

2016 年四川省泸州市中考真题数学

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

1. 6 的相反数为()

A. -6

B. 6

C. $-\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{6}$

解析：6 的相反数为：-6.

答案：A.

2. 计算 $3a^2 - a^2$ 的结果是()

A. $4a^2$

B. $3a^2$

C. $2a^2$

D. 3

解析： $3a^2 - a^2 = 2a^2$.

答案：C.

3. 下列图形中不是轴对称图形的是()



解析：根据轴对称图形的概念可知：A，B，D 是轴对称图形，C 不是轴对称图形，

答案：C.

4. 将 5570000 用科学记数法表示正确的是()

A. 5.57×10^5

B. 5.57×10^6

C. 5.57×10^7

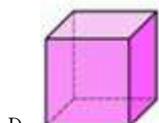
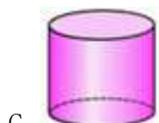
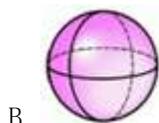
D. 5.57×10^8

解析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 5570000 有 7 位，所以可以确定 $n=7-1=6$.

$5570000=5.57 \times 10^6$.

答案：B.

5. 下列立体图形中，主视图是三角形的是()



解析：A、圆锥的主视图是三角形，符合题意；

B、球的主视图是圆，不符合题意；

C、圆柱的主视图是矩形，不符合题意；

D、正方体的主视图是正方形，不符合题意.

答案：A.

6. 数据 4, 8, 4, 6, 3 的众数和平均数分别是()

A. 5, 4

B. 8, 5

C. 6, 5

D. 4, 5

解析： $\because 4$ 出现了 2 次，出现的次数最多， \therefore 众数是 4；

这组数据的平均数是： $(4+8+4+6+3) \div 5=5$.

答案：D.

7. 在一个布口袋里装有白、红、黑三种颜色的小球，它们除颜色外没有任何区别，其中白球 2 只，红球 6 只，黑球 4 只，将袋中的球搅匀，闭上眼睛随机从袋中取出 1 只球，则取出黑球的概率是()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

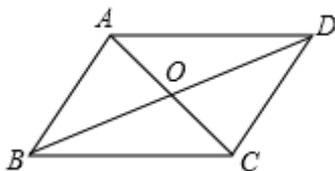
D. $\frac{1}{6}$

解析：根据题意可得：口袋里共有 12 只球，其中白球 2 只，红球 6 只，黑球 4 只，

故从袋中取出一个球是黑球的概率： $P(\text{黑球}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ，

答案：C.

8. 如图，平行四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，且 $AC+BD=16$ ， $CD=6$ ，则 $\triangle ABO$ 的周长是()



A. 10

B. 14

C. 20

D. 22

解析： \because 四边形 ABCD 是平行四边形， $\therefore AO=CO$ ， $BO=DO$ ， $DC=AB=6$ ，

$\because AC+BD=16$ ， $\therefore AO+BO=8$ ， $\therefore \triangle ABO$ 的周长是：14.

答案：B.

9. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+2(k-1)x+k^2-1=0$ 有实数根，则 k 的取值范围是()

A. $k \geq 1$

B. $k > 1$

C. $k < 1$

D. $k \leq 1$

解析： \because 关于 x 的一元二次方程 $x^2+2(k-1)x+k^2-1=0$ 有实数根，

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4(k-1)^2 - 4(k^2-1) = -8k+8 \geq 0$ ，解得： $k \leq 1$.

答案：D.

10. 以半径为 1 的圆的内接正三角形、正方形、正六边形的边心距为三边作三角形，则该三角形的面积是()

A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$

解析：如图 1，

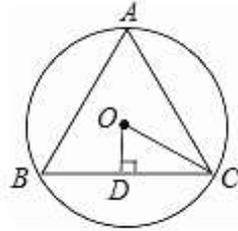


图 1

$$\because OC=1, \therefore OD=1 \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2};$$

如图 2，

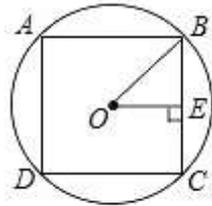


图 2

$$\because OB=1, \therefore OE=1 \times \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

如图 3，

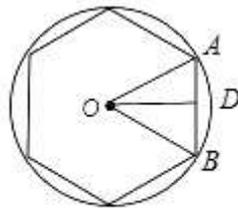


图 3

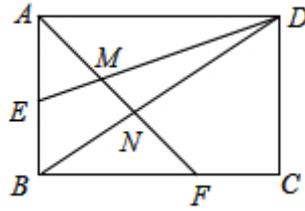
$$\because OA=1, \therefore OD=1 \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 则该三角形的三边分别为: } \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\because \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2, \therefore \text{该三角形是以 } \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 为直角边, } \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 为斜边的直角三角形,}$$

$$\therefore \text{该三角形的面积是 } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

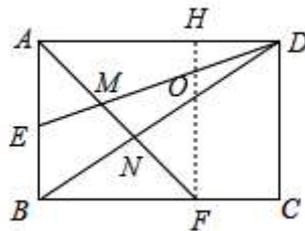
答案：D.

11. 如图，矩形 ABCD 的边长 AD=3，AB=2，E 为 AB 的中点，F 在边 BC 上，且 BF=2FC，AF 分别与 DE、DB 相交于点 M，N，则 MN 的长为()



- A. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$
- B. $\frac{9\sqrt{2}}{20}$
- C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- D. $\frac{4\sqrt{2}}{5}$

解析：过 F 作 $FH \perp AD$ 于 H，交 ED 于 O，则 $FH=AB=2$ 。



$$\because BF=2FC, BC=AD=3, \therefore BF=AH=2, FC=HD=1, \therefore AF=\sqrt{FH^2+AH^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2},$$

$$\because OH \parallel AE, \therefore \frac{HO}{AE} = \frac{DH}{AD} = \frac{1}{3}, \therefore OH = \frac{1}{3}AE = \frac{1}{3}, \therefore OF = FH - OH = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3},$$

$$\because AE \parallel FO, \therefore \triangle AME \sim \triangle FMO, \therefore \frac{AM}{FM} = \frac{AE}{FO}, \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}, \therefore AM = \frac{3}{8}AF = \frac{3\sqrt{2}}{4},$$

$$\because AD \parallel BF, \therefore \triangle AND \sim \triangle FNB, \therefore \frac{AN}{FN} = \frac{AD}{BF} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore AN = \frac{3}{5}AF = \frac{6\sqrt{2}}{5}, \therefore MN = AN - AM = \frac{6\sqrt{2}}{5} - \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{9\sqrt{2}}{20},$$

答案：B.

12. 已知二次函数 $y=ax^2-bx-2$ ($a \neq 0$) 的图象的顶点在第四象限，且过点 $(-1, 0)$ ，当 $a-b$ 为整数时， ab 的值为()

A. $\frac{3}{4}$ 或 1

B. $\frac{1}{4}$ 或 1

C. $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{3}{4}$

解析：依题意知 $a > 0$, $\frac{b}{2a} > 0$, $a+b-2=0$,

故 $b > 0$, 且 $b=2-a$, $a-b=a-(2-a)=2a-2$,

于是 $0 < a < 2$, $\therefore -2 < 2a-2 < 2$,

又 $a-b$ 为整数, $\therefore 2a-2=-1, 0, 1$, 故 $a=\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}$, $b=\frac{3}{2}, 1, \frac{1}{2}$, $\therefore ab=\frac{3}{4}$ 或 1.

答案：A.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分

13. 分式方程 $\frac{4}{x-3} - \frac{1}{x} = 0$ 的根是_____.

解析：方程两边都乘以最简公分母 $x(x-3)$ 得： $4x-(x-3)=0$, 解得： $x=-1$,

经检验： $x=-1$ 是原分式方程的解.

答案： $x=-1$.

14. 分解因式： $2a^2+4a+2=$ _____.

解析：原式 $=2(a^2+2a+1)=2(a+1)^2$.

答案： $2(a+1)^2$.

15. 若二次函数 $y=2x^2-4x-1$ 的图象与 x 轴交于 $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$ 两点，则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值

为_____.

解析：设 $y=0$, 则 $2x^2-4x-1=0$,

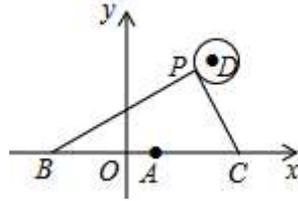
\therefore 一元二次方程的解分别是点 A 和点 B 的横坐标，即 x_1, x_2 ,

$$\therefore x_1+x_2 = -\frac{-4}{2} = 2, \quad x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2},$$

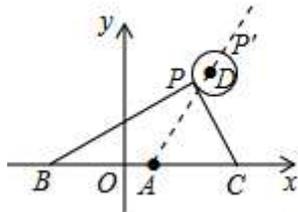
$$\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1 \cdot x_2} = -\frac{3}{2}, \quad \therefore \text{原式} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{3}{2},$$

答案： $-\frac{3}{2}$.

16. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(1, 0)$ ， $B(1-a, 0)$ ， $C(1+a, 0)$ ($a > 0$)，点 P 在以 $D(4, 4)$ 为圆心，1 为半径的圆上运动，且始终满足 $\angle BPC = 90^\circ$ ，则 a 的最大值是_____.



解析：∵ $A(1, 0)$ ， $B(1-a, 0)$ ， $C(1+a, 0)$ ($a > 0$)，∴ $AB = 1 - (1-a) = a$ ， $CA = a + 1 - 1 = a$ ，
 ∴ $AB = AC$ ，
 ∵ $\angle BPC = 90^\circ$ ，∴ $PA = AB = AC = a$ ，
 如图延长 AD 交 $\odot D$ 于 P' ，此时 AP' 最大，



∵ $A(1, 0)$ ， $D(4, 4)$ ，∴ $AD = 5$ ，∴ $AP' = 5 + 1 = 6$ ，∴ a 的最大值为 6.
 答案：6.

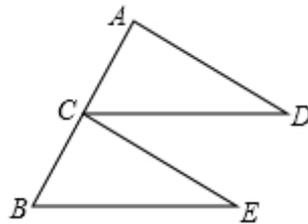
三、本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分

17. 计算： $(\sqrt{2}-1)^0 - \sqrt{12} \times \sin 60^\circ + (-2)^2$.

解析：直接利用特殊角的三角函数值以及结合零指数幂的性质以及二次根式的性质分别化简进而求出答案.

答案： $(\sqrt{2}-1)^0 - \sqrt{12} \times \sin 60^\circ + (-2)^2 = 1 - 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 = 1 - 3 + 4 = 2$.

18. 如图， C 是线段 AB 的中点， $CD = BE$ ， $CD \parallel BE$. 求证： $\angle D = \angle E$.



解析：由 $CD \parallel BE$ ，可证得 $\angle ACD = \angle B$ ，然后由 C 是线段 AB 的中点， $CD = BE$ ，利用 SAS 即可证得 $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ ，继而证得结论.

答案：∵ C 是线段 AB 的中点，∴ $AC = CB$ ，
 ∵ $CD \parallel BE$ ，∴ $\angle ACD = \angle B$ ，

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中，
$$\begin{cases} AC = CB, \\ \angle ACD = \angle B, \therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (SAS), \therefore \angle D = \angle E. \\ CD = BE, \end{cases}$$

19. 化简： $(a+1-\frac{3}{a-1}) \cdot \frac{2a-2}{a+2}$.

解析：先对括号内的式子进行化简，再根据分式的乘法进行化简即可解答本题.

答案： $(a+1-\frac{3}{a-1}) \cdot \frac{2a-2}{a+2}$

$$= \frac{(a+1)(a-1)-3}{a-1} \cdot \frac{2(a-1)}{a+2}$$

$$= \frac{a^2-4}{a-1} \cdot \frac{2(a-1)}{a+2}$$

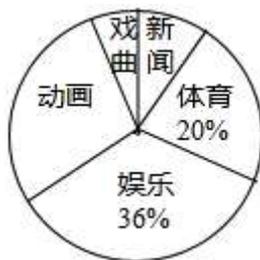
$$= \frac{(a+2)(a-2)}{a-1} \cdot \frac{2(a-1)}{a+2}$$

$$= 2a-4.$$

四. 本大题共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分

20. 为了解某地区七年级学生对新闻、体育、动画、娱乐、戏曲五类电视节目的喜爱情况，从该地区随机抽取部分七年级学生作为样本，采用问卷调查的方法收集数据（参与问卷调查的每名同学只能选择其中一类节目），并调查得到的数据用下面的表和扇形图来表示（表、图都没制作完成）

节目类型	新闻	体育	动画	娱乐	戏曲
人数	36	90	a	b	27



根据表、图提供的信息，解决以下问题：

- 计算表中 a、b 的值；
- 求扇形统计图中表示“动画”部分所对应的扇形的圆心角度数；
- 若该地区七年级学生共有 47500 人，试估计该地区七年级学生中喜爱“新闻”类电视节目的学生有多少人？

解析：(1)先求出抽取的总人数，再求出 b 的值，进而可得出 a 的值；

(2) 求出 a 的值与总人数的比可得出结论；

(3) 求出喜爱新闻类人数的百分比，进而可得出结论.

答案：(1) ∵ 喜欢体育的人数是 90 人，占总人数的 20%，∴ 总人数 = $\frac{90}{20\%} = 450$ (人).

∵ 娱乐人数占 36%，

∴ $a = 450 \times 36\% = 162$ (人)，∴ $b = 450 - 162 - 36 - 90 - 27 = 135$ (人)；

(2) ∵ 喜欢动画的人数是 135 人，∴ $\frac{135}{450} \times 360^\circ = 108^\circ$.

(3) ∵ 喜爱新闻类人数的百分比 = $\frac{36}{450} \times 100\% = 8\%$,

∴ $47500 \times 8\% = 3800$ (人).

答：该地区七年级学生中喜爱“新闻”类电视节目的学生有 3800 人.

21. 某商店购买 60 件 A 商品和 30 件 B 商品共用了 1080 元，购买 50 件 A 商品和 20 件 B 商品共用了 880 元.

(1) A、B 两种商品的单价分别是多少元？

(2) 已知该商店购买 B 商品的件数比购买 A 商品的件数的 2 倍少 4 件，如果需要购买 A、B 两种商品的总件数不少于 32 件，且该商店购买的 A、B 两种商品的总费用不超过 296 元，那么该商店有哪几种购买方案？

解析：(1) 设 A 种商品的单价为 x 元、B 种商品的单价为 y 元，根据等量关系：① 购买 60 件 A 商品的钱数 + 30 件 B 商品的钱数 = 1080 元，② 购买 50 件 A 商品的钱数 + 20 件 B 商品的钱数 = 880 元分别列出方程，联立求解即可.

(2) 设购买 A 商品的件数为 m 件，则购买 B 商品的件数为 (2m-4) 件，根据不等关系：① 购买 A、B 两种商品的总件数不少于 32 件，② 购买的 A、B 两种商品的总费用不超过 296 元可分别列出不等式，联立求解可得出 m 的取值范围，进而讨论各方案即可.

答案：(1) 设 A 种商品的单价为 x 元、B 种商品的单价为 y 元，

$$\text{由题意得：} \begin{cases} 60x + 30y = 1080, \\ 50x + 20y = 880, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 16, \\ y = 4. \end{cases}$$

答：A 种商品的单价为 16 元、B 种商品的单价为 4 元.

(2) 设购买 A 商品的件数为 m 件，则购买 B 商品的件数为 (2m-4) 件，

$$\text{由题意得：} \begin{cases} m + 2m - 4 \geq 32, \\ 16m + 4(2m - 4) \leq 296, \end{cases} \text{解得：} 12 \leq m \leq 13,$$

∵ m 是整数，∴ m = 12 或 13，

故有如下两种方案：

方案(1)：m = 12，2m - 4 = 20 即购买 A 商品的件数为 12 件，则购买 B 商品的件数为 20 件；

方案(2)：m = 13，2m - 4 = 22 即购买 A 商品的件数为 13 件，则购买 B 商品的件数为 22 件.

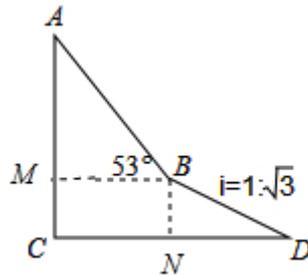
五. 本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分

22. 如图，为了测量出楼房 AC 的高度，从距离楼底 C 处 $60\sqrt{3}$ 米的点 D (点 D 与楼底 C 在同

一水平面上)出发,沿斜面坡度为 $i=1:\sqrt{3}$ 的斜坡 DB 前进 30 米到达点 B,在点 B 处测得楼顶 A 的仰角为 53° ,求楼房 AC 的高度(参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.8$, $\cos 53^\circ \approx 0.6$, $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$,计算结果用根号表示,不取近似值).

解析:如图作 $BN \perp CD$ 于 N, $BM \perp AC$ 于 M,先在 $RT\triangle BDN$ 中求出线段 BN,在 $RT\triangle ABM$ 中求出 AM,再证明四边形 CMBN 是矩形,得 $CM=BN$ 即可解决问题.

答案:如图,作 $BN \perp CD$ 于 N, $BM \perp AC$ 于 M.

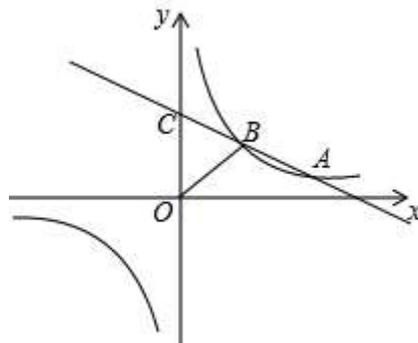


在 $RT\triangle BDN$ 中, $BD=30$, $BN:ND=1:\sqrt{3}$, $\therefore BN=15$, $DN=15\sqrt{3}$,

$\because \angle C = \angle CMB = \angle CNB = 90^\circ$, \therefore 四边形 CMBN 是矩形, $\therefore CM=BN=15$, $BM=CN=60\sqrt{3}-15\sqrt{3}=45\sqrt{3}$,

在 $RT\triangle ABM$ 中, $\tan \angle ABM = \frac{AM}{BM} = \frac{3}{5}$, $\therefore AM=27\sqrt{3}$, $\therefore AC=AM+CM=15+27\sqrt{3}$.

23. 如图,一次函数 $y=kx+b$ ($k < 0$) 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象相交于 A、B 两点,一次函数的图象与 y 轴相交于点 C,已知点 A(4, 1).



(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 连接 OB(O 是坐标原点),若 $\triangle BOC$ 的面积为 3,求该一次函数的解析式.

解析:(1)由点 A 的坐标结合反比例函数系数 k 的几何意义,即可求出 m 的值;

(2) 设点 B 的坐标为 $(n, \frac{4}{n})$,将一次函数解析式代入反比例函数解析式中,利用根与系数的关系可找出 n、k 的关系,由三角形的面积公式可表示出来 b、n 的关系,再由点 A 在一次函数图象上,可找出 k、b 的关系,联立 3 个等式为方程组,解方程组即可得出结论.

答案:(1) \because 点 A(4, 1) 在反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象上,

$\therefore m=4 \times 1=4$, \therefore 反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$.

(2) \because 点 B 在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象上, \therefore 设点 B 的坐标为 $(n, \frac{4}{n})$.

将 $y=kx+b$ 代入 $y=\frac{4}{x}$ 中, 得: $kx+b=\frac{4}{x}$, 整理得: $kx^2+bx-4=0$, $\therefore 4n=-\frac{4}{k}$, 即 $nk=-1$ ①.

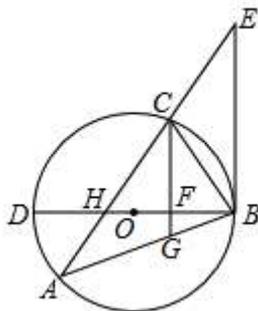
令 $y=kx+b$ 中 $x=0$, 则 $y=b$, 即点 C 的坐标为 $(0, b)$, $\therefore S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}bn=3$, $\therefore bn=6$ ②.

\because 点 A $(4, 1)$ 在一次函数 $y=kx+b$ 的图象上, $\therefore 1=4k+b$ ③.

联立①②③成方程组, 即
$$\begin{cases} nk = -1, \\ bn = 6, \\ 1 = 4k + b, \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b = 3, \\ n = 2, \end{cases} \quad \therefore \text{该一次函数的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + 3.$$

六. 本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分

24. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, BD 为 $\odot O$ 的直径, BD 与 AC 相交于点 H , AC 的延长线与过点 B 的直线相交于点 E , 且 $\angle A = \angle EBC$.



(1) 求证: BE 是 $\odot O$ 的切线;

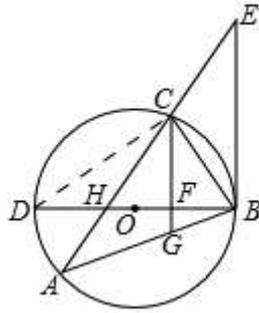
(2) 已知 $CG \parallel EB$, 且 CG 与 BD 、 BA 分别相交于点 F 、 G , 若 $BG \cdot BA=48$, $FG=\sqrt{2}$, $DF=2BF$, 求 AH 的值.

解析: (1) 欲证明 BE 是 $\odot O$ 的切线, 只要证明 $\angle EBD=90^\circ$.

(2) 由 $\triangle ABC \sim \triangle CBG$, 得 $\frac{BC}{BG} = \frac{AB}{BC}$ 求出 BC , 再由 $\triangle BFC \sim \triangle BCD$, 得 $BC^2=BF \cdot BD$ 求出 BF ,

CF , CG , GB , 再通过计算发现 $CG=AG$, 进而可以证明 $CH=CB$, 求出 AC 即可解决问题.

答案: (1) 连接 CD ,



∵BD 是直径, ∴∠BCD=90°, 即 ∠D+∠CBD=90°,
 ∵∠A=∠D, ∠A=∠EBC, ∴∠CBD+∠EBC=90°, ∴BE⊥BD, ∴BE 是 ⊙O 切线.

(2) ∵CG//EB, ∴∠BCG=∠EBC, ∴∠A=∠BCG,

∵∠CBG=∠ABC, ∴△ABC∽△CBG, ∴ $\frac{BC}{BG} = \frac{AB}{BC}$, 即 $BC^2=BG \cdot BA=48$, ∴ $BC=4\sqrt{3}$,

∵CG//EB, ∴CF⊥BD, ∴△BFC∽△BCD, ∴ $BC^2=BF \cdot BD$,

∵DF=2BF, ∴BF=4,

在 RT△BCF 中, $CF=\sqrt{BC^2-FB^2}=4\sqrt{2}$, ∴ $CG=CF+FG=5\sqrt{2}$,

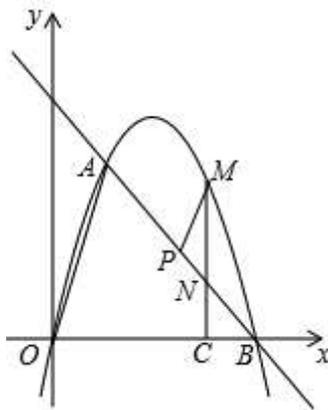
在 RT△BFG 中, $BG=\sqrt{BF^2+FG^2}=3\sqrt{2}$,

∵ $BG \cdot BA=48$, ∴ $BA=8\sqrt{2}$, 即 $AG=5\sqrt{2}$, ∴ $CG=AG$,

∴∠A=∠ACG=∠BCG, ∠CFH=∠CFB=90°, ∴∠CHF=∠CBF, ∴ $CH=CB=4\sqrt{3}$,

∵△ABC∽△CBG, ∴ $\frac{AC}{CG} = \frac{BC}{BG}$, ∴ $AC = \frac{CB \cdot CG}{BG} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$, ∴ $AH=AC-CH = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

25. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 O 为坐标原点, 直线 l 与抛物线 $y=mx^2+nx$ 相交于 A(1, $3\sqrt{3}$), B(4, 0) 两点.



(1) 求出抛物线的解析式;

(2) 在坐标轴上是否存在点 D, 使得△ABD 是以线段 AB 为斜边的直角三角形? 若存在, 求出

点D的坐标；若不存在，说明理由；

(3)点P是线段AB上一动点，(点P不与点A、B重合)，过点P作PM//OA，交第一象限内的抛物线于点M，过点M作MC⊥x轴于点C，交AB于点N，若△BCN、△PMN的面积 $S_{\triangle BCN}$ 、 $S_{\triangle PMN}$ 满足 $S_{\triangle BCN}=2S_{\triangle PMN}$ ，求出 $\frac{MN}{NC}$ 的值，并求出此时点M的坐标。

解析：(1)由A、B两点的坐标，利用待定系数法可求得抛物线解析式；

(2)分D在x轴上和y轴上，当D在x轴上时，过A作AD⊥x轴，垂足D即为所求；当D点在y轴上时，设出D点坐标为(0, d)，可分别表示出AD、BD，再利用勾股定理可得到关于d的方程，可求得d的值，从而可求得满足条件的D点坐标；

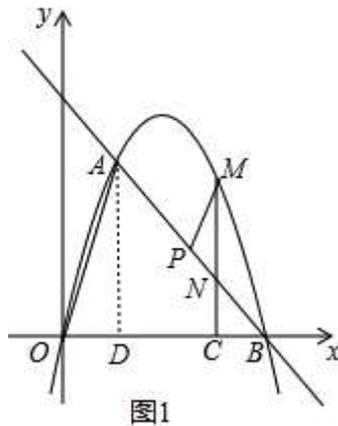
(3)过P作PF⊥CM于点F，利用Rt△ADO∽Rt△MFP以及三角函数，可用PF分别表示出MF和NF，从而可表示出MN，设BC=a，则可用a表示出CN，再利用 $S_{\triangle BCN}=2S_{\triangle PMN}$ ，可用PF表示出a的值，从而可用PF表示出CN，可求得 $\frac{MN}{NC}$ 的值；借助a可表示出M点的坐标，代入抛物线解析式可求得a的值，从而可求出M点的坐标。

答案：(1)∵A(1, 3 $\sqrt{3}$), B(4, 0)在抛物线 $y=mx^2+nx$ 的图象上，

$$\therefore \begin{cases} m+n=3\sqrt{3}, \\ 16m+4n=0, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m=-\sqrt{3}, \\ n=4\sqrt{3}, \end{cases} \therefore \text{抛物线解析式为 } y=-\sqrt{3}x^2+4\sqrt{3}x.$$

(2)存在三个点满足题意，理由如下：

当点D在x轴上时，如图1，过点A作AD⊥x轴于点D，



∵A(1, 3 $\sqrt{3}$), ∴D坐标为(1, 0)；

当点D在y轴上时，设D(0, d)，则 $AD^2=1+(3\sqrt{3}-d)^2$ ， $BD^2=4^2+d^2$ ，且 $AB^2=(4-1)^2+(3\sqrt{3})^2=36$ ，

∵△ABD是以AB为斜边的直角三角形，

$$\therefore AD^2+BD^2=AB^2, \text{ 即 } 1+(3\sqrt{3}-d)^2+4^2+d^2=36, \text{ 解得 } d=\frac{3\sqrt{3}\pm\sqrt{11}}{2},$$

∴D点坐标为 $(0, \frac{3\sqrt{3}\pm\sqrt{11}}{2})$ 或 $(0, \frac{3\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2})$ ；

综上所述可知存在满足条件的D点，其坐标为(1, 0)或 $(0, \frac{3\sqrt{3}\pm\sqrt{11}}{2})$ 或 $(0, \frac{3\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2})$ 。

(3) 如图 2, 过 P 作 $PF \perp CM$ 于点 F,

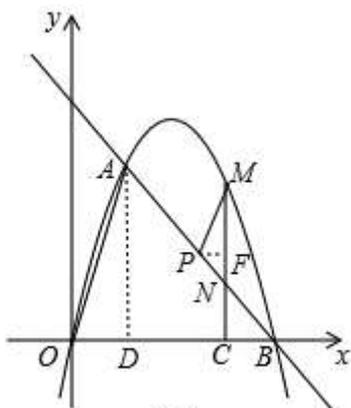


图2

$$\because PM \parallel OA, \therefore \text{Rt}\triangle ADO \sim \text{Rt}\triangle MFP, \therefore \frac{MF}{PF} = \frac{AD}{OD} = 3\sqrt{3}, \therefore MF = 3\sqrt{3} PF,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $BD=3, AD=3\sqrt{3}, \therefore \tan \angle ABD = \sqrt{3}, \therefore \angle ABD = 60^\circ$, 设 $BC=a$, 则 $CN = \sqrt{3}a$,

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle PFN \text{ 中, } \angle PNF = \angle BNC = 30^\circ, \therefore \tan \angle PNF = \frac{PF}{FN} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore FN = \sqrt{3} PF, \therefore MN = MF + FN = 4\sqrt{3} PF,$$

$$\because S_{\triangle BCN} = 2S_{\triangle PMN}, \therefore \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 = 2 \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} PF^2, \therefore a = 2\sqrt{2} PF, \therefore NC = \sqrt{3} a = 2\sqrt{6} PF,$$

$$\therefore \frac{MN}{NC} = \frac{4\sqrt{3} PF}{2\sqrt{6} PF} = \sqrt{2},$$

$$\therefore MN = \sqrt{2} NC = \sqrt{2} \times \sqrt{3} a = \sqrt{6} a, \therefore MC = MN + NC = (\sqrt{6} + \sqrt{3}) a,$$

$$\therefore M \text{ 点坐标为 } (4-a, (\sqrt{6} + \sqrt{3}) a),$$

又 M 点在抛物线上, 代入可得 $-\sqrt{3}(4-a)^2 + 4\sqrt{3}(4-a) = (\sqrt{6} + \sqrt{3}) a$,

解得 $a = 3 - \sqrt{2}$ 或 $a = 0$ (舍去), $OC = 4 - a = \sqrt{2} + 1, MC = 2\sqrt{6} + \sqrt{3}, \therefore$ 点 M 的坐标为 $(\sqrt{2} + 1, 2\sqrt{6} + \sqrt{3})$.