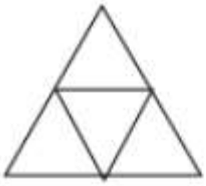
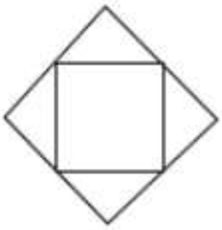
2016年黑龙江省齐齐哈尔市中考真题数学

一、单项选择题：每小题3分，共30分

1.-1是1的(　　)
A.倒数
B.相反数
C.绝对值
D.立方根
解析：根据相反数的定义：只有符号不同的两个数叫互为相反数.即a的相反数是-a.
-1是1的相反数.
答案：B.

2.下列图形中既是中心对称图形又是轴对称图形的是(　　)

A.

B.

C.

D.
解析：根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.
A、是轴对称图形.不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转180度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误；
B、是轴对称图形.不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转180度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误；
C、是轴对称图形.不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转180度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误；

D、是轴对称图形，又是中心对称图形.故此选项正确.
答案：D.

3.九年级一班和二班每班选 8 名同学进行投篮比赛，每名同学投篮 10 次，对每名同学投中的次数进行统计，甲说："一班同学投中次数为 6 个的最多"乙说："二班同学投中次数最多与最少的相差 6 个."上面两名同学的议论能反映出的统计量是(　　)
A.平均数和众数
B.众数和极差
C.众数和方差
D.中位数和极差
解析：一班同学投中次数为 6 个的最多反映出的统计量是众数，
二班同学投中次数最多与最少的相差 6 个能反映出的统计量极差.
答案：B.

4.下列算式

①$\sqrt{9}=\pm 3$；②$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}=9$；③$2^6\div 2^3=4$；④$\left(-\sqrt{2016}\right)^2=2016$；⑤$a+a=a^2$.

运算结果正确的概率是(　　)

A.$\frac{1}{5}$

B.$\frac{2}{5}$

C.$\frac{3}{5}$

D.$\frac{4}{5}$

解析：分别利用二次根式的性质以及负整数指数幂的性质、同底数幂的除法运算法则、合并同类项法则进行判断，再利用概率公式求出答案.

①$\sqrt{9}=3$，故此选项错误；

②$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}=9$，正确；

③$2^6\div 2^3=2^3=8$，故此选项错误；

④$\left(-\sqrt{2016}\right)^2=2016$，正确；

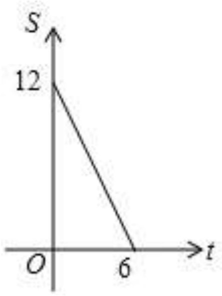
⑤$a+a=2a$，故此选项错误.

故运算结果正确的概率是：$\frac{2}{5}$.

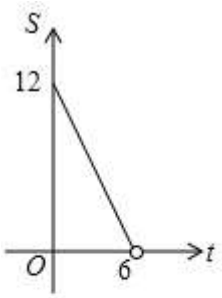
答案：B.

5.下列命题中，真命题的个数是(　　)
①同位角相等
②经过一点有且只有一条直线与这条直线平行
③长度相等的弧是等弧
④顺次连接菱形各边中点得到的四边形是矩形.
A.1个
B.2个
C.3个
D.4个
解析：两直线平行，同位角相等，所以①错误；
经过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行，所以②错误；
在同圆或等圆中，长度相等的弧是等弧，所以③选项错误；
顺次连接菱形各边中点得到的四边形是矩形，所以④正确.
答案：A.

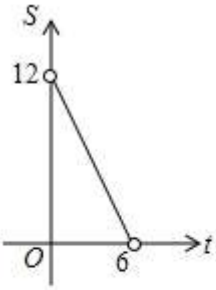
6.点P(x，y)在第一象限内，且x+y=6，点A的坐标为(4，0).设△OPA的面积为S，则下列图象中，能正确反映面积S与x之间的函数关系式的图象是(　　)



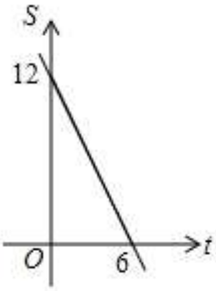
A.



B.



C.



D.

解析：∵点 P(x，y)在第一象限内，且 x+y=6，

∴y=6-x(0＜x＜6，0＜y＜6).

∵点 A 的坐标为(4，0)，

∴S=$\frac{1}{2}$×4×(6-x)=12-2x(0＜x＜6)，

∴C 符合.

答案：C.

7.若关于 x 的分式方程$\frac{x}{x-2}=2-\frac{m}{2-x}$的解为正数，则满足条件的正整数 m 的值为(　　)

A.1，2，3

B.1，2

C.1，3

D.2，3

解析：等式的两边都乘以(x-2)，得

x=2(x-2)+m，

解得 x=4-m，

x=4-m≠2，

由关于 x 的分式方程$\frac{x}{x-2}=2-\frac{m}{2-x}$的解为正数，得

m=1，m=3.

答案：C.

8.足球比赛规定：胜一场得 3 分，平一场得 1 分，负一场得 0 分.某足球队共进行了 6 场比赛，得了 12 分，该队获胜的场数可能是(　　)

A. 1 或 2
B. 2 或 3
C. 3 或 4
D. 4 或 5
解析：设该队胜 x 场，平 y 场，则负(6-x-y)场，

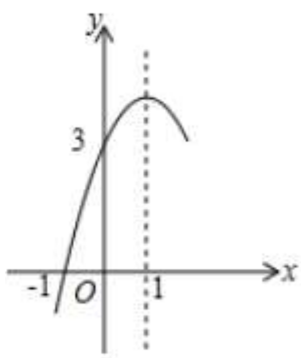
根据题意，得：3x+y=12，即：$x=\frac{12-y}{3}$，

∵x、y 均为非负整数，且 x+y≤6，
∴当 y=0 时，x=4；当 y=3 时，x=3；
即该队获胜的场数可能是 3 场或 4 场.
答案：C.

9. 如图是由一些完全相同的小正方体搭成的几何体的主视图和左视图，组成这个几何体的小正方体的个数最少是(　　)

A. 5 个
B. 6 个
C. 7 个
D. 8 个
解析：由题中所给出的主视图知物体共 2 列，且都是最高两层；由左视图知共行，所以小正方体的个数最少的几何体为：第一列第一行 1 个小正方体，第一列第二行 2 个小正方体，第二列第三行 2 个小正方体，其余位置没有小正方体. 即组成这个几何体的小正方体的个数最少为：1+2+2=5 个.
答案：A.

10. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的对称轴为直线 x=1，与 x 轴的一个交点坐标为(-1，0)，其部分图象如图所示，下列结论：



①$4ac<b^2$；
②方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根是 $x_1=-1$，$x_2=3$；
③3a+c＞0

④当 $y>0$ 时，x 的取值范围是 $-1\leq x<3$
⑤当 $x<0$ 时，y 随 x 增大而增大
其中结论正确的个数是(　　)
A.4 个
B.3 个
C.2 个
D.1 个
解析：∵抛物线与 x 轴有 2 个交点，
∴$b^2-4ac>0$，所以①正确；
∵抛物线的对称轴为直线 $x=1$，
而点(-1，0)关于直线 $x=1$ 的对称点的坐标为(3，0)，
∴方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根是 $x_1=-1$，$x_2=3$，所以②正确；
∵ $x=-\frac{b}{2a}=1$，即 $b=-2a$，
而 $x=-1$ 时，$y<0$，即 $a-b+c<0$，
∴$a+2a+c<0$，所以③错误；
∵抛物线与 x 轴的两点坐标为(-1，0)，(3，0)，
∴当 $-1<x<3$ 时，$y>0$，所以④错误；
∵抛物线的对称轴为直线 $x=1$，
∴当 $x<1$ 时，y 随 x 增大而增大，所以⑤正确.
∴结论正确的个数是 3 个.
答案：B.

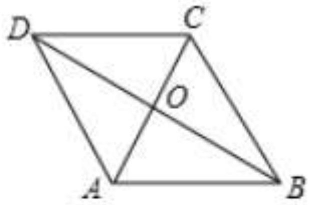
二、填空题：每小题 3 分，共 27 分

11.某种电子元件的面积大约为 0.00000069 平方毫米，将 0.00000069 这个数用科学记数法表示为_____.
解析：对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a\times10^{-n}$，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.
$0.00000069=6.9\times10^{-7}$.
答案：6.9×10^{-7}.

12.在函数 $y=\frac{\sqrt{3x+1}}{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.
解析：由题意，得
$3x+1\geq0$ 且 $x-2\neq0$，
解得 $x\geq-\frac{1}{3}$，且 $x\neq2$.

答案：$x\geq-\frac{1}{3}$，且 $x\neq2$.

13.如图，平行四边形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，请你添加一个适当的条件____使其成为菱形(只填一个即可).



解析：如图，平行四边形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，添加一个适当的条件为：AC⊥BD 或∠AOB=90°或 AB=BC 使其成为菱形.

答案：AC⊥BD 或∠AOB=90°或 AB=BC

14.一个侧面积为 $16\sqrt{2}\pi cm^2$ 的圆锥，其主视图为等腰直角三角形，则这个圆锥的高为_cm.

解析：设底面半径为 r，母线为 l，

∵主视图为等腰直角三角形，

∴$2r=\sqrt{2}l$，

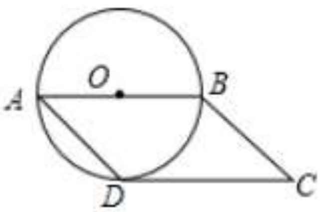
∴侧面积 S 侧=$\pi rl=2\pi r^2=16\sqrt{2}\pi cm^2$，

解得 r=4，$l=4\sqrt{2}$，

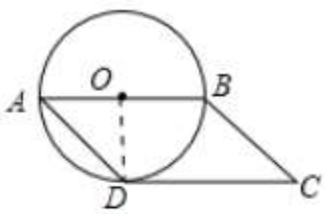
∴圆锥的高 h=4cm.

答案：4.

15.如图，若以平行四边形一边 AB 为直径的圆恰好与对边 CD 相切于点 D，则∠C=____度.



解析：连接 OD.



∵CD 是⊙O 切线，

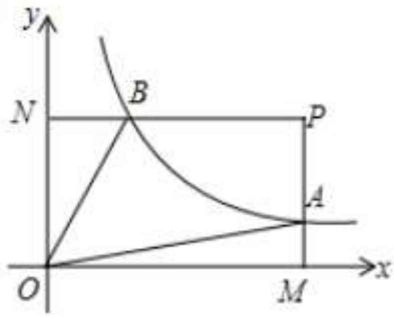
∴OD⊥CD，

∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AB∥CD，

∴AB⊥OD，
∴∠AOD=90°，
∵OA=OD，
∴∠A=∠ADO=45°，
∴∠C=∠A=45°.
答案：45.

16.如图，已知点P(6，3)，过点P作PM⊥x轴于点M，PN⊥y轴于点N，反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象交PM于点A，交PN于点B.若四边形OAPB的面积为12，则k=___.



解析：∵点P(6，3)，
∴点A的横坐标为6，点B的纵坐标为3，

代入反比例函数$y=\frac{k}{x}$得，

点A的纵坐标为$\frac{k}{6}$，点B的横坐标为$\frac{k}{3}$，

即AM=$\frac{k}{6}$，NB=$\frac{k}{3}$，

∵$S_{四边形OAPB}$=12，
即$S_{矩形OMPN}-S_{\triangle OAM}-S_{\triangle NBO}$=12，

$$6\times3-\frac{1}{2}\times6\times\frac{k}{6}-\frac{1}{2}\times3\times\frac{k}{3}=12,$$

解得：k=6.
答案：6.

17.有一面积为$5\sqrt{3}$的等腰三角形，它的一个内角是30°，则以它的腰长为边的正方形的面积为_____.
解析：如图1中，当∠A=30°，AB=AC时，设AB=AC=a，
作BD⊥AC于D，∵∠A=30°，

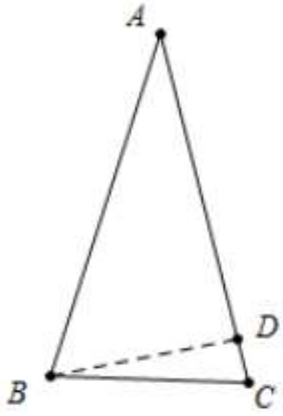


图1

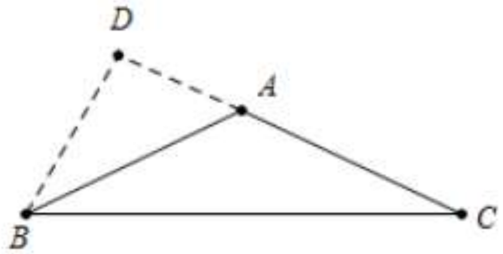


图2

$\therefore BD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}a$，

$\therefore \frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{1}{2}a=5\sqrt{3}$，

$\therefore a^2=20\sqrt{3}$，

∴△ABC 的腰长为边的正方形的面积为 $20\sqrt{3}$.

如图 2 中，当∠ABC=30°，AB=AC 时，作 BD⊥CA 交 CA 的延长线于 D，设 AB=AC=a，
∵AB=AC，
∴∠ABC=∠C=30°，
∴∠BAC=120°，∠BAD=60°，
在 RT△ABD 中，∵∠D=90°，∠BAD=60°，

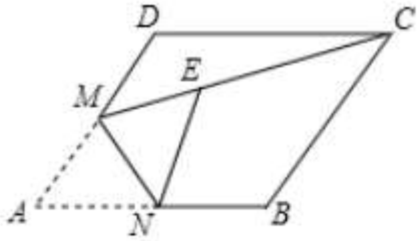
$\therefore BD=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，

$\therefore \frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a=5\sqrt{3}$，

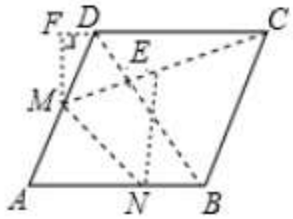
∴a^2=20，
∴△ABC 的腰长为边的正方形的面积为 20.

答案：20$\sqrt{3}$或 20.

18.如图，在边长为 2 的菱形 ABCD 中，∠A=60°，点 M 是 AD 边的中点，连接 MC，将菱形 ABCD 翻折，使点 A 落在线段 CM 上的点 E 处，折痕交 AB 于点 N，则线段 EC 的长为____.



解析：如图所示：过点 M 作 MF⊥DC 于点 F，



∵在边长为 2 的菱形 ABCD 中，∠A=60°，M 为 AD 中点，

∴2MD=AD=CD=2，∠FDM=60°，

∴∠FMD=30°，

∴ $FD=\frac{1}{2}MD=\frac{1}{2}$，

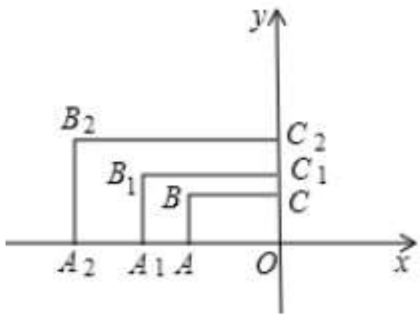
∴FM=DM×cos30°=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴ $MC=\sqrt{FM^2+CF^2}=\sqrt{7}$，

∴EC=MC-ME=$\sqrt{7}-1$.

答案：$\sqrt{7}-1$.

19.如图，在平面直角坐标系中，矩形 AOCB 的两边 OA、OC 分别在 x 轴和 y 轴上，且 OA=2，OC=1.在第二象限内，将矩形 AOCB 以原点 O 为位似中心放大为原来的$\frac{3}{2}$倍，得到矩形 $A_1OC_1B_1$，再将矩形 $A_1OC_1B_1$ 以原点 O 为位似中心放大$\frac{3}{2}$倍，得到矩形 $A_2OC_2B_2$…，以此类推，得到的矩形 $A_nOC_nB_n$ 的对角线交点的坐标为_____.



解析：∵在第二象限内，将矩形 AOCB 以原点 O 为位似中心放大为原来的 32 倍，

∴矩形 $A_1OC_1B_1$ 与矩形 AOCB 是位似图形，点 B 与点 B_1 是对应点，

∵OA=2，OC=1.

∵点 B 的坐标为(-2，1)，

∴点 B_1 的坐标为$(-2\times\frac{3}{2}$，$1\times\frac{3}{2})$，

∵将矩形 $A_1OC_1B_1$ 以原点 O 为位似中心放大$\frac{3}{2}$倍，得到矩形 $A_2OC_2B_2$…，

∴$B_2(-2\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}$，$1\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2})$，

∴$B_n(-2\times\frac{3^n}{2^n}$，$1\times\frac{3^n}{2^n})$，

∵矩形 $A_nOC_nB_n$ 的对角线交点$(-2\times\frac{3^n}{2^n}\times\frac{1}{2}$，$1\times\frac{3^n}{2^n}\times\frac{1}{2})$，即$(-\frac{3^n}{2^n}$，$\frac{3^n}{2^{n+1}})$，

答案：$(-\frac{3^n}{2^n}$，$\frac{3^n}{2^{n+1}})$.

三、解答题：共 63 分

20.先化简，再求值：$\left(1-\frac{2}{x}\right)\div\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}-\frac{x+4}{x+2}$，其中 $x^2+2x-15=0$.

解析：先算括号里面的，再算除法，最后算减法，根据 x2+2x-15=0 得出 x2+2x=15，代入代数式进行计算即可.

答案：原式$=\frac{x-2}{x}\cdot\frac{x+2}{x-2}-\frac{x+4}{x+2}$

$=\dfrac{x+2}{x}-\dfrac{x+4}{x+2}$

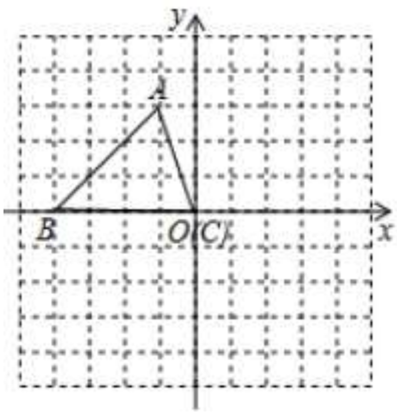
$=\dfrac{4}{x^2+2x}$

∵$x^2+2x-15=0$，

∴$x^2+2x=15$，

∴原式$=\dfrac{4}{15}$.

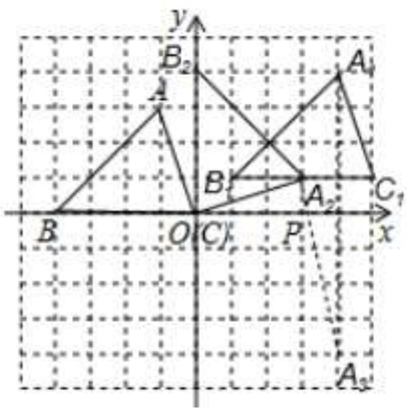
21.如图，平面直角坐标系内，小正方形网格的边长为 1 个单位长度，△ABC 的三个顶点的坐标分别为 A(-1，3)，B(-4，0)，C(0，0)



(1)画出将△ABC 向上平移 1 个单位长度，再向右平移 5 个单位长度后得到的$\triangle A_1B_1C_1$.

解析：(1)分别将点 A、B、C 向上平移 1 个单位，再向右平移 5 个单位，然后顺次连接.

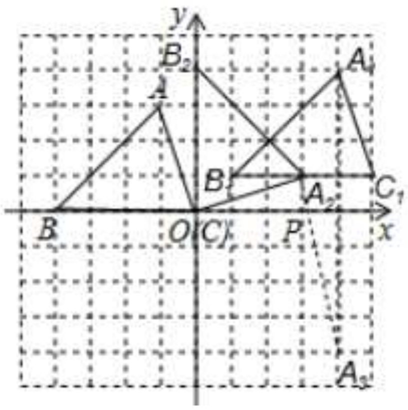
答案：(1)如图所示，$\triangle A_1B_1C_1$为所求做的三角形；



(2)画出将△ABC 绕原点 O 顺时针方向旋转 90°得到$\triangle A_2B_2O$.

解析：(2)根据网格结构找出点 A、B、C 以点 O 为旋转中心顺时针旋转 90°后的对应点，然后顺次连接即可.

答案：(2)如图所示，$\triangle A_2B_2O$为所求做的三角形；

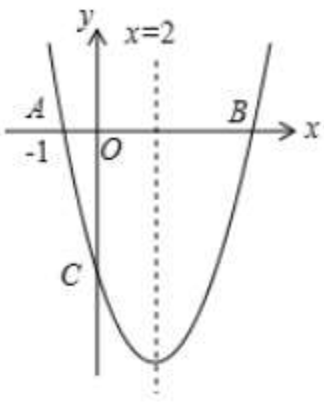


(3)在 x 轴上存在一点 P，满足点 P 到 A_1 与点 A_2 距离之和最小，请直接写出 P 点的坐标.
解析：(3)利用最短路径问题解决，首先作 A_1 点关于 x 轴的对称点 A_3，再连接 A_2A_3 与 x 轴的交点即为所求.
答案：(3)∵A_2 坐标为(3，1)，A_3 坐标为(4，-4)，
∴A_2A_3 所在直线的解析式为：y=-5x+16，

令 y=0，则 $x=\dfrac{16}{5}$，

∴P 点的坐标($\dfrac{16}{5}$，0).

22.如图，对称轴为直线 x=2 的抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A 和点 B，与 y 轴交于点 C，且点 A 的坐标为(-1，0)



(1)求抛物线的解析式.
解析：(1)利用对称轴方程可求得 b，把点 A 的坐标代入可求得 c，可求得抛物线的解析式.

答案：(1)由 A(-1，0)，对称轴为 x=2，可得 $\begin{cases}-\dfrac{b}{2}=2\\1-b+c=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}b=-4\\c=-5\end{cases}$，

∴抛物线解析式为 $y=x^2-4x-5$.

(2)直接写出B、C两点的坐标.

解析：(2)根据A、B关于对称轴对称可求得点B的坐标，利用抛物线的解析式可求得B点坐标.

答案：(2)由A点坐标为(-1，0)，且对称轴方程为x=2，可知AB=6，

∴OB=5，

∴B点坐标为(5，0)，

∵$y=x^2-4x-5$，

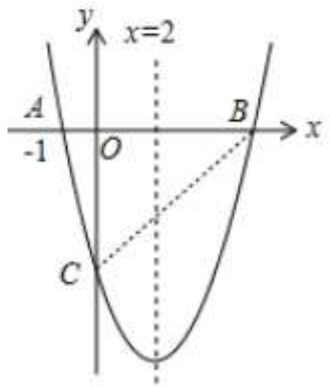
∴C点坐标为(0，-5).

(3)求过O，B，C三点的圆的面积.(结果用含π的代数式表示)

注：二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的顶点坐标为($-\frac{b}{2a}$，$\frac{4ac-b^2}{4a}$)

解析：(3)根据B、C坐标可求得BC长度，由条件可知BC为过O、B、C三点的圆的直径，可求得圆的面积.

答案：(3)如图，连接BC，则△OBC是直角三角形，



∴过O、B、C三点的圆的直径是线段BC的长度，

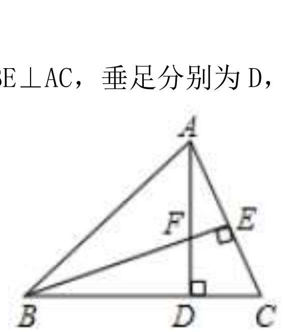
在Rt△OBC中，OB=OC=5，

∴$BC=5\sqrt{2}$，

∴圆的半径为$\frac{5\sqrt{2}}{2}$，

∴圆的面积为$\pi\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{25}{2}\pi$.

23.如图，在△ABC中，AD⊥BC，BE⊥AC，垂足分别为D，E，AD与BE相交于点F.



(1)求证：△ACD∽△BFD.

解析：(1)由∠C+∠DBF=90°，∠C+∠DAC=90°，推出∠DBF=∠DAC，由此即可证明.

答案：(1)∵AD⊥BC，BE⊥AC，

∴∠BDF=∠ADC=∠BEC=90°，

∴∠C+∠DBF=90°，∠C+∠DAC=90°，

∴∠DBF=∠DAC，

∴△ACD∽△BFD.

(2)当 tan∠ABD=1，AC=3 时，求 BF 的长.

解析：(2)先证明 AD=BD，由△ACD∽△BFD，得 $\frac{AC}{BF}=\frac{AD}{BD}=1$，即可解决问题.

答案：(2)∵tan∠ABD=1，∠ADB=90°

∴ $\frac{AD}{BD}=1$，

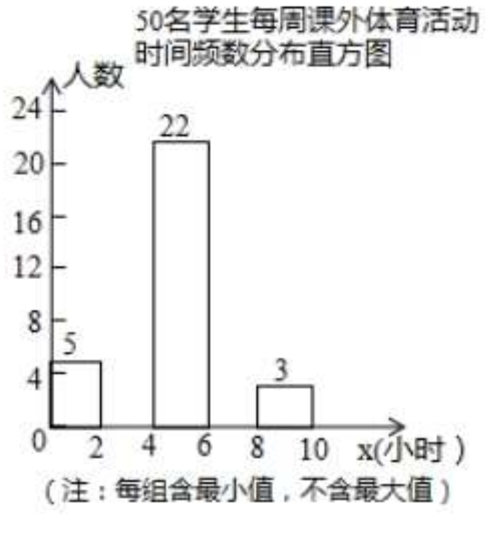
∴AD=BD，

∵△ACD∽△BFD，

∴ $\frac{AC}{BF}=\frac{AD}{BD}=1$，

∴BF=AC=3.

24.为增强学生体质，各学校普遍开展了阳光体育活动，某校为了解全校 1000 名学生每周课外体育活动时间的情况，随机调查了其中的 50 名学生，对这 50 名学生每周课外体育活动时间 x(单位：小时)进行了统计.根据所得数据绘制了一幅不完整的统计图，并知道每周课外体育活动时间在 6≤x＜8 小时的学生人数占 24%.根据以上信息及统计图解答下列问题：

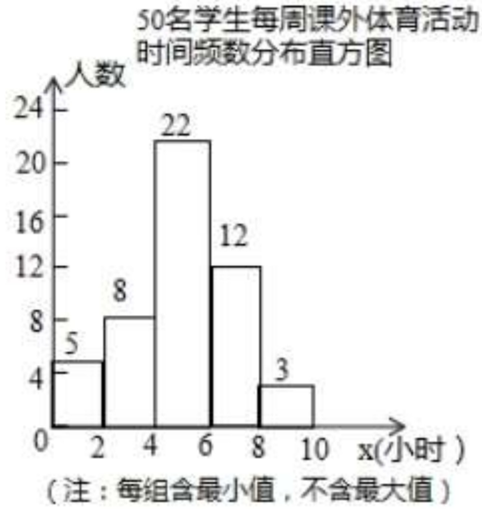


(1)本次调查属于_____调查，样本容量是_____.

解析：(1)根据题目中的信息可知本次调查为抽样调查，也可以得到样本容量.

由题意可得，
本次调查属于抽样调查，样本容量是 50.
答案：(1)抽样，50.

(2)请补全频数分布直方图中空缺的部分.
解析：(2)根据每周课外体育活动时间在 $6\leq x<8$ 小时的学生人数占 24%，可以求得每周课外体育活动时间在 $6\leq x<8$ 小时的学生人数，从而可以求得 $2\leq x<4$ 的学生数，从而可以将条形统计图补充完整.
答案：(2)由题意可得，
每周课外体育活动时间在 $6\leq x<8$ 小时的学生有：50×24%=12(人)，
则每周课外体育活动时间在 $2\leq x<4$ 小时的学生有：50-5-22-12-3=8(人)，
补全的频数分布直方图如右图所示.



(3)求这 50 名学生每周课外体育活动时间的平均数.
解析：(3)根据条形统计图可以得到这 50 名学生每周课外体育活动时间的平均数.
答案：(3)由题意可得，

$$\frac{1\times5+3\times8+5\times22+7\times12+9\times3}{50}=5，$$

即这 50 名学生每周课外体育活动时间的平均数是 5.

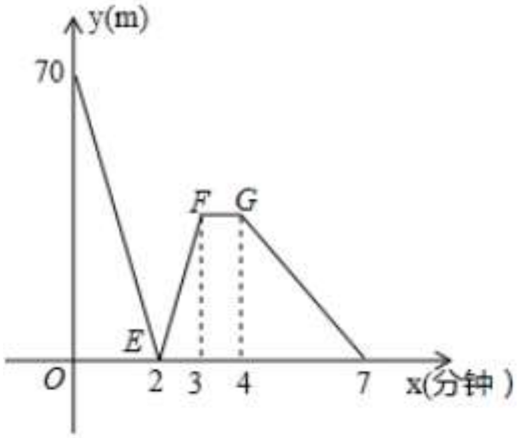
(4)估计全校学生每周课外体育活动时间不少于 6 小时的人数.
解析：(4)根据条形统计图，可以估计全校学生每周课外体育活动时间不少于 6 小时的人数.
答案：(4)由题意可得，

全校学生每周课外体育活动时间不少于 6 小时的学生有：$1000\times\frac{12+3}{50}$=300(人)，

即全校学生每周课外体育活动时间不少于 6 小时的学生有 300 人.

25.有一科技小组进行了机器人行走性能试验，在试验场地有 A、B、C 三点顺次在同一笔直的赛道上，甲、乙两机器人分别从 A、B 两点同时同向出发，历时 7 分钟同时到达 C 点，乙

机器人始终以 60 米/分的速度行走，如图是甲、乙两机器人之间的距离 y(米)与他们的行走时间 x(分钟)之间的函数图象，请结合图象，回答下列问题：



(1)A、B 两点之间的距离是_____米，甲机器人前 2 分钟的速度为_____米/分.
解析：(1)结合图象得到 A、B 两点之间的距离，甲机器人前 2 分钟的速度.
由图象可知，A、B 两点之间的距离是 70 米，
甲机器人前 2 分钟的速度为：(70+60×2)÷2=95 米/分.
答案：(1)70；95.

(2)若前 3 分钟甲机器人的速度不变，求线段 EF 所在直线的函数解析式.
解析：(2)根据题意求出点 F 的坐标，利用待定系数法求出 EF 所在直线的函数解析式.
答案：(2)设线段 EF 所在直线的函数解析式为：y=kx+b，
∵1×(95-60)=35，
∴点 F 的坐标为(3，35)，

则$\begin{cases}2k+b=0\\3k+b=35\end{cases}$，

解得，$\begin{cases}k=35\\b=70\end{cases}$，

∴线段 EF 所在直线的函数解析式为 y=35x-70.

(3)若线段 FG∥x 轴，则此段时间，甲机器人的速度为_____米/分.
根据一次函数的图象和性质解答.
∵线段 FG∥x 轴，
∴甲、乙两机器人的速度都是 60 米/分.
解析：(3)60.

(4)求 A、C 两点之间的距离.
解析：(4)根据速度和时间的关系计算即可.
答案：(4)A、C 两点之间的距离为 70+60×7=490 米.

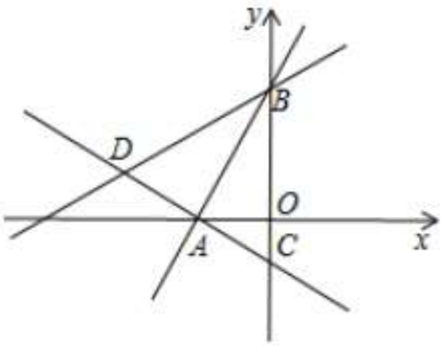
(5)直接写出两机器人出发多长时间相距 28 米.

解析：(5)分前 2 分钟、2 分钟-3 分钟、4 分钟-7 分钟三个时间段解答.
答案：(5)设前 2 分钟，两机器人出发 xs 相距 28 米，
由题意得，60x+70-95x=28，
解得，x=1.2，
前 2 分钟-3 分钟，两机器人相距 28 米时，
35x-70=28，
解得，x=2.8.
4 分钟-7 分钟，直线 GH 经过点(4，35)和点(7，0)，

则直线 GH 的方程为 $y=-\frac{35}{3}x+\frac{245}{3}$，

当 y=28 时，解得 x=4.6，
答：两机器人出发 1.2 分或 2.8 分或 4.6 分相距 28 米.

26.如图所示，在平面直角坐标系中，过点 A($-\sqrt{3}$，0)的两条直线分别交 y 轴于 B、C 两点，且 B、C 两点的纵坐标分别是一元二次方程 $x^2-2x-3=0$ 的两个根.



(1)求线段 BC 的长度.
解析：(1)解出方程后，即可求出 B、C 两点的坐标，即可求出 BC 的长度.
答案：(1)∵$x^2-2x-3=0$，
∴x=3 或 x=-1，
∴B(0，3)，C(0，-1)，
∴BC=4.

(2)试问：直线 AC 与直线 AB 是否垂直？请说明理由.
解析：(2)由 A、B、C 三点坐标可知 $OA^2=OC\cdot OB$，所以可证明△AOC∽△BOA，利用对应角相等即可求出∠CAB=90°.

答案：(2)∵A($-\sqrt{3}$，0)，B(0，3)，C(0，-1)，

∴OA=$\sqrt{3}$，OB=3，OC=1，

∴$OA^2=OB\cdot OC$，
∵∠AOC=∠BOA=90°，
∴△AOC∽△BOA，

∴∠CAO=∠ABO，
∴∠CAO+∠BAO=∠ABO+∠BAO=90°，
∴∠BAC=90°，
∴AC⊥AB.

(3)若点D在直线AC上，且DB=DC，求点D的坐标.
解析：(3)容易求得直线AC的解析式，由DB=DC可知，点D在BC的垂直平分线上，所以D的纵坐标为1，将其代入直线AC的解析式即可求出D的坐标.
答案：(3)设直线AC的解析式为y=kx+b，

把A($-\sqrt{3}$，0)和C(0，-1)代入y=kx+b，

∴$\begin{cases}-1=b\\0=-\sqrt{3}k+b\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\\b=-1\end{cases}$，

∴直线AC的解析式为：$y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x-1$，

∵DB=DC，
∴点D在线段BC的垂直平分线上，
∴D的纵坐标为1，

∴把y=1代入$y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x-1$，

∴$x=-2\sqrt{3}$，

∴D的坐标为($-2\sqrt{3}$，1).

(4)在(3)的条件下，直线BD上是否存在点P，使以A、B、P三点为顶点的三角形是等腰三角形？若存在，请直接写出P点的坐标；若不存在，请说明理由.
解析：(4)A、B、P三点为顶点的三角形是等腰三角形，可分为以下三种情况：①AB=AP；②AB=BP；③AP=BP；然后分别求出P的坐标即可.
答案：(4)设直线BD的解析式为：y=mx+n，直线BD与x轴交于点E，

把B(0，3)和D($-2\sqrt{3}$，1)代入y=mx+n，

∴$\begin{cases}n=3\\1=-2\sqrt{3}m+n\end{cases}$，

解得$\begin{cases} m=\dfrac{\sqrt{3}}{3} \\ n=3 \end{cases}$，

∴直线 BD 的解析式为：$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+3$，

令 y=0 代入$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+3$，

∴$x=-3\sqrt{3}$，

∴E($-3\sqrt{3}$，0)，

∴$OE=3\sqrt{3}$，

∴$tan\angle BEC=\dfrac{OB}{OE}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

∴∠BEO=30°，

同理可求得：∠ABO=30°，

∴∠ABE=30°，

当 PA=AB 时，如图 1，

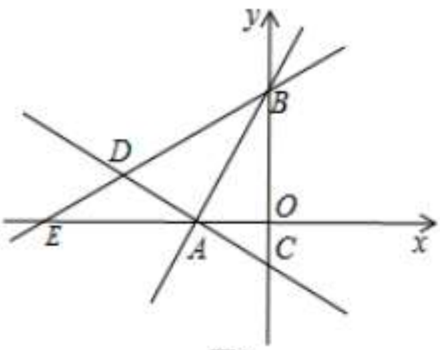


图1

此时，∠BEA=∠ABE=30°，

∴EA=AB，

∴P 与 E 重合，

∴P 的坐标为($-3\sqrt{3}$，0)，

当 PA=PB 时，如图 2，

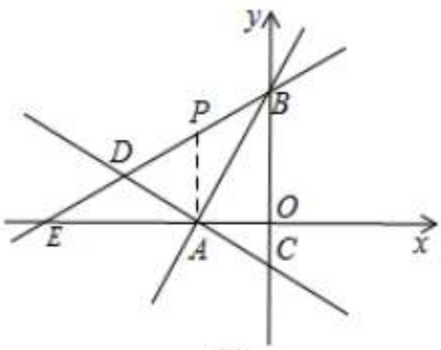


图2

此时，∠PAB=∠PBA=30°，

∵∠ABE=∠ABO=30°，

∴∠PAB=∠ABO，

∴PA∥BC，

∴∠PAO=90°，

∴点 P 的横坐标为$-\sqrt{3}$，

令$x=-\sqrt{3}$代入$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+3$，

∴y=2，

∴P($-\sqrt{3}$，2)，

当 PB=AB 时，如图 3，

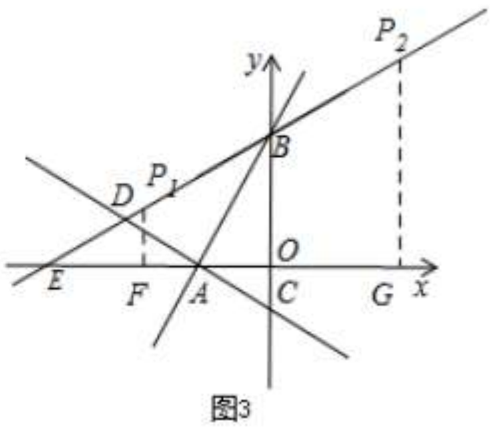


图3

∴由勾股定理可求得：AB=2$\sqrt{3}$，EB=6，

若点 P 在 y 轴左侧时，记此时点 P 为 P1，

过点 P_1作 P1F⊥x 轴于点 F，

∴P_1B=AB=2$\sqrt{3}$，

∴$EP_1=6-2\sqrt{3}$，

$\therefore sin\angle BEO=\frac{FP_1}{EP_1}$，

$\therefore FP_1=3-\sqrt{3}$，

令 $y=3-\sqrt{3}$ 代入 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+3$，

∴x=-3，

∴P_1(-3，$3-\sqrt{3}$)，

若点 P 在 y 轴的右侧时，记此时点 P 为 P_2，
过点 P_2 作 $P_2G\perp x$ 轴于点 G，

∴$P_2B=AB=2\sqrt{3}$，

$\therefore EP_2=6+2\sqrt{3}$，

$\therefore sin\angle BEO=\frac{GP_2}{EP_2}$，

$\therefore GP_2=3+\sqrt{3}$，

令 $y=3+\sqrt{3}$ 代入 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+3$，

∴x=3，

∴P_2(3，$3+\sqrt{3}$)，

综上所述，当 A、B、P 三点为顶点的三角形是等腰三角形时，点 P 的坐标为($-3\sqrt{3}$，0)，($-\sqrt{3}$，2)，(-3，$3-\sqrt{3}$)，(3，$3+\sqrt{3}$).