2016年普通高等学校招生全国统一考试(四川卷)数学文

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分.在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的.

1.设i为虚数单位，则复数$(1+i)^2$=(　　)

A.0

B.2

C.2i

D.2+2i

解析：$(1+i)^2=1+i^2+2i=1-1+2i=2i$.

答案：C.

2.设集合A={x|1≤x≤5}，Z为整数集，则集合A∩Z中元素的个数是(　　)

A.6

B.5

C.4

D.3

解析：∵集合A={x|1≤x≤5}，Z为整数集，则集合A∩Z={1，2，3，4，5}.∴集合A∩Z中元素的个数是5.

答案：B.

3.抛物线$y^2=4x$的焦点坐标是(　　)

A.(0，2)

B.(0，1)

C.(2，0)

D.(1，0)

解析：抛物线$y^2=4x$的焦点坐标是(1，0).

答案：D

4.为了得到函数$y=\sin(x+\frac{\pi}{3})$的图象，只需把函数y=sinx的图象上所有的点(　　)

A.向左平行移动$\frac{\pi}{3}$个单位长度

B.向右平行移动$\frac{\pi}{3}$个单位长度

C.向上平行移动$\frac{\pi}{3}$个单位长度

D.向下平行移动$\frac{\pi}{3}$个单位长度

解析：由已知中平移前函数解析式为y=sinx，

平移后函数解析式为：$y=\sin(x+\frac{\pi}{3})$，可得平移量为向左平行移动$\frac{\pi}{3}$个单位长度.

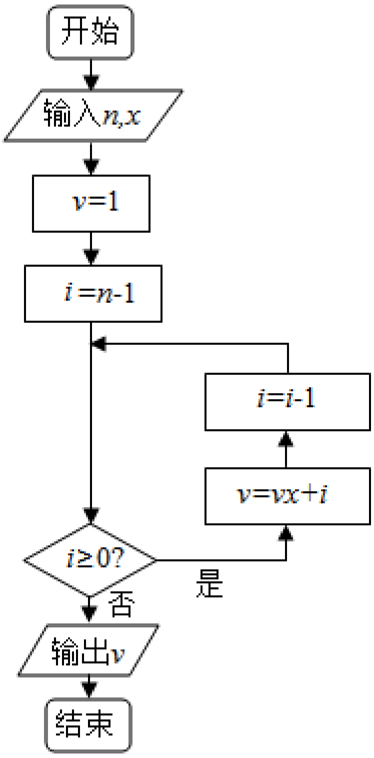
答案：A

5.设 p：实数 x，y 满足 x＞1 且 y＞1，q：实数 x，y 满足 x+y＞2，则 p 是 q 的(　　)
A.充分不必要条件
B.必要不充分条件
C.充要条件
D.既不充分也不必要条件
解析：由 x＞1 且 y＞1，可得：x+y＞2，反之不成立：例如取 x=3，y=$\frac{1}{2}$.
∴p 是 q 的充分不必要条件.
答案：A

6.已知 a 为函数 $f(x)=x^3-12x$ 的极小值点，则 a=(　　)
A.-4
B.-2
C.4
D.2
解析：$f'(x)=3x^2-12$；
∴x＜-2 时，f′(x)＞0，-2＜x＜2 时，f′(x)＜0，x＞2 时，f′(x)＞0；
∴x=2 是 f(x)的极小值点；
又 a 为 f(x)的极小值点，∴a=2.
答案：D

7.某公司为激励创新，计划逐年加大研发资金投入.若该公司 2015 年全年投入研发资金 130 万元，在此基础上，每年投入的研发资金比上一年增长 12%，则该公司全年投入的研发资金开始超过 200 万元的年份是(　　)(参考数据：lg1.12=0.05，lg1.3=0.11，lg2=0.30)
A.2018 年
B.2019 年
C.2020 年
D.2021 年
解析：设第 n 年开始超过 200 万元，
则 $130\times(1+12\%)^{n-2015}>200$，
化为：(n-2015)lg1.12＞lg2-lg1.3，
$n-2015>\frac{0.30-0.11}{0.05}=3.8$.
取 n=2019.
因此开始超过 200 万元的年份是 2019 年.
答案：B.

8. 秦九韶是我国南宋时期的数学家，普州(现四川省安岳县)人，他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法，至今仍是比较先进的算法.如图所示的程序框图给出了利用秦九韶算法求多项式值的一个实例，若输入 n，x 的值分别为 3，2，则输出 v 的值为(　　)

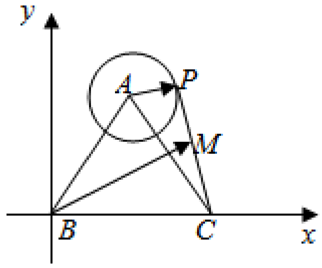


A. 35
B. 20
C. 18
D. 9
解析：∵输入的 x=2，n=3，
故 v=1，i=2，满足进行循环的条件，v=4，i=1，
满足进行循环的条件，v=9，i=0，
满足进行循环的条件，v=18，i=-1
不满足进行循环的条件，
故输出的 v 值为：18.
答案：C

9. 已知正三角形 ABC 的边长为 $2\sqrt{3}$，平面 ABC 内的动点 P，M 满足 $|\overrightarrow{AP}|=1$，$\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{MC}$，则 $|\overrightarrow{BM}|^2$ 的最大值是（　　）

A. $\dfrac{43}{4}$
B. $\dfrac{49}{4}$
C. $\dfrac{37+6\sqrt{3}}{4}$
D. $\dfrac{37+2\sqrt{33}}{4}$

解析：如图所示，建立直角坐标系.



B(0，0)，C($2\sqrt{3}$，0)，A($\sqrt{3}$，3).

∵M 满足|$\overrightarrow{AP}$|=1，

∴点 M 的轨迹方程为：$(x-\sqrt{3})^2+(y-3)^2=1$，

令 $x=\sqrt{3}+\cos\theta$，$y=3+\sin\theta$，$\theta\in[0，2\pi)$.

又 $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{MC}$，则 M($\frac{3}{2}\sqrt{3}+\frac{1}{2}\cos\theta$，$\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\sin\theta$)，

∴$|\overrightarrow{BM}|^2=(\frac{3}{2}\sqrt{3}+\frac{1}{2}\cos\theta)^2+(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\sin\theta)^2=\frac{37}{4}+3\sin(\theta+\frac{\pi}{3})\leqslant\frac{49}{4}$.

∴$|\overrightarrow{BM}|^2$的最大值是 $\frac{49}{4}$.

答案：B

10. 设直线 l_1，l_2分别是函数 $f(x)=\begin{cases}-\ln x, 0<x<1,\\ \ln x,\ x>1,\end{cases}$ 图象上点 P_1，P_2处的切线，l_1与 l_2垂直相交于点 P，且 l_1，l_2分别与 y 轴相交于点 A，B，则△PAB 的面积的取值范围是(　　)

A. (0，1)

B. (0，2)

C. (0，+∞)

D. (1，+∞)

解析：设 $P_1(x_1，y_1)$，$P_2(x_2，y_2)$ $(0<x_1<1<x_2)$，

当 $0<x<1$ 时，$f'(x)=-\frac{1}{x}$，当 $x>1$ 时，$f'(x)=\frac{1}{x}$，

∴l_1的斜率 $k_1=-\frac{1}{x_1}$，l_2的斜率 $k_2=\frac{1}{x_2}$，

∵l_1与 l_2垂直，且 $x_2>x_1>0$，∴$k_1\cdot k_2=-\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2}=-1$，即 $x_1x_2=1$.

直线 l_1：$y=-\frac{1}{x_1}(x-x_1)-\ln x_1$，$l_2$：$y=\frac{1}{x_2}(x-x_2)+\ln x_2$.

取 x=0 分别得到 A(0，1-lnx_1)，B(0，-1+lnx_2)，

|AB|=|1-lnx_1-(-1+lnx_2)|=|2-(lnx_1+lnx_2)|=|2-lnx_1x_2|=2.

联立两直线方程可得交点 P 的横坐标为 x=$\dfrac{2x_1x_2}{x_1+x_2}$，

∴$S_{\triangle PAB}=\dfrac{1}{2}|AB|\cdot|x_P|=\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{2x_1x_2}{x_1+x_2}=\dfrac{2}{x_1+x_2}=\dfrac{2}{x_1+\dfrac{1}{x_1}}$.

∵函数 y=x+$\dfrac{1}{x}$在(0，1)上为减函数，且 0＜x_1＜1，

∴$x_1+\dfrac{1}{x_1}$＞1+1=2，则 0＜$\dfrac{1}{x_1+\dfrac{1}{x_1}}$＜$\dfrac{1}{2}$，∴0＜$\dfrac{2}{x_1+\dfrac{1}{x_1}}$＜1.

∴△PAB 的面积的取值范围是(0，1).

答案：A.

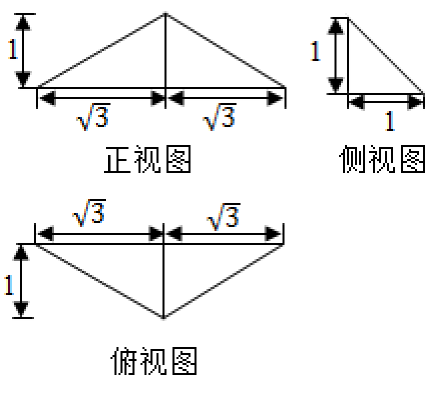
二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 25 分.

11.sin750°=__________.

解析：sin750°=sin(2×360°+30°)=sin30°=$\dfrac{1}{2}$.

答案：$\dfrac{1}{2}$.

12.已知某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积是__________.



解析：由三视图可知几何体为三棱锥，底面为俯视图三角形，底面积 S=$\dfrac{1}{3}\times2\sqrt{3}\times1=\sqrt{3}$，

棱锥的高为 h=1，∴棱锥的体积 V=$\dfrac{1}{3}$Sh=$\dfrac{1}{3}\times\sqrt{3}\times1=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

答案：$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

13. 从 2,3,8,9 中任取两个不同的数字,分别记为 a,b,则 $\log_a b$ 为整数的概率是__________.

解析：从 2，3，8，9 中任取两个不同的数字，分别记为 a，b，

基本事件总数 n=A_4^2=12，

$\log_a b$ 为整数满足的基本事件个数为(2,8),(3,9),共 2 个,∴$\log_a b$ 为整数的概率 p=$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

答案：$\frac{1}{6}$.

14. 若函数 f(x)是定义 R 上的周期为 2 的奇函数，当 0＜x＜1 时，f(x)=4x，则 f(-$\frac{5}{2}$)+f(2)=__________.

解析：∵函数 f(x)是定义 R 上的周期为 2 的奇函数，当 0＜x＜1 时，f(x)=4x，

∴f(2)=f(0)=0，

$f(-\frac{5}{2})=f(-\frac{5}{2}+2)=f(-\frac{1}{2})=-f(\frac{1}{2})=-4^{\frac{1}{2}}=-\sqrt{4}=-2$，

则 $f(-\frac{5}{2})+f(2)=-2+0=-2$.

答案：-2.

15. 在平面直角坐标系中，当 P(x，y)不是原点时，定义 P 的“伴随点”为 P′（$\frac{y}{x^2+y^2}$，$\frac{-x}{x^2+y^2}$），当 P 是原点时，定义“伴随点”为它自身，现有下列命题：

-①若点 A 的“伴随点”是点 A′，则点 A′ 的“伴随点”是点 A.

-②单元圆上的“伴随点”还在单位圆上.

-③若两点关于 x 轴对称，则他们的“伴随点”关于 y 轴对称

④若三点在同一条直线上，则他们的“伴随点”一定共线.

其中的真命题是__________.

解析：①设 A(0，1)，则 A 的“伴随点”为 A′（1，0），

而 A′（1，0)的“伴随点”为(0，-1)，不是 A，故①错误，

②若点在单位圆上，则 $x^2+y^2=1$，

即 P(x，y)不是原点时，定义 P 的“伴随点”为 P(y，-x)，

满足 $y^2+(-x)^2=1$，即 P′ 也在单位圆上，故②正确，

③若两点关于 x 轴对称，设 P(x，y)，对称点为 Q(x，-y)，

则 Q(x，-y)的“伴随点”为 Q′（$\frac{-y}{x^2+y^2}$，$\frac{-x}{x^2+y^2}$），

则 Q′（$\dfrac{-y}{x^2+y^2}$，$\dfrac{-x}{x^2+y^2}$）与 P′（$\dfrac{y}{x^2+y^2}$，$\dfrac{-x}{x^2+y^2}$）关于 y 轴对称，故③正确，

④∵(-1，1)，(0，1)，(1，1)三点在直线 y=1 上，

∴(-1，1)的“伴随点”为($\dfrac{1}{1+1}$，$\dfrac{1}{1+1}$)，即($\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{2}$)，

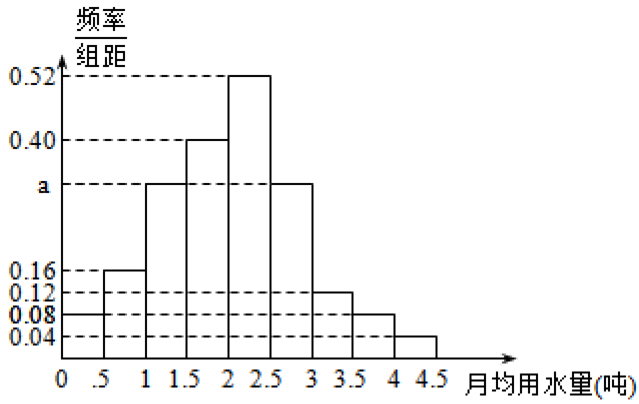
(0，1)的“伴随点”为(1，0)，(1，1 的“伴随点”为($\dfrac{1}{1+1}$，$-\dfrac{1}{1+1}$)，即($\dfrac{1}{2}$，$-\dfrac{1}{2}$)，

则($\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{2}$)，(1，0)，($\dfrac{1}{2}$，$-\dfrac{1}{2}$)三点不在同一直线上，故④错误.

答案：②③

三、解答题(共 6 小题，满分 75 分)

16.我国是世界上严重缺水的国家，某市为了制定合理的节水方案，对居民用水情况进行了调查,通过抽样,获得了某年 100 位居民每人的月均用水量(单位:吨),将数据按照[0,0.5)，[0.5，1)，…[4，4.5]分成 9 组，制成了如图所示的频率分布直方图.



(I)求直方图中的 a 值；

(II)设该市有 30 万居民，估计全市居民中月均用水量不低于 3 吨的人数.说明理由；

(III)估计居民月均用水量的中位数.

解析:(I)先根据频率分布直方图中的频率等于纵坐标乘以组距求出 9 个矩形的面积即频率，再根据直方图的总频率为 1 求出 a 的值；

(II)根据已知中的频率分布直方图先求出月均用水量不低于 3 吨的频率，结合样本容量为 30 万，进而得解.

(III)根据频率分布直方图，求出使直方图中左右两边频率相等对应的横坐标的值.

答案：(I)∵1=(0.08+0.16+a+0.40+0.52+a+0.12+0.08+0.04)×0.5，整理可得：2=1.4+2a，

∴解得：a=0.3.

(II)估计全市居民中月均用水量不低于 3 吨的人数为 3.6 万，理由如下：

由已知中的频率分布直方图可得月均用水量不低于 3 吨的频率为(0.12+0.08+0.04)×0.5=0.12，

又样本容量=30 万，

则样本中月均用水量不低于 3 吨的户数为 30×0.12=3.6 万.

(III)根据频率分布直方图，得；

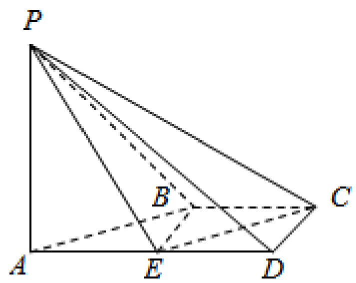
0.08×0.5+0.16×0.5+0.30×0.5+0.42×0.5=0.48<0.5， 0.48+0.5×0.52=0.74＞0.5，

∴中位数应在(2，2.5]组内，设出未知数 x，

令 0.08×0.5+0.16×0.5+0.30×0.5+0.42×0.5+0.52×x=0.5，解得 x=0.038；

∴中位数是 2+0.06=2.038.

17.如图，在四棱锥 P-ABCD 中，PA⊥CD，AD∥BC，∠ADC=∠PAB=90°，BC=CD=$\frac{1}{2}$AD.



(I)在平面 PAD 内找一点 M，使得直线 CM∥平面 PAB，并说明理由；

(II)证明：平面 PAB⊥平面 PBD.

解析：(I)M 为 PD 的中点，直线 CM∥平面 PAB.取 AD 的中点 E，连接 CM，ME，CE，则 ME∥PA，证明平面 CME∥平面 PAB，即可证明直线 CM∥平面 PAB；

(II)证明：BD⊥平面 PAB，即可证明平面 PAB⊥平面 PBD.

答案：(I)M 为 PD 的中点，直线 CM∥平面 PAB.

取 AD 的中点 E，连接 CM，ME，CE，则 ME∥PA，

∵ME$\not\subset$平面 PAB，PA⊂平面 PAB，∴ME∥平面 PAB.

∵AD∥BC，BC=AE，

∴ABCE 是平行四边形，∴CE∥AB.

∵CE$\not\subset$平面 PAB，AB⊂平面 PAB，∴CE∥平面 PAB.

∵ME∩CE=E，∴平面 CME∥平面 PAB，

∵CM⊂平面 CME，∴CM∥平面 PAB；

(II)∵PA⊥CD，∠PAB=90°，AB 与 CD 相交，∴PA⊥平面 ABCD，

∵BD⊂平面 ABCD，∴PA⊥BD，

由(I)及 BC=CD=$\frac{1}{2}$AD，可得∠BAD=∠BDA=45°，

∴∠ABD=90°，∴BD⊥AB，

∵PA∩AB=A，∴BD⊥平面 PAB，

∵BD⊂平面 PBD，∴平面 PAB⊥平面 PBD.

18.在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别是 a，b，c，且$\frac{\cos A}{a}+\frac{\cos B}{b}=\frac{\sin C}{c}$.

(Ⅰ)证明：sinAsinB=sinC；

(Ⅱ)若 $b^2+c^2-a^2=\frac{6}{5}bc$，求 tanB.

解析：(Ⅰ)将已知等式通分后利用两角和的正弦函数公式整理，利用正弦定理，即可证明.

(Ⅱ)由余弦定理求出 A 的余弦函数值，利用(Ⅰ)的条件，求解 B 的正切函数值即可.

答案：(Ⅰ)在△ABC 中，∵$\frac{\cos A}{a}+\frac{\cos B}{b}=\frac{\sin C}{c}$，

∴由正弦定理得：$\frac{\cos A}{\sin A}+\frac{\cos B}{\sin B}=\frac{\sin C}{\sin C}$，

∴$\frac{\cos A\sin B+\cos B\sin A}{\sin A\sin B}=\frac{\sin\left(A+B\right)}{\sin A\sin B}=1$，

∵sin(A+B)=sinC.

∴整理可得：sinAsinB=sinC，

(Ⅱ)$b^2+c^2-a^2=\frac{6}{5}bc$，由余弦定理可得 $\cos A=\frac{3}{5}$.

$\sin A=\frac{4}{5}$，$\frac{\cos A}{\sin A}=\frac{3}{4}$，

$\frac{\cos A}{\sin A}+\frac{\cos B}{\sin B}=\frac{\sin C}{\sin C}=1$，$\frac{\cos B}{\sin B}=\frac{1}{4}$，tanB=4.

19.已知数列$\{a_n\}$的首项为 1，S_n为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$S_{n+1}=qS_n+1$，其中 q＞0，n∈N+

(Ⅰ)若 a_2，a_3，a_2+a_3成等差数列，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(Ⅱ)设双曲线 $x^2-\frac{y^2}{{a_n}^2}=1$ 的离心率为 e_n，且 $e_2=2$，求 ${e_1}^2+{e_2}^2+\cdots+{e_n}^2$.

解析：(Ⅰ)根据题意，由数列的递推公式可得 a_2与 a_3的值，又由 a_2，a_3，a_2+a_3成等差数列，可得 $2a_3=a_2+(a_2+a_3)$，代入 a_2与 a_3的值可得 $q^2=2q$，解可得 q 的值，进而可得 $S_{n+1}=2S_{n+1}$，进而可得 $S_n=2S_{n-1}+1$，将两式相减可得 $a_n=2a_{n-1}$，即可得数列$\{a_n\}$是以 1 为首项，公比为 2 的等比数列，由等比数列的通项公式计算可得答案；

(Ⅱ)根据题意 $S_{n+1}=qS_{n+1}$，同理有 $S_n=qS_{n-1}+1$，将两式相减可得 $a_n=qa_{n-1}$，分析可得 $a_n=q^{n-1}$；又由双曲线 $x^2-\frac{y^2}{{a_n}^2}=1$ 的离心率为 e_n，且 $e_2=2$，分析可得 $e_2=\sqrt{1+{a_2}^2}=2$，

解可得 a_2的值，由 $a_n=q^{n-1}$可得 q 的值，进而可得数列$\{a_n\}$的通项公式，再次由双曲线的几何性质可得 ${e_n}^2=1+{a_n}^2=1+3^{n-1}$，运用分组求和法计算可得答案.

答案：(Ⅰ)根据题意，数列$\{a_n\}$的首项为 1，即 $a_1=1$，

又由 $S_{n+1}=qS_{n+1}$，则 $S_2=qa_1+1$，则 a2=q，

又有 $S_3=qS_2+1$，则有 $a_3=q^2$，

若 a_2，a_3，a_2+a_3成等差数列，即 $2a_3=a_2+(a_2+a_3)$，

则可得 $q^2=2q$，(q＞0)，解可得 q=2，则有 $S_{n+1}=2S_{n+1}$①，

进而有 $S_n=2S_{n-1}+1$②，

①-②可得 $a_n=2a_{n-1}$，

则数列$\{a_n\}$是以 1 为首项，公比为 2 的等比数列，则 $a_n=1\times2^{n-1}=2^{n-1}$；

(Ⅱ)根据题意，有 $S_{n+1}=qS_{n+1}$，③

同理可得 $S_n=qS_{n-1}+1$，④

③-④可得：$a_n=qa_{n-1}$，

又由 q＞0，则数列$\{a_n\}$是以 1 为首项，公比为 q 的等比数列，则 $a_n=1\times q^{n-1}=q^{n-1}$；

若 $e_2=2$，则 $e_2=\sqrt{1+{a_2}^2}=2$，解可得 $a_2=\sqrt{3}$，

则 $a_2=q=\sqrt{3}$，即 $q=\sqrt{3}$，$a_n=1\times q^{n-1}=q^{n-1}=(\sqrt{3})^{n-1}$，则 ${e_n}^2=1+{a_n}^2=1+3^{n-1}$，

故 $e_1^2+e_2^2+\cdots+e_n^2=n+(1+3+3^2+\cdots+3^{n-1})=n+\dfrac{3^n-1}{2}$.

20.已知椭圆 E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的一个焦点与短轴的两个端点是正三角形的三个顶点，点 P($\sqrt{3}$，$\dfrac{1}{2}$)在椭圆 E 上.

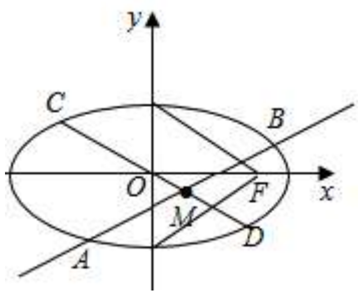
(Ⅰ)求椭圆 E 的方程；

(Ⅱ)设不过原点 O 且斜率为$\dfrac{1}{2}$的直线 l 与椭圆 E 交于不同的两点 A,B,线段 AB 的中点为 M,直线 OM 与椭圆 E 交于 C，D，证明：|MA|•|MB|=|MC|•|MD|.

解析：(Ⅰ)由题意可得 a=2b，再把已知点的坐标代入椭圆方程，结合隐含条件求得 a，b 得答案；

(Ⅱ)设出直线方程，与椭圆方程联立，求出弦长及 AB 中点坐标，得到 OM 所在直线方程，再与椭圆方程联立，求出 C，D 的坐标，把|MA|•|MB|化为$\dfrac{1}{2}$|AB|^2，再由两点间的距离公式求得|MC|•|MD|的值得答案.

答案：(Ⅰ)如图，



由题意可得$\begin{cases}a=2b,\\a^2=b^2+c^2,\\3a^2+14b^2=1,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a^2=4,\\b^2=1,\end{cases}$

∴椭圆 E 的方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$；

(Ⅱ)证明：设 AB 所在直线方程为 $y=\dfrac{1}{2}x+m$，

联立$\begin{cases}y=\dfrac{1}{2}x+m,\\\dfrac{x^2}{4}+y^2=1,\end{cases}$得 $x^2+2mx+2m^2-2=0$.

∴△$=4m^2-4(2m^2-2)=8-4m^2>0$，即$-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$.

设 A(x_1，y_1)，B(x_2，y_2)，M(x_0，y_0)，

则 $x_1+x_2=-2m$，$x_1x_2=2m^2-2$，

|AB|=$\sqrt{1+\frac{1}{4}}|x_1-x_2|=\sqrt{\frac{5}{4}}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{\frac{5}{4}}\sqrt{4m^2-4(2m^2-2)}=\sqrt{10-5m^2}$.

∴$x_0=-m$，$y_0=\frac{1}{2}x_0+m=\frac{m}{2}$，即 M($-m$，$\frac{m}{2}$)，

则 OM 所在直线方程为 $y=-\frac{1}{2}x$，

联立$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x, \\ \frac{x^2}{4}+y^2=1, \end{cases}$得$\begin{cases} x=-2, \\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}, \end{cases}$或$\begin{cases} x=-2, \\ y=-\frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$

∴C($-\sqrt{2}$，$\frac{\sqrt{2}}{2}$)，D($\sqrt{2}$，$-\frac{\sqrt{2}}{2}$).

则|MC|•|MD|=$\sqrt{\left(-m+\sqrt{2}\right)^2+\left(\frac{m}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}\cdot\sqrt{\left(-m-\sqrt{2}\right)^2+\left(\frac{m}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$

$=\sqrt{\left(\frac{5}{4}m^2+\frac{5}{2}-\frac{5}{2}\sqrt{2}m\right)\cdot\left(\frac{5}{4}m^2+\frac{5}{2}+\frac{5}{2}\sqrt{2}m\right)}=\sqrt{\left(\frac{5}{2}-\frac{5}{4}m^2\right)^2}=\frac{5}{2}-\frac{5}{4}m^2$.

而|MA|•|MB|=($\frac{1}{2}$|AB|)^2=$\frac{1}{4}$($10-5m^2$)=$\frac{5}{2}-\frac{5}{4}m$.

∴|MA|•|MB|=|MC|•|MD|.

21.设函数 $f(x)=ax^2-a-\ln x$，$g(x)=\frac{1}{x}-\frac{e}{e^x}$，其中 a∈R，e=2.718…为自然对数的底数.

(Ⅰ)讨论 f(x)的单调性；

(Ⅱ)证明：当 x＞1 时，g(x)＞0；

(Ⅲ)确定 a 的所有可能取值，使得 f(x)＞g(x)在区间(1，+∞)内恒成立.

解析：(Ⅰ)求导数，分类讨论，即可讨论 f(x)的单调性；

(Ⅱ)要证 g(x)＞0(x＞1)，即$\frac{1}{x}-\frac{e}{e^x}$＞0，即证$\frac{1}{x}$＞$\frac{e}{e^x}$，也就是证$\frac{e^x}{x}$＞$e$；

(Ⅲ)由 f(x)＞g(x)，得 $ax^2-a-\ln x-\frac{1}{x}+e^{1-x}>0$，设 $t(x)=ax^2-a-\ln x-\frac{1}{x}+e^{1-x}$，由题意知，t(x)＞0 在(1，+∞)内恒成立，再构造函数，求导数，即可确定 a 的取值范围.

答案：(Ⅰ)由 $f(x)=ax^2-a-\ln x$，得 $f'(x)=2ax-\frac{1}{x}=\frac{2ax^2-1}{x}$ (x＞0)，

当 a≤0 时，f′(x)＜0 在(0，+∞)成立，则 f(x)为(0，+∞)上的减函数；

当 a＞0 时，由 f′(x)=0，得 x=$\pm\sqrt{\frac{1}{2a}}=\pm\frac{\sqrt{2a}}{2a}$，

∴当 x∈(0，$\frac{\sqrt{2a}}{2a}$)时，f′(x)＜0，当 x∈($\frac{\sqrt{2a}}{2a}$，+∞)时，f′(x)＞0，

则 f(x)在(0，$\frac{\sqrt{2a}}{2a}$)上为减函数，在($\frac{\sqrt{2a}}{2a}$，+∞)上为增函数；

综上，当 a≤0 时，f(x)为(0，+∞)上的减函数，当 a＞0 时，f(x)在(0，$\frac{\sqrt{2a}}{2a}$)上为减函数，在($\frac{\sqrt{2a}}{2a}$，+∞)上为增函数；

(Ⅱ)证明：要证 g(x)＞0(x＞1)，即 $\frac{1}{x}-\frac{e}{e^x}$＞0，

即证 $\frac{1}{x}>\frac{e}{e^x}$，也就是证 $\frac{e^x}{x}>e$，

令 h(x)=$\frac{e^x}{x}$，则 h′(x)=$\frac{e^x\left(x-1\right)}{x^2}$，

∴h(x)在(1，+∞)上单调递增，则 $h(x)_{min}$=h(1)=e，

即当 x＞1 时，h(x)＞e，∴当 x＞1 时，g(x)＞0；

(Ⅲ)由 f(x)＞g(x)，得 $ax^2-a-\ln x-\frac{1}{x}+e^{1-x}>0$，

设 t(x)=$ax^2-a-\ln x-\frac{1}{x}+e^{1-x}$，

由题意知，t(x)＞0 在(1，+∞)内恒成立，

∵t(1)=0，

∴有 t′(x)=$2ax-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-e^{1-x}=2ax+\frac{1-x}{x^2}-e^{1-x}$≥0 在(1，+∞)内恒成立，

令 φ(x)=$2ax+\frac{1-x}{x^2}-e^{1-x}$，则 φ′(x)=$2a+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}+e^{1-x}=2a+\frac{x-2}{x^3}+e1^{-x}$，

当 x≥2 时，φ′(x)＞0，

令 h(x)=$\frac{x-2}{x^3}$，h′(x)=$\frac{-2x+6}{x^4}$，函数在[1，2)上单调递增，∴$h(x)_{min}$=h(1)=−1.

又 2a≥1，e^{1-x}＞0，∴1＜x＜2，φ′(x)＞0，

综上所述，x＞1，φ′(x)＞0，φ(x)在区间(1，+∞)单调递增，

∴t′(x)＞t′(1)≥0，即 t(x)在区间(1，+∞)单调递增，

∴a≥$\frac{1}{2}$.