

## 2018年广东省肇庆四中中考一模试卷数学

一、选择题：(在每个小题的A、B、C、D的四个答案中，其中只有一个是正确的，请在答题卡的代号上涂正确答案.本大题共10个小题，每小题3分，共30分)

1. -2的倒数是( )

A. 2

B. -2

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $-\frac{1}{2}$

解析： $\because -2 \times (-\frac{1}{2}) = 1$ ， $\therefore -2$ 的倒数是 $-\frac{1}{2}$ .

答案：D

2. 下面的计算正确的是( )

A.  $a^3 \cdot a^2 = a^6$

B.  $(a^3)^2 = a^5$

C.  $(-a^3)^2 = a^6$

D.  $5a - a = 5$

解析：A、 $a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} \neq a^6$ ，故本选项错误；

B、 $(a^3)^2 = a^6 \neq a^5$ ，故本选项错误；

C、 $(-a^3)^2 = a^6$ ，故本选项正确；

D、 $5a - a = 4a$ ，故本选项错误.

答案：C

3. 在物理学里面，光的速度约为3亿米/秒，该速度用科学记数法表示为( )

A.  $0.3 \times 10^8$

B.  $3 \times 10^6$

C.  $3 \times 10^8$

D.  $3 \times 10^9$

解析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， $n$ 为整数. 确定 $n$ 的值时，要看把原数变成 $a$ 时，小数点移动了多少位， $n$ 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 $> 1$ 时， $n$ 是正数；当原数的绝对值 $< 1$ 时， $n$ 是负数.

3亿 $= 3\ 0000\ 0000 = 3 \times 10^8$ .

答案：C

4. 函数 $y = \frac{x}{x+1}$ 自变量 $x$ 的取值范围为( )

A.  $x > -1$

B.  $x < -1$

- C.  $x \neq -1$   
 D.  $x \neq 0$

解析:  $\because x+1 \neq 0, \therefore x \neq -1, \therefore$ 函数  $y = \frac{x}{x+1}$ , 自变量  $x$  的取值范围为  $x \neq -1$ .

答案: C

5. 下列长度的三条线段能组成三角形的是( )

- A. 3, 4, 8  
 B. 5, 6, 11  
 C. 1, 2, 3  
 D. 5, 6, 10

解析: 根据三角形任意两边的和大于第三边, 得

A 中,  $3+4=7 < 8$ , 不能组成三角形;

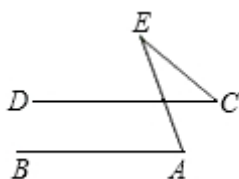
B 中,  $5+6=11$ , 不能组成三角形;

C 中,  $1+2=3$ , 不能够组成三角形;

D 中,  $5+6=11 > 10$ , 能组成三角形.

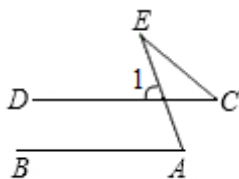
答案: D

6. 如图, 直线  $AB \parallel CD$ ,  $\angle A = 70^\circ$ ,  $\angle C = 40^\circ$ , 则  $\angle E$  等于( )



- A.  $30^\circ$   
 B.  $40^\circ$   
 C.  $60^\circ$   
 D.  $70^\circ$

解析: 如图,  $\because AB \parallel CD, \angle A = 70^\circ, \therefore \angle 1 = \angle A = 70^\circ,$



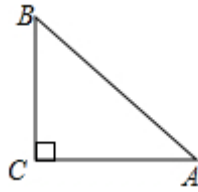
$\because \angle 1 = \angle C + \angle E, \angle C = 40^\circ, \therefore \angle E = \angle 1 - \angle C = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ.$

答案: A

7. 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 4$ ,  $\cos A$  的值等于  $\frac{3}{5}$ , 则  $AB$  的长度是( )

- A. 3  
 B. 4  
 C. 5  
 D.  $\frac{20}{3}$

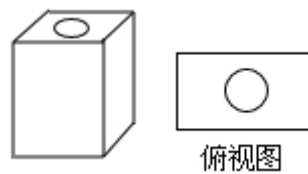
解析：∵  $\cos A$  的值等于  $\frac{3}{5}$ ，∴  $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$ ，



设  $AC=3x$ ， $AB=5x$ ，∵  $AC^2+BC^2=AB^2$ ，∴  $4^2+(3x)^2=(5x)^2$ ，解得： $x=1$ ，∴  $BC=3$ ， $AB=5$ 。

答案：C

8. 某种工件是由一个长方体钢块中间钻了一个上下通透的圆孔制作而成，其俯视图如图所示，则此工件的左视图是( )

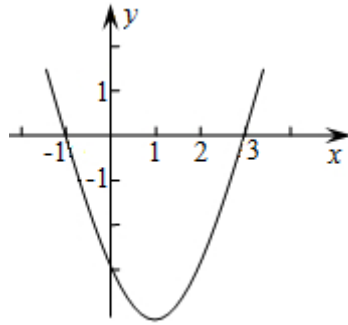


- A.
- B.
- C.
- D.

解析：从左面看应是一长方形，看不到的应用虚线，由俯视图可知，虚线离边较近。

答案：A

9. 二次函数  $y=x^2-2x-3$  的图象如图所示. 当  $y<0$  时，自变量  $x$  的取值范围是( )

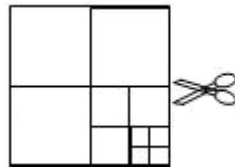


- A.  $-1 < x < 3$
- B.  $x < -1$
- C.  $x > 3$
- D.  $x < -3$  或  $x > 3$

解析：由图象可以看出： $y < 0$  时，自变量  $x$  的取值范围是  $-1 < x < 3$ 。

答案：A

10. 如图，将一张正方形纸片剪成四个小正方形，得到 4 个小正方形，称为第一次操作；然后，将其中的一个正方形再剪成四个小正方形，共得到 7 个小正方形，称为第二次操作；再将其中的一个正方形再剪成四个小正方形，共得到 10 个小正方形，称为第三次操作；…，根据以上操作，若要得到 2011 个小正方形，则需要操作的次数是（ ）



- A. 669
- B. 670
- C. 671
- D. 672

解析：设若要得到 2011 个小正方形，则需要操作的次数是  $n$ 。  $4 + (n-1) \times 3 = 2011$ ，解得  $n = 670$ 。

答案：B

## 二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分)

11. 在平面直角坐标系中，点  $P(-5, 3)$  关于原点对称点  $P'$  的坐标是\_\_\_\_\_。

解析：点  $P(-5, 3)$  关于原点对称点  $P'$  的坐标是  $(5, -3)$ 。

答案：(5, -3)

12. 在“手拉手，献爱心”捐款活动中，九年级七个班级的捐款数分别为：260、300、240、220、240、280、290(单位：元)，则捐款数的中位数为\_\_\_\_\_。

解析：从小到大数据排列为 220, 240, 240, 260, 280, 290, 300，共 7 个数，第 4 个数是 260，故中位数是 260。

答案：260

13. 因式分解： $-x^2 - y^2 + 2xy =$ \_\_\_\_\_。

解析：原式 $=-(x^2+y^2-2xy)=- (x-y)^2$ .

答案： $-(x-y)^2$

14. 用圆心角为  $63^\circ$ ，半径为 40cm 的扇形纸片做成一顶圆锥形帽子，则此帽子的底面半径是\_\_\_\_\_.

解析：半径为 40cm、圆心角为  $63^\circ$  的扇形弧长是： $\frac{63\pi \times 40}{180} = 14\pi$ ，

设圆锥的底面半径是  $r$ ，则  $2\pi r = 14\pi$ ，解得： $r = 7\text{cm}$ .

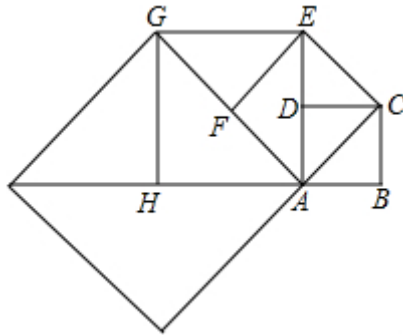
答案：7cm

15. 已知  $2a+3b-1=0$ ，则  $6a+9b$  的值是\_\_\_\_\_.

解析： $\because 2a+3b-1=0, \therefore 2a+3b=1$ ，则  $6a+9b=3(2a+3b)=3$ .

答案：3

16. 如图，设四边形 ABCD 是边长为 1 的正方形，以对角线 AC 为边作第二个正方形 ACEF、再将对角线 AE 为边作第三个正方形 AEGH，如此下去... 若正方形 ABCD 的边长记为  $a_1$ ，按上述方法所作的正方形的边长依次为  $a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ ，则  $a_n =$ \_\_\_\_\_.



解析： $\because a_2 = AC$ ，且在直角  $\triangle ABC$  中， $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ， $\therefore a_2 = \sqrt{2}a_1 = \sqrt{2}$ ，

同理  $a_3 = \sqrt{2}a_2 = \sqrt{2}$ ， $a_4 = \sqrt{2}a_3 = 2\sqrt{2}$ ，...

由此可知： $a_n = (\sqrt{2})^{n-1}$ .

答案： $(\sqrt{2})^{n-1}$

### 三、解答题

17.  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - \sqrt{12} \cos 30^\circ - (2013 - \pi)^0 + \sqrt{9}$ .

解析：本题涉及零指数幂、负指数幂、二次根式化简 3 个考点. 在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

答案：原式 $=4 - 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 + 3 = 4 - 3 - 1 + 3 = 3$ .

18. 解方程组  $\begin{cases} x - 3y = 0, \\ 4x - 3y = 6. \end{cases}$

解析：根据二元一次方程组的解法即可求出答案.

答案：  $\begin{cases} x - 3y = 0 \text{ ①}, \\ 4x - 3y = 6 \text{ ②}, \end{cases}$

②-①得：  $3x=6$ ，  $\therefore x=2$ ，

把代入①解得：  $y=\frac{2}{3}$ ，

$\therefore$ 原方程组的解是  $\begin{cases} x = 2, \\ y = \frac{2}{3}. \end{cases}$

19. 某空调厂的装配车间，原计划用若干天组装 150 台空调，厂家为了使空调提前上市，决定每天多组装 3 台，这样提前 3 天超额完成了任务，总共比原计划多组装 6 台，问原计划每天组装多少台？

解析：求的是工效，工作总量是 150，则是根据工作时间来列等量关系. 关键描述语是“提前 3 天超额完成了任务，总共比原计划多组装 6 台”，等量关系为：原计划时间-实际多组装 6 台用时=3.

答案：设原计划每天组装  $x$  台，依题意得，  $\frac{150}{x} - \frac{150+6}{x+3} = 3$ ，

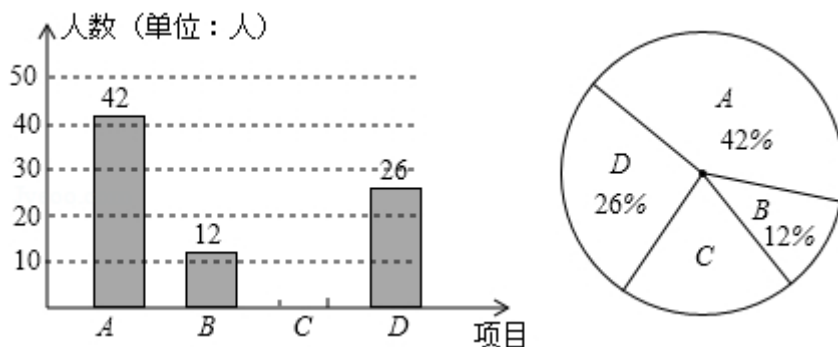
两边都乘以  $x(x+3)$  得  $150(x+3) - 156x = 3x(x+3)$ ，

化简得  $x^2 + 5x - 150 = 0$ ，解得  $x_1 = -15$ ，  $x_2 = 10$ ，

经检验  $x_1 = -15$ ，  $x_2 = 10$  是原方程的解，  $x_1 = -15$  不合题意，只取  $x_2 = 10$ ，

答：原计划每天组装 10 台.

20. 为开展“学生每天锻炼 1 小时”的活动，我市某中学根据学校实际情况，决定开设 A：毽子，B：篮球，C：跑步，D：跳绳四种运动项目. 为了了解学生最喜欢哪一种项目，随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘制成如下统计图. 请结合图中信息解答下列问题：



(1) 该校本次调查中，共调查了多少名学生？

(2) 计算本次调查学生中喜欢“跑步”的人数和百分比，并将两个统计图补充完整；

(3) 在本次调查的学生中随机抽取 1 人，他喜欢“跑步”的概率有多大？

解析：(1) 结合条形统计图和扇形统计图，利用 A 组频数 42 除以 A 组频率 42%，即可得到该

校本次调查中，共调查了多少名学生；

(2) 利用(1)中所求人数，减去 A、B、D 组的频数即可；C 组频数除以 100 即可得到 C 组频率；

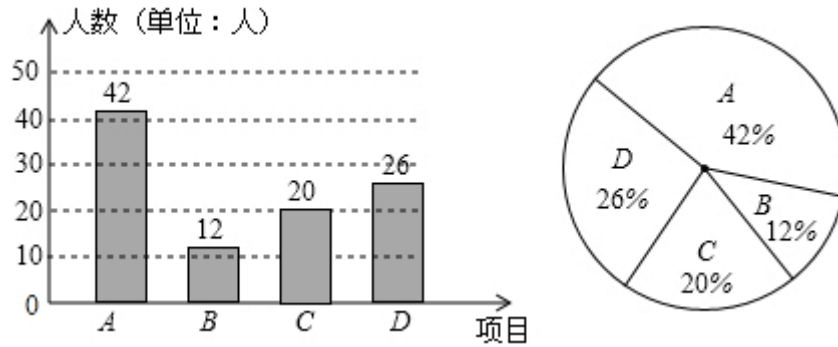
(3) 根据概率公式直接解答.

答案：(1) 该校本次一共调查了  $42 \div 42\% = 100$  (人)；

(2) 喜欢跑步的人数  $= 100 - 42 - 12 - 26 = 20$  (人)，

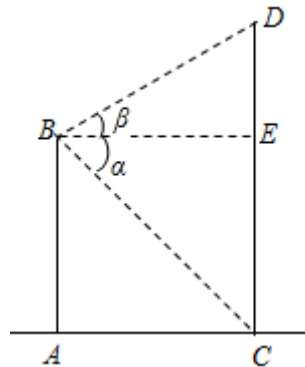
喜欢跑步的人数占被调查学生数的百分比  $= \frac{20}{100} \times 100\% = 20\%$ ，

补全统计图，如图.



(3) 在本次调查中随机抽取一名学生他喜欢跑步的概率  $= \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ .

21. 如图，两座建筑物 AB 及 CD，其中 A、C 距离为 60 米，在 AB 的顶点 B 处测得 CD 的顶部 D 的仰角  $\beta = 30^\circ$ ，测得其底部 C 的俯角  $\alpha = 45^\circ$ ，求两座建筑物 AB 及 CD 的高度 (保留根号).



解析：在直角三角形 BDE 和直角三角形 BEC 中，分别用 BE 表示 DE，EC 的长，代入 BE 的值和已知角的三角函数值即可求出 AB 和 CD 的高度.

答案： $\because$  图中  $BE \perp CD$ ，则四边形 ABEC 是矩形， $\angle \alpha = 45^\circ$ ， $\angle \beta = 30^\circ$ ， $\therefore BE = AC = 60$  米， $AB = CE$ ，在  $Rt\triangle BCE$  中， $\angle BCE = 90^\circ - \angle \alpha = 45^\circ$ ， $\therefore \angle BCE = \angle \alpha \therefore EC = BE = AB = 60$  米，

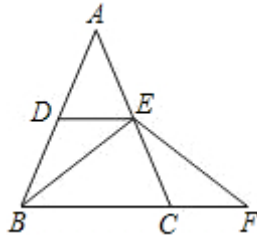
$\because$  在  $Rt\triangle BDE$  中， $\tan \beta = \frac{DE}{BE}$ ，

$\therefore DE = BE \tan \beta = 60 \cdot \tan 30^\circ = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 20\sqrt{3}$ ， $\therefore CD = CE + DE = 60 + 20\sqrt{3}$ ，

答：建筑物 AB 的高度为 60 米，建筑物 CD 的高度为  $(60 + 20\sqrt{3})$  米.

22. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ，点 D，E 分别是 AB，AC 的中点，F 是 BC 延长线上的一点，且

$$CF = \frac{1}{2} BC.$$



(1) 求证:  $DE=CF$ ;

(2) 求证:  $BE=EF$ .

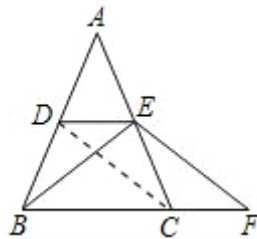
解析: (1) 根据三角形的中位线定理证明  $DE = \frac{1}{2} BC$ , 再结合已知条件证明结论;

(2) 在(1)的结论的基础上, 连接  $CD$ , 发现平行四边形  $DEFC$  和等腰梯形  $DECB$ . 根据平行四边形的性质得到  $CD=EF$ ; 根据等腰梯形的性质得到  $CD=BE$ . 从而得到  $BE=EF$ .

答案: (1)  $\because D, E$  分别为  $AB, AC$  的中点,  $\therefore DE$  为中位线.  $\therefore DE \parallel BC$ , 且  $DE = \frac{1}{2} BC$ .

又  $\because CF = \frac{1}{2} BC$ ,  $\therefore DE=CF$ .

(2) 连接  $DC$ ,



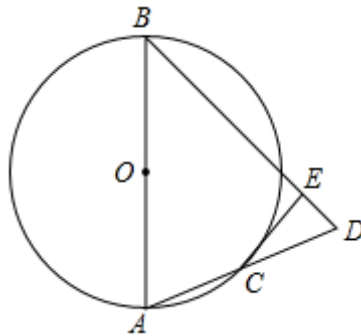
由(1)可得  $DE \parallel CF$ , 且  $DE=CF$ ,

$\therefore$  四边形  $DCFE$  为平行四边形.  $\therefore EF=DC$ .

$\because AB=AC$ , 且  $DE$  为中位线,  $\therefore$  四边形  $DBCE$  为等腰梯形.

又  $\because DC, BE$  为等腰梯形  $DBCE$  的对角线,  $\therefore DC=BE$ .  $\therefore BE=EF$ .

23. 如图, 已知  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $C$  是  $\odot O$  上一点, 连结  $AC$  并延长至  $D$ , 使  $CD=AC$ , 连结  $BD$ , 作  $CE \perp BD$ , 垂足为  $E$ .



(1) 线段  $AB$  与  $DB$  的大小关系为\_\_\_\_\_ , 请证明你的结论;

(2) 判断  $CE$  与  $\odot O$  的位置关系, 并证明;

(3) 当  $\triangle CED$  与四边形  $ACEB$  的面积之比是  $1:7$  时, 试判断  $\triangle ABD$  的形状, 并证明.



解析: (1) 首先连接 BC, 由 AB 是  $\odot O$  的直径, 可得  $\angle ACB=90^\circ$ , 又由  $AC=CD$ , 利用三线合一的知识, 即可判定  $AB=DB$ ;

(2) 首先连接 OC, 由点 O 为 AB 的中点, 点 C 为 AD 的中点, 根据三角形中位线的性质, 可证得  $OC \parallel BD$ , 又由  $CE \perp BD$ , 即可证得  $CE \perp OC$ , 即得 CE 与  $\odot O$  的切线;

(3) 易证得  $\triangle CED \sim \triangle BCD$ , 然后由相似三角形的对应边成比例证得:  $CD = \frac{1}{2} BD$ , 可求得  $\angle CBD=30^\circ$ , 即可得  $\angle D=60^\circ$ , 则可证得  $\triangle ABD$  是等边三角形.

答案: (1) 线段  $AB=DB$ . 证明如下: 连结 BC,

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle ACB=90^\circ$ , 即  $BC \perp AD$ .

又  $\because AC=CD$ ,  $\therefore BC$  垂直平分线段 AD,  $\therefore AB=DB$ ;

(2) CE 是  $\odot O$  的切线. 证明如下: 连结 OC,

$\because$  点 O 为 AB 的中点, 点 C 为 AD 的中点,

$\therefore OC$  为  $\triangle ABD$  的中位线,  $\therefore OC \parallel BD$ .

又  $\because CE \perp BD$ ,  $\therefore CE \perp OC$ ,  $\therefore CE$  是  $\odot O$  的切线;

(3)  $\triangle ABD$  为等边三角形. 证明如下:

$$\text{由 } \frac{S_{\text{四边形}ACEB}}{S_{\square CED}} = \frac{7}{1}, \text{ 得 } \frac{S_{\text{四边形}ACEB} + S_{\square CED}}{S_{\square CED}} = \frac{7+1}{1}, \therefore \frac{S_{\square ABD}}{S_{\square CED}} = \frac{8}{1},$$

$$\text{即 } \frac{S_{\square CED}}{S_{\square ABD}} = \frac{1}{8}, \therefore \frac{S_{\square CED}}{2S_{\square BCD}} = \frac{1}{8}, \frac{S_{\square CED}}{S_{\square BCD}} = \frac{1}{4},$$

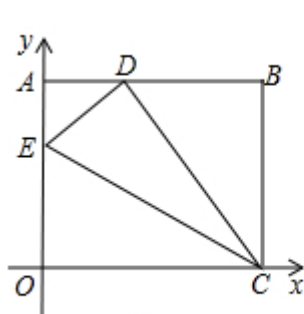
$\because \angle D = \angle D, \angle CED = \angle BCD = 90^\circ, \therefore \triangle CED \sim \triangle BCD$ ,

$$\therefore \left(\frac{CD}{BD}\right)^2 = \frac{S_{\square CED}}{S_{\square BCD}}, \text{ 即 } \left(\frac{CD}{BD}\right)^2 = \frac{1}{4}, \therefore \frac{CD}{BD} = \frac{1}{2},$$

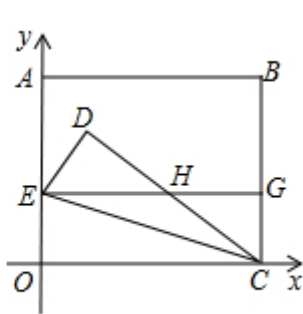
在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $\because CD = \frac{1}{2} BD, \therefore \angle CBD = 30^\circ, \therefore \angle D = 60^\circ$ ,

又  $\because AB = DB, \therefore \triangle ABD$  为等边三角形.

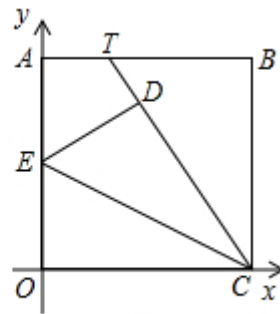
24. 将边长  $OA=8, OC=10$  的矩形  $OABC$  放在平面直角坐标系中, 顶点  $O$  为原点, 顶点  $C, A$  分别在  $x$  轴和  $y$  轴上. 在  $OA$  边上选取适当的点  $E$ , 连接  $CE$ , 将  $\triangle EOC$  沿  $CE$  折叠.



图①



图②



图③

(1) 如图①, 当点  $O$  落在  $AB$  边上的点  $D$  处时, 点  $E$  的坐标为\_\_\_\_\_;

(2) 如图②, 当点  $O$  落在矩形  $OABC$  内部的点  $D$  处时, 过点  $E$  作  $EG \parallel x$  轴交  $CD$  于点  $H$ , 交  $BC$  于点  $G$ . 求证:  $EH=CH$ ;

(3) 在 (2) 的条件下, 设  $H(m, n)$ , 写出  $m$  与  $n$  之间的关系式\_\_\_\_\_;

(4) 如图③，将矩形 OABC 变为正方形，OC=10，当点 E 为 AO 中点时，点 O 落在正方形 OABC 内部的点 D 处，延长 CD 交 AB 于点 T，求此时 AT 的长度。

解析：(1) 根据翻折变换的性质以及勾股定理得出 BD 的长，进而得出 AE，EO 的长即可得出答案；

(2) 利用平行线的性质以及等角对等边得出答案即可；

(3) 根据 H 点坐标得出各边长度，进而利用勾股定理求出 m 与 n 的关系即可；

(4) 首先得出  $Rt\triangle ATE \cong Rt\triangle DTE$  进而得出  $AT=DT$ 。设  $AT=x$ ，则  $BT=10-x$ ， $TC=10+x$ ，在  $Rt\triangle BTC$  中， $BT^2+BC^2=TC^2$ ，求出即可。

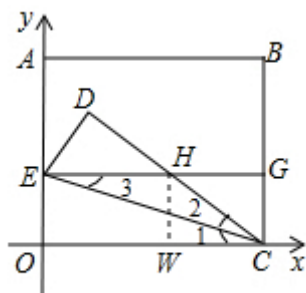
答案：(1)  $\because$  将边长  $OA=8$ ， $OC=10$  的矩形 OABC 放在平面直角坐标系中，点 O 落在 AB 边上的点 D 处， $\therefore OC=DC=10$ ，

$$\because BC=8, \therefore BD=\sqrt{10^2-8^2}=6, \therefore AD=10-6=4,$$

设  $AE=x$ ，则  $EO=8-x$ ， $\therefore x^2+4^2=(8-x)^2$ ，解得： $x=3$ ， $\therefore AE=3$ ，则  $EO=8-3=5$ ， $\therefore$  点 E 的坐标为： $(0, 5)$ ；

(2) (如图②) 由题意可知  $\angle 1=\angle 2$ 。  $\because EG \parallel x$  轴， $\therefore \angle 1=\angle 3$ 。  $\therefore \angle 2=\angle 3$ 。  $\therefore EH=CH$ 。

(3) 过点 H 作  $HW \perp OC$  于点 W，

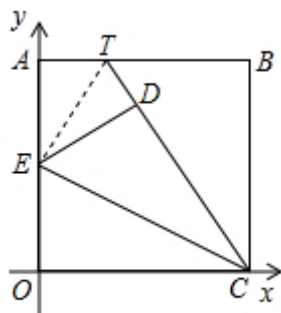


图②

$\because$  在 (2) 的条件下，设  $H(m, n)$ ， $\therefore EH=HC=m$ ， $WC=10-m$ ， $HW=n$ ， $\therefore HW^2+WC^2=HC^2$ ，

$$\therefore n^2+(10-m)^2=m^2, \therefore m \text{ 与 } n \text{ 之间的关系式为: } m=\frac{1}{20}n^2+5;$$

(4) (如图③) 连接 ET，



图③

由题意可知， $ED=EO$ ， $ED \perp TC$ ， $DC=OC=10$ ，

$\because E$  是  $AO$  中点， $\therefore AE=EO$ 。  $\therefore AE=ED$ 。

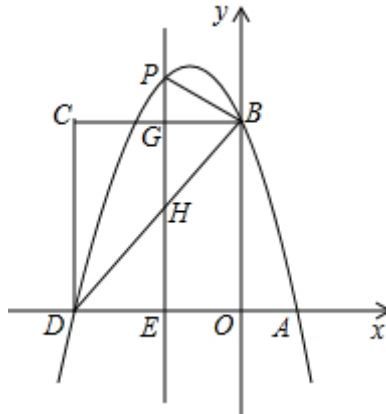
$\because$  在  $Rt\triangle ATE$  和  $Rt\triangle DTE$  中，
$$\begin{cases} TE = TE, \\ AE = ED, \end{cases} \therefore Rt\triangle ATE \cong Rt\triangle DTE (HL). \therefore AT=DT.$$

设  $AT=x$ ，则  $BT=10-x$ ， $TC=10+x$ ，

在 Rt△BTC 中,  $BT^2+BC^2=TC^2$ , 即  $(10-x)^2+10^2=(10+x)^2$ , 解得  $x=2.5$ , 即  $AT=2.5$ .

故答案为:  $(0, 5)$ ;  $m=\frac{1}{20}n^2+5$ .

25. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线  $y=-\frac{4}{3}x^2+bx+c$  与  $x$  轴交于 A、D 两点, 与  $y$  轴交于点 B, 四边形 OBCD 是矩形, 点 A 的坐标为  $(1, 0)$ , 点 B 的坐标为  $(0, 4)$ , 已知点  $E(m, 0)$  是线段 DO 上的动点, 过点 E 作  $PE \perp x$  轴交抛物线于点 P, 交 BC 于点 G, 交 BD 于点 H.



- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) 当点 P 在直线 BC 上方时, 请用含  $m$  的代数式表示 PG 的长度;
- (3) 在 (2) 的条件下, 是否存在这样的点 P, 使得以 P、B、G 为顶点的三角形与  $\triangle DEH$  相似? 若存在, 求出此时  $m$  的值; 若不存在, 请说明理由.

解析: (1) 将  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 4)$  代入  $y=-\frac{4}{3}x^2+bx+c$ , 运用待定系数法即可求出抛物线的解析式;

(2) 由  $E(m, 0)$ ,  $B(0, 4)$ , 得出  $P(m, -\frac{4}{3}m^2-\frac{8}{3}m+4)$ ,  $G(m, 4)$ , 则  $PG=-\frac{4}{3}m^2-\frac{8}{3}m+4-4=-\frac{4}{3}m^2-\frac{8}{3}m$ , 点 P 在直线 BC 上方时, 故要求出  $m$  的取值范围;

(3) 先由抛物线的解析式求出  $D(-3, 0)$ , 则当点 P 在直线 BC 上方时,  $-2 < m < 0$ . 再运用待定系数法求出直线 BD 的解析式为  $y=\frac{4}{3}x+4$ , 于是得出  $H(m, \frac{4}{3}m+4)$ . 当以 P、B、G 为顶点的三角形与  $\triangle DEH$  相似时, 由于  $\angle PGB = \angle DEH = 90^\circ$ , 所以分两种情况进行讨论: ①  $\triangle BGP \sim \triangle DEH$ ; ②  $\triangle PGB \sim \triangle DEH$ . 都可以根据相似三角形对应边成比例列出比例关系式, 进而求出  $m$  的值.

答案: (1)  $\because$  抛物线  $y=-\frac{4}{3}x^2+bx+c$  与  $x$  轴交于点  $A(1, 0)$ , 与  $y$  轴交于点  $B(0, 4)$ ,

$$\therefore \begin{cases} -\frac{4}{3}+b+c=0, \\ c=4, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b=-\frac{8}{3}, \\ c=4, \end{cases} \therefore \text{抛物线的解析式为 } y=-\frac{4}{3}m^2-\frac{8}{3}m+4;$$

(2)  $\because E(m, 0)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $PE \perp x$  轴交抛物线于点 P, 交 BC 于点 G,

$$\therefore P(m, -\frac{4}{3}m^2-\frac{8}{3}m+4), G(m, 4), \therefore PG=-\frac{4}{3}m^2-\frac{8}{3}m+4-4=-\frac{4}{3}m^2-\frac{8}{3}m;$$

点 P 在直线 BC 上方时, 故需要求出抛物线与直线 BC 的交点,

$$\text{令 } 4 = -\frac{4}{3}m^2 - \frac{8}{3}m + 4, \text{ 解得 } m = -2 \text{ 或 } 0,$$

即 m 的取值范围:  $-2 < m < 0$ , PG 的长度为:  $-\frac{4}{3}m^2 - \frac{8}{3}m$  ( $-2 < m < 0$ );

(3) 在 (2) 的条件下, 存在点 P, 使得以 P、B、G 为顶点的三角形与  $\triangle DEH$  相似.

$$\because y = -\frac{4}{3}m^2 - \frac{8}{3}m + 4, \therefore \text{当 } y = 0 \text{ 时, } -\frac{4}{3}m^2 - \frac{8}{3}m + 4 = 0, \text{ 解得 } x = 1 \text{ 或 } -3, \therefore D(-3, 0).$$

当点 P 在直线 BC 上方时,  $-2 < m < 0$ .

设直线 BD 的解析式为  $y = kx + 4$ ,

$$\text{将 } D(-3, 0) \text{ 代入, 得 } -3k + 4 = 0, \text{ 解得 } k = \frac{4}{3}, \therefore \text{直线 BD 的解析式为 } y = \frac{4}{3}x + 4, \therefore H(m, \frac{4}{3}m + 4).$$

分两种情况:

$$\text{① 如果 } \triangle BGP \sim \triangle DEH, \text{ 那么 } \frac{BG}{DE} = \frac{GP}{EH},$$

$$\text{即 } \frac{-m}{m+3} = \frac{-\frac{4}{3}m^2 - \frac{8}{3}m}{\frac{4}{3}m + 4}, \text{ 解得 } m = -3 \text{ 或 } -1, \text{ 由 } -2 < m < 0, \text{ 故 } m = -1;$$

$$\text{② 如果 } \triangle PGB \sim \triangle DEH, \text{ 那么 } \frac{PG}{DE} = \frac{BG}{HE},$$

$$\text{即 } \frac{-\frac{4}{3}m^2 - \frac{8}{3}m}{m+4} = \frac{-m}{\frac{4}{3}m + 4}, \text{ 由 } -2 < m < 0, \text{ 解得 } m = -\frac{23}{16}.$$

综上所述, 在 (2) 的条件下, 存在点 P, 使得以 P、B、G 为顶点的三角形与  $\triangle DEH$  相似, 此时

m 的值为  $-1$  或  $-\frac{23}{16}$ .