 x=30 时，y 有最大值 200，

∴当销售价定为30元/千克时，每天可获最大销售利润200元；（6分）

（3）当 y=150 时，可得方程：
$-2(x-30)^2+200=150$，
解这个方程，得
$x_1=25$，$x_2=35$，（8分）
根据题意，$x_2=35$ 不合题意，应舍去，
∴当销售价定为25元/千克时，该农户每天可获得销售利润150元.（10分）

23.（9分）按如图所示的流程，输入一个数据 x，根据 y 与 x 的关系式就输出一个数据 y，这样可以将一组数据变换成另一组新的数据，要使任意一组都在 20～100（含 20 和 100）之间的数据，变换成一组新数据后能满足下列两个要求：
（Ⅰ）新数据都在 60～100（含 60 和 100）之间；
（Ⅱ）新数据之间的大小关系与原数据之间的大小关系一致，即原数据大的对应的新数据也较大.
（1）若 y 与 x 的关系是 $y=x+p(100-x)$，请说明：当 $p=\frac{1}{2}$时，这种变换满足上述两个要求；
（2）若按关系式 $y=a(x-h)^2+k$（$a>0$）将数据进行变换，请写出一个满足上述要求的这种关系式.（不要求对关系式符合题意作说明，但要写出关系式得出的主要过程）



解析：（1）当 $P=\frac{1}{2}$时，$y=\frac{1}{2}x+50$，观察这个一次函数可知：斜率＞0，则 y 随 x 的增大而增大，因此符合条件Ⅱ；因为 $20\leqslant x\leqslant 100$，即 $20\leqslant 2y-100\leqslant 100$，可得 $60\leqslant y\leqslant 100$，因此也符合Ⅰ的条件.
（2）本题答案不唯一.可根据抛物线的开口方向和抛物线的对称轴来说明.

答案：（1）当 $P=\frac{1}{2}$时，$y=x+\frac{1}{2}(100-x)$，

即 $y=\frac{1}{2}x+50$.

∴y 随着 x 的增大而增大，

即 $P=\frac{1}{2}$时，满足条件（II）

又当 x=20 时，$y=\frac{1}{2}\times 20+50=60$.

而原数据都在 20～100 之间，

所以新数据都在 60～100 之间，即满足条件（Ⅰ），

综上可知，当 $P=\frac{1}{2}$时，这种变换满足要求.

（2）本题是开放性问题，答案不唯一.

若所给出的关系式满足：

（a）h≤20；

（b）若 x=20，100 时，y 的对应值 m，n 能落在 60～100 之间，则这样的关系式都符合要求.

如取 h=20，$y=a(x-20)^2+k$，

∵a＞0，

∴当 20≤x≤100 时，y 随着 x 的增大而增大，

令 x=20，y=60，得 k=60 ①

令 x=100，y=100，得 $a\times 80^2+k=100$②

由①②解得$\begin{cases}a=\frac{1}{160},\\k=60\end{cases}$

∴$y=\frac{1}{160}(x-20)^2+60$.