2017年广东省中考真题数学

一、选择题(本大题共10小题，每小题3分，共30分)

1.5的相反数是(　　)

A. $\frac{1}{5}$

B.5

C. $-\frac{1}{5}$

D.-5

解析：根据相反数的定义有：5的相反数是-5.

答案：D

2.“一带一路”倡议提出三年以来，广东企业到“一带一路”国家投资越来越活跃，据商务部门发布的数据显示，2016年广东省对沿线国家的实际投资额超过4000000000美元，将4000000000用科学记数法表示为(　　)

A. 0.4×10^{9}

B. 0.4×10^{10}

C. 4×10^{9}

D. 4×10^{10}

解析：$4000000000=4\times10^{9}$.

答案：C

3.已知∠A=70°，则∠A的补角为(　　)

A.110°

B.70°

C.30°

D.20°

解析：∵∠A=70°，∴∠A的补角为110°.

答案：A

4.如果2是方程 $x^2-3x+k=0$ 的一个根，则常数k的值为(　　)

A.1

B.2

C.-1

D.-2

解析：∵2是一元二次方程 $x^2-3x+k=0$ 的一个根，∴ $2^2-3\times2+k=0$，解得，k=2.

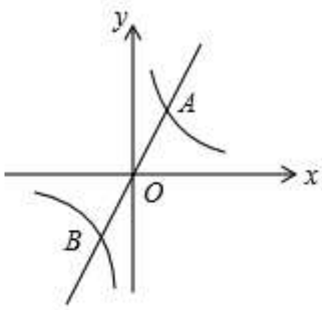
答案：B

5.在学校举行“阳光少年，励志青春”的演讲比赛中，五位评委给选手小明的平分分别为：90，85，90，80，95，则这组数据的众数是(　　)

A.95
B.90
C.85
D.80
解析：数据 90 出现了两次，次数最多，所以这组数据的众数是 90.
答案：B

6.下列所述图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是(　　)
A.等边三角形
B.平行四边形
C.正五边形
D.圆
解析：等边三角形为轴对称图形；平行四边形为中心对称图形；正五边形为轴对称图形；圆既是轴对称图形又是中心对称图形.
答案：D

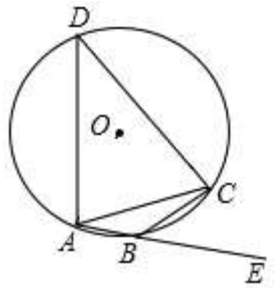
7.如图，在同一平面直角坐标系中，直线 $y=k_1x(k_1\neq 0)$ 与双曲线 $y=\frac{k_2}{x}(k_2\neq 0)$ 相交于 A，B 两点，已知点 A 的坐标为(1，2)，则点 B 的坐标为(　　)



A.(-1，-2)
B.(-2，-1)
C.(-1，-1)
D.(-2，-2)
解析：∵点 A 与 B 关于原点对称，∴B 点的坐标为(-1，-2).
答案：A

8.下列运算正确的是(　　)
A.$a+2a=3a^2$
B.$a^3\cdot a^2=a^5$
C.$(a^4)^2=a^6$
D.$a^4+a^2=a^4$
解析：A、$a+2a=3a$，此选项错误；
B、$a^3\cdot a^2=a^5$，此选项正确；
C、$(a^4)^2=a^8$，此选项错误；
D、a^4 与 a^2 不是同类项，不能合并，此选项错误.
答案：B

9.如图，四边形 ABCD 内接于⊙O，DA=DC，∠CBE=50°，则∠DAC 的大小为(　　)



A.130°

B.100°

C.65°

D.50°

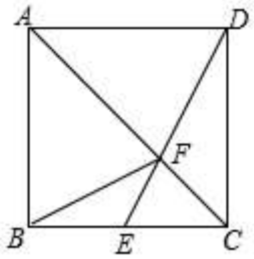
解析：∵∠CBE=50°，∴∠ABC=180°-∠CBE=180°-50°=130°，

∵四边形 ABCD 为⊙O 的内接四边形，∴∠D=180°-∠ABC=180°-130°=50°，

∵DA=DC，∴∠DAC=$\dfrac{180°-\angle D}{2}$=65°.

答案：C.

10.如图，已知正方形 ABCD，点 E 是 BC 边的中点，DE 与 AC 相交于点 F，连接 BF，下列结论：①$S_{\triangle ABF}$=$S_{\triangle ADF}$；②$S_{\triangle CDF}$=4$S_{\triangle CEF}$；③$S_{\triangle ADF}$=2$S_{\triangle CEF}$；④$S_{\triangle ADF}$=2$S_{\triangle CDF}$，其中正确的是(　　)



A.①③

B.②③

C.①④

D.②④

解析：∵四边形 ABCD 是正方形，∴AD∥CB，AD=BC=AB，∠FAD=∠FAB，

在△AFD 和△AFB 中，$\begin{cases} AF=AF, \\ \angle FAD=\angle FAB, \\ AD=AB, \end{cases}$∴△AFD≌△AFB，∴$S_{\triangle ABF}$=$S_{\triangle ADF}$，故①正确，

∵BE=EC=$\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}$AD，AD∥EC，∴$\frac{EC}{AD}=\frac{CF}{AF}=\frac{EF}{DF}=\frac{1}{2}$，

∴$S_{\triangle CDF}$=2$S_{\triangle CEF}$，$S_{\triangle ADF}$=4$S_{\triangle CEF}$，$S_{\triangle ADF}$=2$S_{\triangle CDF}$，故②③错误④正确.

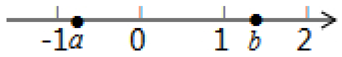
答案：C

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分)

11.分解因式：$a^2+a=$______________.
解析：$a^2+a=a(a+1)$.
答案：$a(a+1)$

12.一个 n 边形的内角和是 720°，则 n=______________.
解析：设所求正 n 边形边数为 n，则$(n-2)\cdot 180°=720°$，解得 n=6.
答案：6

13.已知实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则 a+b______________0.（填“＞”，“＜”或“=”）

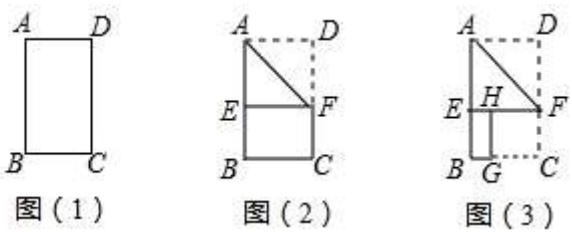


解析：∵a 在原点左边，b 在原点右边，∴a＜0＜b，
∵a 离开原点的距离比 b 离开原点的距离大，∴|a|＞|b|，∴a+b＜0.
答案：＜

14.在一个不透明的盒子中，有五个完全相同的小球，把它们分别标号为 1，2，3，4，5，随机摸出一个小球，摸出的小球标号为偶数的概率是____________.
解析：∵5 个小球中，标号为偶数的有 2、4 这 2 个，∴摸出的小球标号为偶数的概率是$\frac{2}{5}$.
答案：$\frac{2}{5}$

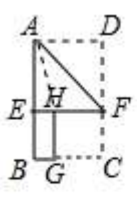
15.已知 4a+3b=1，则整式 8a+6b-3 的值为____________________.
解析：∵4a+3b=1，∴8a+6b=2，8a+6b-3=2-3=-1.
答案：-1

16.如图，矩形纸片 ABCD 中，AB=5，BC=3，先按图(2)操作：将矩形纸片 ABCD 沿过点 A 的直线折叠，使点 D 落在边 AB 上的点 E 处，折痕为 AF；再按图(3)操作，沿过点 F 的直线折叠，使点 C 落在 EF 上的点 H 处，折痕为 FG，则 A、H 两点间的距离为________________.



图(1)　图(2)　图(3)

解析：如图中，连接 AH.



由题意可知在 Rt△AEH 中，AE=AD=3，EH=EF-HF=3-2=1，

∴AH= $\sqrt{AE^2+EH^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.

答案：$\sqrt{10}$

三、解答题(本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分)

17.计算：|-7|-(1-π)^0+(13)$^{-1}$.
解析：直接利用绝对值的性质以及零指数幂的性质和负整数指数幂的性质分别化简求出答案.
答案：原式=7-1+3=9.

18.先化简，再求值：$\left(\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}\right)\cdot\left(x^2-4\right)$，其中 x=$\sqrt{5}$.

解析：先计算括号内分式的加法，再计算乘法即可化简原式，将 x 的值代入求解可得.

答案：原式=$\left[\frac{x+2}{(x+2)(x-2)}+\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}\right]\cdot(x+2)(x-2)$

=$\frac{2x}{(x+2)(x-2)}$ •(x+2)(x-2)

=2x，

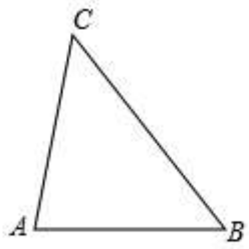
当 x=$\sqrt{5}$时，原式=2$\sqrt{5}$.

19.学校团委组织志愿者到图书馆整理一批新进的图书.若男生每人整理 30 本，女生每人整理 20 本，共能整理 680 本；若男生每人整理 50 本，女生每人整理 40 本，共能整理 1240 本.求男生、女生志愿者各有多少人？
解析：设男生志愿者有 x 人，女生志愿者有 y 人，根据“若男生每人整理 30 本，女生每人整理 20 本，共能整理 680 本；若男生每人整理 50 本，女生每人整理 40 本，共能整理 1240 本”，即可得出关于 x、y 的二元一次方程组，解之即可得出结论.
答案：设男生志愿者有 x 人，女生志愿者有 y 人，

根据题意得：$\begin{cases}30x+20y=680,\\50x+40y=1240,\end{cases}$解得：$\begin{cases}x=12,\\y=16.\end{cases}$

答：男生志愿者有 12 人，女生志愿者有 16 人.

20.如图，在△ABC 中，∠A＞∠B.



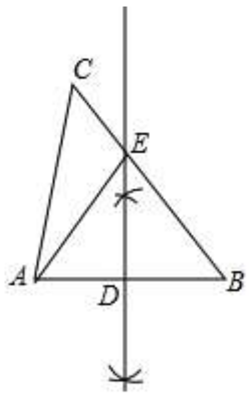
(1)作边 AB 的垂直平分线 DE，与 AB，BC 分别相交于点 D，E(用尺规作图，保留作图痕迹，不要求写作法)；

(2)在(1)的条件下，连接 AE，若∠B=50°，求∠AEC 的度数.

解析：(1)根据题意作出图形即可；

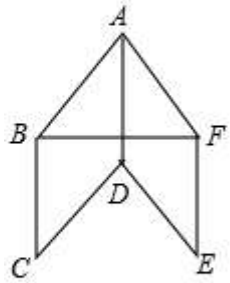
(2)由于 DE 是 AB 的垂直平分线，得到 AE=BE，根据等腰三角形的性质得到∠EAB=∠B=50°，由三角形的外角的性质即可得到结论.

答案：(1)如图所示；



(2)∵DE 是 AB 的垂直平分线，∴AE=BE，∴∠EAB=∠B=50°，∴∠AEC=∠EAB+∠B=100°.

21.如图所示，已知四边形 ABCD，ADEF 都是菱形，∠BAD=∠FAD，∠BAD 为锐角.



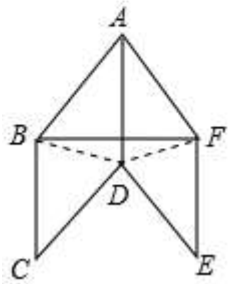
(1)求证：AD⊥BF；

(2)若 BF=BC，求∠ADC 的度数.

解析：(1)连结 DB、DF.根据菱形四边相等得出 AB=AD=FA，再利用 SAS 证明△BAD≌△FAD，得出 DB=DF，那么 D 在线段 BF 的垂直平分线上，又 AB=AF，即 A 在线段 BF 的垂直平分线上，进而证明 AD⊥BF；

(2)设 AD⊥BF 于 H，作 DG⊥BC 于 G，证明 DG=$\frac{1}{2}$CD.在直角△CDG 中得出∠C=30°，再根据平行线的性质即可求出∠ADC=180°-∠C=150°.

答案：(1)如图，连结 DB、DF.



∵四边形 ABCD，ADEF 都是菱形，

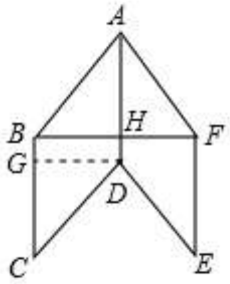
∴AB=BC=CD=DA，AD=DE=EF=FA.

在△BAD 与△FAD 中，$\begin{cases} AB = AF, \\ \angle BAD = \angle FAD, \\ AD = AD, \end{cases}$∴△BAD≌△FAD，∴DB=DF，

∴D 在线段 BF 的垂直平分线上，

∵AB=AF，∴A 在线段 BF 的垂直平分线上，∴AD 是线段 BF 的垂直平分线，∴AD⊥BF.

(2)如图，设 AD⊥BF 于 H，作 DG⊥BC 于 G，则四边形 BGDH 是矩形，



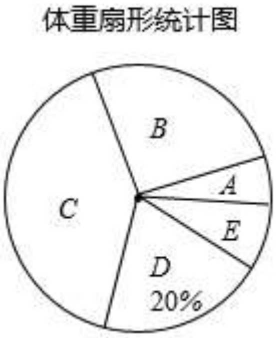
∴DG=BH=$\frac{1}{2}$BF.

∵BF=BC，BC=CD，∴DG=$\frac{1}{2}$CD.

在直角△CDG 中，∵∠CGD=90°，DG=$\frac{1}{2}$CD，∴∠C=30°，

∵BC∥AD，∴∠ADC=180°－∠C=150°.

22.某校为了解九年级学生的体重情况，随机抽取了九年级部分学生进行调查，将抽取学生的体重情况绘制如下不完整的统计图表，如图表所示，请根据图标信息回答下列问题：



组边	体重（千克）	人数
A	$45\le x<50$	12
B	$50\le x<55$	m
C	$55\le x<60$	80
D	$60\le x<65$	40
E	$65\le x<70$	16

(1)填空：①m=____________(直接写出结果)；

②在扇形统计图中，C 组所在扇形的圆心角的度数等于____________度；

(2)如果该校九年级有 1000 名学生，请估算九年级体重低于 60 千克的学生大约有多少人？

解析：(1)①根据 D 组的人数及百分比进行计算即可得到 m 的值；②根据 C 组的百分比即可得到所在扇形的圆心角的度数；

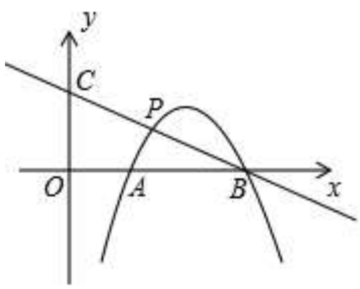
(2)根据体重低于 60 千克的学生的百分比乘上九年级学生总数，即可得到九年级体重低于 60 千克的学生数量.

答案：(1)①调查的人数为：40÷20%=200(人)，∴m=200-12-80-40-16=52；

②C 组所在扇形的圆心角的度数为 $\frac{80}{200}\times360°=144°$；

(2)九年级体重低于 60 千克的学生大约有 $\frac{12+52+80}{200}\times1000=720$(人).

23.如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=-x^2+ax+b$ 交 x 轴于 A(1，0)，B(3，0)两点，点 P 是抛物线上在第一象限内的一点，直线 BP 与 y 轴相交于点 C.



(1)求抛物线 $y=-x^2+ax+b$ 的解析式；

(2)当点 P 是线段 BC 的中点时，求点 P 的坐标；

(3)在(2)的条件下，求 sin∠OCB 的值.

解析：(1)将点 A、B 代入抛物线 $y=-x^2+ax+b$，解得 a，b 可得解析式；

(2)由 C 点横坐标为 0 可得 P 点横坐标，将 P 点横坐标代入(1)中抛物线解析式，易得 P 点坐标；

(3)由 P 点的坐标可得 C 点坐标，A、B、C 的坐标，利用勾股定理可得 BC 长，利用 sin∠OCB=

$\frac{OB}{BC}$可得结果.

答案：(1)将点 A、B 代入抛物线 $y=-x^2+ax+b$ 可得，$\begin{cases}0=-1^2+a+b,\\0=-3^2+3a+b,\end{cases}$ 解得，a=4，b=-3，

∴抛物线的解析式为：$y=-x^2+4x-3$.

(2)∵点 C 在 y 轴上，所以 C 点横坐标 x=0，

∵点 P 是线段 BC 的中点，∴点 P 横坐标 $x_P=\frac{0+3}{2}=\frac{3}{2}$，

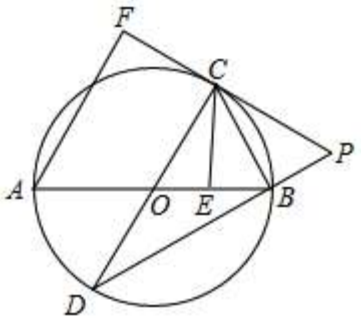
∵点 P 在抛物线 $y=-x^2+4x-3$ 上，∴$y_P=-\left(\frac{3}{2}\right)^2+4\times\frac{3}{2}-3=\frac{3}{4}$，∴点 P 的坐标为($\frac{3}{2}$，$\frac{3}{4}$)；

(3)∵点 P 的坐标为($\frac{3}{2}$，$\frac{3}{4}$)，点 P 是线段 BC 的中点，

∴点 C 的纵坐标为 $2\times\frac{3}{4}-0=\frac{3}{2}$，∴点 C 的坐标为(0，$\frac{3}{2}$)，

∴BC=$\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+3^2}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$，∴sin∠OCB=$\frac{OB}{BC}=\frac{\frac{3\sqrt{5}}{2}}{3}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

24.如图，AB 是⊙O 的直径，AB=4$\sqrt{3}$，点 E 为线段 OB 上一点(不与 O，B 重合)，作 CE⊥OB，交⊙O 于点 C，垂足为点 E，作直径 CD，过点 C 的切线交 DB 的延长线于点 P，AF⊥PC 于点 F，连接 CB.



(1)求证：CB 是∠ECP 的平分线；

(2)求证：CF=CE；

(3)当$\frac{CF}{CP}=\frac{3}{4}$时，求劣弧$\overset{\frown}{BC}$的长度(结果保留π)

解析：(1)根据等角的余角相等证明即可；

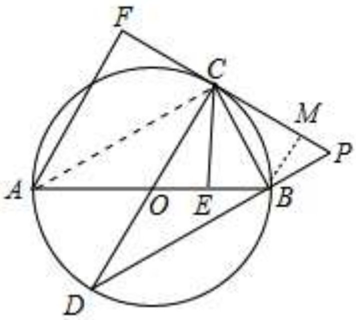
(2)欲证明 CF=CE，只要证明△ACF≌△ACE 即可；

(3)作 BM⊥PF 于 M.则 CE=CM=CF，设 CE=CM=CF=4a，PC=4a，PM=a，利用相似三角形的性质求出 BM，求出 tan∠BCM 的值即可解决问题；

答案：(1)∵OC=OB，∴∠OCB=∠OBC，

∵PF 是⊙O 的切线，CE⊥AB，∴∠OCP=∠CEB=90°，∴∠PCB+∠OCB=90°，∠BCE+∠OBC=90°，∴∠BCE=∠BCP，∴BC 平分∠PCE.

(2)连接 AC.



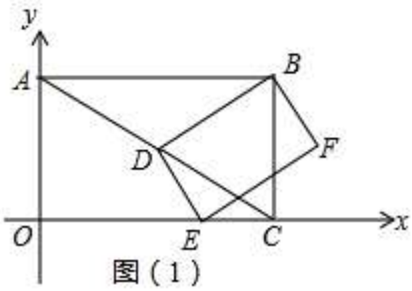
∵AB 是直径，∴∠ACB=90°，∴∠BCP+∠ACF=90°，∠ACE+∠BCE=90°，
∵∠BCP=∠BCE，∴∠ACF=∠ACE，
∵∠F=∠AEC=90°，AC=AC，∴△ACF≌△ACE，∴CF=CE.
(3)作 BM⊥PF 于 M.则 CE=CM=CF，设 CE=CM=CF=4a，PC=4a，PM=a，

∵△BMC∽△PMB，∴$\dfrac{BM}{PM}=\dfrac{CM}{BM}$，∴$BM^2$=CM•PM=$3a^2$，∴BM=$\sqrt{3}$a，

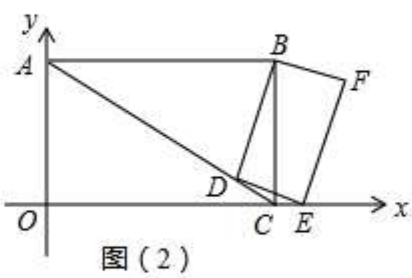
∴tan∠BCM=$\dfrac{BM}{CM}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，∴∠BCM=30°，∴∠OCB=∠OBC=∠BOC=60°，

∴$\overset{\frown}{BC}$的长=$\dfrac{60\cdot\pi\cdot2\sqrt{3}}{180}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\pi$.

25.如图，在平面直角坐标系中，O 为原点，四边形 ABCO 是矩形，点 A，C 的坐标分别是 A(0，2)和 C($2\sqrt{3}$，0)，点 D 是对角线 AC 上一动点(不与 A，C 重合)，连结 BD，作 DE⊥DB，交 x 轴于点 E，以线段 DE，DB 为邻边作矩形 BDEF.



图(1)



图(2)

(1)填空：点 B 的坐标为______________；
(2)是否存在这样的点 D，使得△DEC 是等腰三角形？若存在，请求出 AD 的长度；若不存在，请说明理由；

(3)①求证：$\dfrac{DE}{DB}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；

②设 AD=x，矩形 BDEF 的面积为 y，求 y 关于 x 的函数关系式(可利用①的结论)，并求出 y 的最小值.
解析：(1)求出 AB、BC 的长即可解决问题；

(2)存在.连接 BE，取 BE 的中点 K，连接 DK、KC.首先证明 B、D、E、C 四点共圆，可得∠DBC=∠DCE，∠EDC=∠EBC，由 tan∠ACO=$\frac{AO}{OC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，推出∠ACO=30°，∠ACD=60° 由△DEC 是等腰三角形，观察图象可知，只有 ED=EC，推出∠DBC=∠DCE=∠EDC=∠EBC=30°，推出∠DBC=∠BCD=60°，可得△DBC 是等边三角形，推出 DC=BC=2，由此即可解决问题；

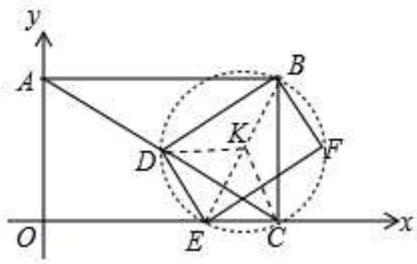
(3)①由(2)可知，B、D、E、C 四点共圆，推出∠DBC=∠DCE=30°，由此即可解决问题；

②作 DH⊥AB 于 H.想办法用 x 表示 BD、DE 的长，构建二次函数即可解决问题；

答案：(1)∵四边形 AOCB 是矩形，

∴BC=OA=2，OC=AB=2$\sqrt{3}$，∠BCO=∠BAO=90°，∴B(2$\sqrt{3}$，2).

(2)存在.理由如下：连接 BE，取 BE 的中点 K，连接 DK、KC.

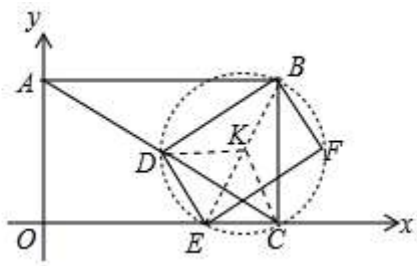


∵∠BDE=∠BCE=90°，∴KD=KB=KE=KC，

∴B、D、E、C 四点共圆，∴∠DBC=∠DCE，∠EDC=∠EBC，

∵tan∠ACO=$\frac{AO}{OC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，∴∠ACO=30°，∠ACB=60°

①如图中，△DEC 是等腰三角形，观察图象可知，只有 ED=EC，



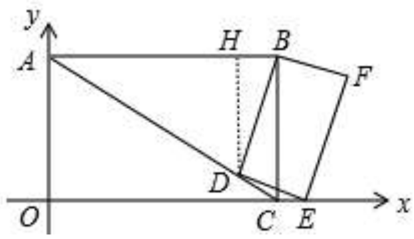
∴∠DBC=∠DCE=∠EDC=∠EBC=30°，∴∠DBC=∠BCD=60°，∴△DBC 是等边三角形，∴DC=BC=2，

在 Rt△AOC 中，∵∠ACO=30°，OA=2，∴AC=2AO=4，∴AD=AC-CD=4-2=2.

∴当 AD=2 时，△DEC 是等腰三角形.

②如图，∵△DCE 是等腰三角形，易知 CD=CE，∠DBC=∠DEC=∠CDE=15°，∴∠ABD=∠ADB=75°，

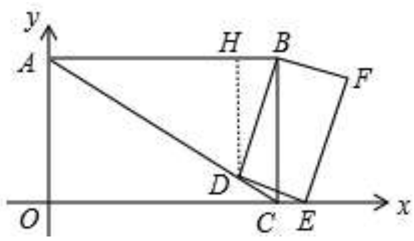
∴AB=AD=2$\sqrt{3}$，



综上所述，满足条件的 AD 的值为 2 或 2$\sqrt{3}$.

(3)①由(2)可知，B、D、E、C 四点共圆，∴∠DBC=∠DCE=30°，∴tan∠DBE=$\frac{DE}{DB}$，∴$\frac{DE}{DB}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

②如图 2 中，作 DH⊥AB 于 H.



在 Rt△ADH 中，∵AD=x，∠DAH=∠ACO=30°，

∴DH=$\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}x$，AH= $\sqrt{AD^2-DH^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，∴BH=$2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x$，

在 Rt△BDH 中，BD=$\sqrt{BH^2+DH^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}x\right)^2+\left(2\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2}$，

∴DE=$\frac{\sqrt{3}}{3}BD=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{2}x\right)^2+\left(2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2}$，

∴矩形 BDEF 的面积为 y=$\frac{\sqrt{3}}{3}\left[\left(\frac{1}{2}x\right)^2+\left(2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2\right]^2=\frac{\sqrt{3}}{3}$（$x^2-6x+12$），

即 y=$\frac{\sqrt{3}}{3}x^2-2\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$，∴y=$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (x-3)^2+$\sqrt{3}$，∵$\frac{\sqrt{3}}{3}$＞0，∴x=3 时，y 有最小值$\sqrt{3}$.