

## 2014 年山西省中考模拟数学

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的序号填写在题前的括号内。

1. (3 分)  $-2$  的绝对值等于 ( )

A.  $-\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $-2$

D.  $2$

解析：根据绝对值的性质：一个负数的绝对值是它的相反数答案：即可。  $|-2|=2$ 。

答案：D.

2. (3 分) 某汽车参展商为参加第 8 届中国（长春）国际汽车博览会，印制了 105 000 张宣传彩页。105 000 这个数字用科学记数法表示为 ( )

A.  $10.5 \times 10^4$

B.  $1.05 \times 10^5$

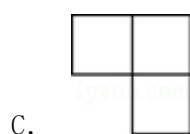
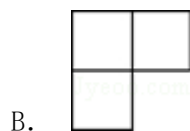
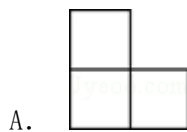
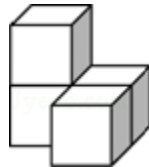
C.  $1.05 \times 10^6$

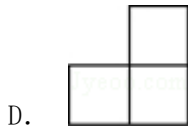
D.  $0.105 \times 10^6$

解析：科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数。确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值  $> 1$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数。  $105\ 000 = 1.05 \times 10^5$ 。

答案：B.

3. (3 分) 右图是由 4 个相同的小正方体组成的几何体，其俯视图为 ( )

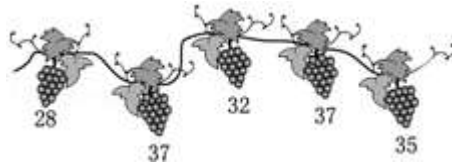




解析： 从上面看可得到从上往下两行正方形的个数依次为 2，1，并且在左上方.

答案： C.

4. (3分) 一条葡萄藤上结有五串葡萄，每串葡萄的粒数如图所示(单位：粒). 则这组数据的中位数为 ( )



- A. 37
- B. 35
- C. 33.8
- D. 32

解析： 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数(或两个数的平均数)为中位数：28，32，35，37，37，位于最中间的数是 35， $\therefore$ 这组数的中位数是 35.

答案： B.

5. (3分) 关于  $x$  的方程  $mx - 1 = 2x$  的解为正实数，则  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $m \geq 2$
- B.  $m \leq 2$
- C.  $m > 2$
- D.  $m < 2$

解析： 根据题意可得  $x > 0$ ，将  $x$  化成关于  $m$  的一元一次方程，然后根据  $x$  的取值范围即可求出  $m$  的取值范围.

由  $mx - 1 = 2x$ ,

移项、合并，得  $(m - 2)x = 1$ ,

$$\therefore x = \frac{1}{m - 2}.$$

$\because$  方程  $mx - 1 = 2x$  的解为正实数，

$$\therefore \frac{1}{m - 2} > 0,$$

解得  $m > 2$ .

答案： C.

6. (3分) 在以下绿色食品、回收、节能、节水四个标志中，是轴对称图形的是 ( )





网版权所有

解析： 根据轴对称图形的概念求解．如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴．

- A、是轴对称图形，故 A 符合题意；
- B、不是轴对称图形，故 B 不符合题意；
- C、不是轴对称图形，故 C 不符合题意；
- D、不是轴对称图形，故 D 不符合题意．

答案： A.

7. (3分) 下列命题中，假命题是 ( )

- A. 经过两点有且只有一条直线
- B. 平行四边形的对角线相等
- C. 两腰相等的梯形叫做等腰梯形
- D. 圆的切线垂直于经过切点的半径

解析： 根据直线的性质、平行四边形的性质、等腰梯形的性质和切线的性质判断各选项即可．

- A、经过两点有且只有一条直线，故本选项正确；
- B、平行四边形的对角线不一定相等，故本选项错误；
- C、两腰相等的梯形叫做等腰梯形，故本选项正确
- D、圆的切线垂直于经过切点的半径，故本选项正确．

答案： B.

8. (3分) 下列函数的图象在每一个象限内，y 值随 x 值的增大而增大的是 ( )

- A.  $y = -x + 1$
- B.  $y = x^2 - 1$
- C.  $y = \frac{1}{x}$
- D.  $y = -\frac{1}{x}$

解析：一次函数当  $k$  大于 0 时， $y$  值随  $x$  值的增大而增大，反比例函数系数  $k$  为负时， $y$  值随  $x$  值的增大而增大，对于二次函数根据其对称轴判断其在区间上的单调性。

A、对于一次函数  $y = -x + 1$ ， $k < 0$ ，函数的图象在每一个象限内， $y$  值随  $x$  值的增大而减小，故本选项错误；

B、对于二次函数  $y = x^2 - 1$ ，当  $x > 0$  时， $y$  值随  $x$  值的增大而增大，当  $x < 0$  时， $y$  值随  $x$  值的增大而减小，故本选项错误；

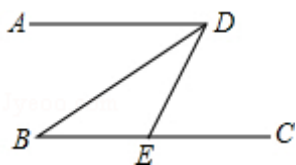
C、对于反比例函数  $y = \frac{1}{x}$ ， $k > 0$ ，函数的图象在每一个象限内， $y$  值随  $x$  值的增大而减小，故本选项错误；

D、对于反比例函数  $y = -\frac{1}{x}$ ， $k < 0$ ，函数的图象在每一个象限内， $y$  值随  $x$  值的增大而增大，

故本选项正确。

答案：D.

9. (3分) 如图，已知  $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $DB$  平分  $\angle ADE$ ，则  $\angle DEC =$  ( )



A.  $30^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $90^\circ$

D.  $120^\circ$

解析：根据平行线的性质：两条直线平行，内错角相等及角平分线的性质，三角形内角和定理答案：.

$\because AD \parallel BC$ ,

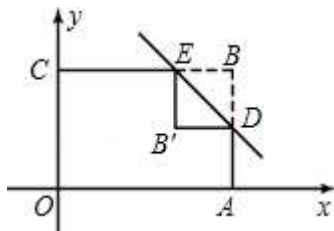
$\therefore \angle ADB = \angle B = 30^\circ$  ,

再根据角平分线的概念，得：  $\angle BDE = \angle ADB = 30^\circ$  ,

再根据两条直线平行，内错角相等得：  $\angle DEC = \angle ADE = 60^\circ$  ,

答案：B.

10. (3分) 如图，矩形  $OABC$  的边  $OA$ 、 $OC$  分别在  $x$  轴、 $y$  轴上，点  $B$  的坐标为  $(3, 2)$ 。点  $D$ 、 $E$  分别在  $AB$ 、 $BC$  边上， $BD = BE = 1$ 。沿直线将  $\triangle BDE$  翻折，点  $B$  落在点  $B'$  处。则点  $B'$  的坐标为 ( )



A.  $(1, 2)$

B.  $(2, 1)$

C.  $(2, 2)$

D.  $(3, 1)$

解析： 首先根据折叠可以得到  $B'E=BE$ ,  $B'D=BD$ , 又点 B 的坐标为  $(3, 2)$ ,  $BD=BE=1$ , 根据这些条件即可确定  $B'$  的坐标.

$\because$  矩形 OABC 的边 OA、OC 分别在 x 轴、y 轴上, 点 B 的坐标为  $(3, 2)$ ,

$\therefore CB=3, AB=2$ ,

又根据折叠得  $B'E=BE, B'D=BD$ , 而  $BD=BE=1$ ,

$\therefore CE=2, AD=1$ ,

$\therefore B'$  的坐标为  $(2, 1)$ .

答案: B.

11. (3分) 现定义运算“ $\star$ ”, 对于任意实数 a、b, 都有  $a\star b=a^2-3a+b$ , 如:  $4\star 5=4^2-3\times 4+5$ , 若  $x\star 2=6$ , 则实数 x 的值是 ( )

A. -4 或 -1

B. 4 或 -1

C. 4 或 -2

D. -4 或 2

解析: 先根据新定义得到  $x^2-3x+2=6$ , 整理得  $x^2-3x-4=0$ , 再把方程左边分解, 原方程化为  $x-4=0$  或  $x+1=0$ , 然后解一次方程即可.

$\because x\star 2=6$ ,

$\therefore x^2-3x+2=6$ ,

整理得  $x^2-3x-4=0$ ,

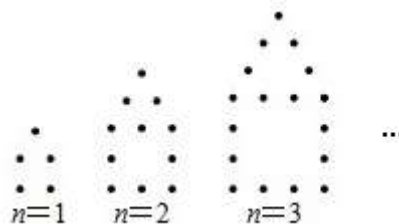
$\therefore (x-4)(x+1)=0$ ,

$\therefore x-4=0$  或  $x+1=0$ ,

$\therefore x_1=4, x_2=-1$ .

答案: B.

12. (3分) 如图, 用围棋子按下面的规律摆图形, 则摆第 n 个图形需要围棋子的枚数为 ( )



A.  $5n$

B.  $5n-1$

C.  $6n-1$

D.  $2n^2+1$

解析: 本题中可根据图形分别得出  $n=1, 2, 3, 4$  时的小屋子需要的点数, 然后找出规律得出第 n 个时小屋子需要的点数, 然后将 10 代入求得的规律即可求得有多少个点.

依题意得: 摆第 1 个“小屋子”需要  $4+1=5$  个点;

摆第 2 个“小屋子”需要  $4+1\times 4+1+2=11$  个点;

摆第 3 个“小屋子”需要  $4+2\times 4+1+2+2=17$  个点.

当  $n=n$  时, 需要的点数为  $5+(n-1)\times 4+(n-1)\times 2=(6n-1)$  个.

答案: C.

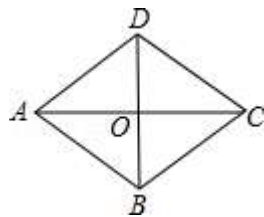
二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分，不需要写出答案：过程，请把答案直接填写在题后的横线上）

13. (3 分) 某一个十字路口的交通信号灯每分钟红灯亮 30 秒，绿灯亮 25 秒，黄灯亮 5 秒. 当你抬头看信号灯时，是黄灯的概率是\_\_\_\_\_.

网版权所有解析： 根据题意可得：在 1 分钟内，红灯亮 30 秒，绿灯亮 25 秒，黄灯亮 5 秒，故抬头看信号灯时，是黄灯的概率是  $\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ .

答案：  $\frac{1}{12}$ .

14. (3 分) 如图，已知菱形 ABCD 的边长为 5，对角线 AC，BD 相交于点 O，BD=6，则菱形 ABCD 的面积为\_\_\_\_\_.



解析： 根据菱形的对角线互相垂直且互相平分可得出对角线 AC 的长度，进而根据对角线乘积的一半可得出菱形的面积.

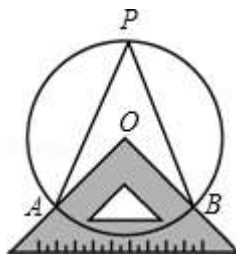
由题意得：  $AO = \sqrt{AD^2 - OD^2} = 4$ ,

$\therefore AC = 8$ ,

故可得菱形 ABCD 的面积为  $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ .

答案： 24.

15. (3 分) 如图，将三角板的直角顶点放在  $\odot O$  的圆心上，两条直角边分别交  $\odot O$  于 A、B 两点，点 P 在优弧 AB 上，且与点 A、B 不重合，连接 PA、PB. 则  $\angle APB$  的大小为\_\_\_\_\_度.



解析：  $\angle AOB$  与  $\angle APB$  为  $\widehat{AB}$  所对的圆心角和圆周角，已知  $\angle AOB = 90^\circ$ ，利用圆周角定理求解.

$\therefore \angle AOB$  与  $\angle APB$  为  $\widehat{AB}$  所对的圆心角和圆周角，

$\therefore \angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$ .

答案： 45.

16. (3分) 活动课上, 小华从点O出发, 每前进1米, 就向右转体 $a^\circ$  ( $0 < a < 180$ ), 照这样走下去, 如果他恰好能回到O点, 且所走过的路程最短, 则a的值等于\_\_\_\_\_.

解析: 根据多边形的外角和等于 $360^\circ$ , 用 $360^\circ \div a^\circ$ , 所得最小整数就是多边形的边数, 然后再求出a即可.

根据题意, 小华所走过的路线是正多边形,

$\therefore$  边数  $n = 360^\circ \div a^\circ$ ,

走过的路程最短, 则n最小, a最大,

n最小是3,  $a^\circ$ 最大是 $120^\circ$ .

答案: 120.

三、答案: 题: 本大题共9小题, 共72分. 请在题后空白区域内作答, 答案: 时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (6分) 计算:  $|-2| + (\sqrt{3} - 1)^0 + 2\sin 30^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ .

解析: 第一步: 化去绝对值的符号, 锐角三角函数转化成特殊值, 进行开立方运算, 计算0指数; 第二步: 进行实数运算.

答案: 原式 =  $2 + 1 + 1 - 2$

= 2.

18. (6分) 化简:  $\frac{a-3b}{a-b} + \frac{a+b}{a-b}$ .

解析: 分母不变, 直接把分子相加减即可.

答案: 原式 =  $\frac{a-3b+a+b}{a-b}$

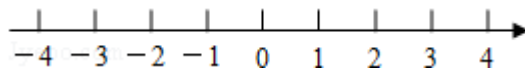
=  $\frac{2(a-b)}{a-b}$

= 2.

19. (6分) 已知三个一元一次不等式:  $2x > 4$ ,  $2x \geq x - 1$ ,  $x - 3 < 0$ . 请从中选择你喜欢的两个不等式, 组成一个不等式组, 求出这不等式组的解集, 并将解集在数轴上表示出来.

(1) 你组成的不等式组是:

(2) 解:

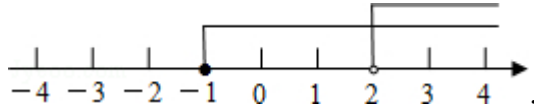


解析: (1) 直接写出即可; (2) 根据不等式的性质求出不等式的解集, 根据找不等式组解集的规律找出不等式组的解集即可.

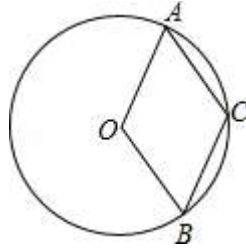
答案: (1) 不等式组:  $\begin{cases} 2x > 4 \text{ ①} \\ 2x \geq x - 1 \text{ ②} \end{cases}$ .

(2) 解不等式组①, 得  $x > 2$ ,

解不等式组②，得  $x \geq -1$ ，  
 $\therefore$  不等式组的解集为  $x > 2$ ，



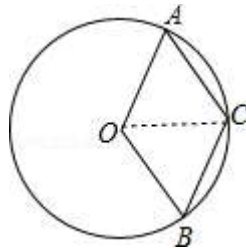
20. (7分) 如图 A、B 是  $\odot O$  上的两点， $\angle AOB = 120^\circ$ ，C 是弧  $\widehat{AB}$  的中点，求证四边形 OACB 是菱形.



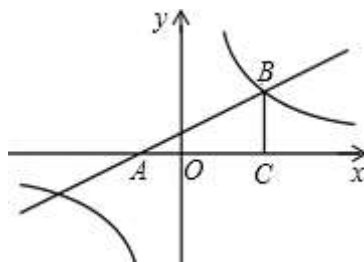
解析：连 OC，由 C 是弧  $\widehat{AB}$  的中点， $\angle AOB = 120^\circ$ ，根据在同圆或等圆中，相等的弧所对的圆心角相等得到  $\angle AOC = \angle BOC = 60^\circ$ ，易得  $\triangle OAC$  和  $\triangle OBC$  都是等边三角形，则  $AC = OA = OB = BC$ ，根据菱形的判定方法即可得到结论.

答案：连 OC，如图，

$\because$  C 是弧  $\widehat{AB}$  的中点， $\angle AOB = 120^\circ$   
 $\therefore \angle AOC = \angle BOC = 60^\circ$ ，  
 又  $\because OA = OC = OB$ ，  
 $\therefore \triangle OAC$  和  $\triangle OBC$  都是等边三角形，  
 $\therefore AC = OA = OB = BC$ ，  
 $\therefore$  四边形 OACB 是菱形.



21. (7分) 如图，平面直角坐标系中，直线  $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$  与 x 轴交于点 A，与双曲线  $y = \frac{k}{x}$  在第一象限内交于点 B，BC  $\perp$  x 轴于点 C， $OC = 2AO$ 。求双曲线的解析式.





解析：先利用一次函数与图象的交点，再利用  $OC=2AO$  求得 C 点的坐标，然后代入一次函数求得点 B 的坐标，进一步求得反比例函数的解析式即可。

答案：由题意  $OC=2AO$ ，

由直线  $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$  与 x 轴交于点 A 的坐标为  $(-1, 0)$ ，

$\therefore OA=1$ 。

又  $\because OC=2OA$ ，

$\therefore OC=2$ ，

$\therefore$  点 B 的横坐标为 2，

代入直线  $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ ，得  $y=\frac{3}{2}$ ，

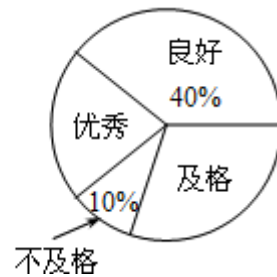
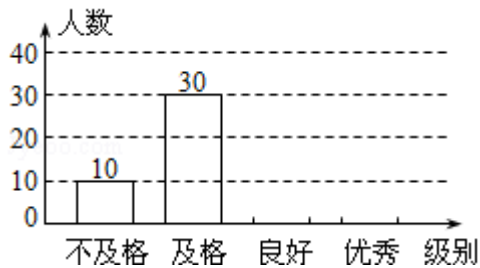
$\therefore B(2, \frac{3}{2})$ 。

$\because$  点 B 在双曲线上，

$\therefore k=xy=2 \times \frac{3}{2}=3$ ，

$\therefore$  双曲线的解析式为  $y=\frac{3}{x}$ 。

22. (8分) 2011年7月1日，中国共产党90华诞，某校组织了由八年级700名学生参加的建党90周年知识竞赛。李老师为了了解学生对党史知识的掌握情况，从中随机抽取了部分同学的成绩作为样本，把成绩按优秀、良好、及格、不及格4个级别进行统计，并绘制成了如图的条形统计图和扇形统计图（部分信息未给出）



请根据以上提供的信息，答案：下列问题：

- (1) 求被抽取的部分学生的人数；
- (2) 请补全条形统计图，并求出扇形统计图中表示及格的扇形的圆心角度数；
- (3) 请估计八年级的700名学生中达到良好和优秀的总人数。

解析：(1) 用不及格的百分比除以人数即为被抽取部分学生的人数；

(2) 及格的百分比等于及格的人数被抽查的人数，再求得优秀百分比和人数，用  $360^\circ$  乘以及格的百分比即求出表示及格的扇形的圆心角度数；

(3) 先计算出被抽查的学生中达到良好和优秀的百分比，再乘以700即可。

答案：(1)  $10 \div 10\% = 100$  (人)；

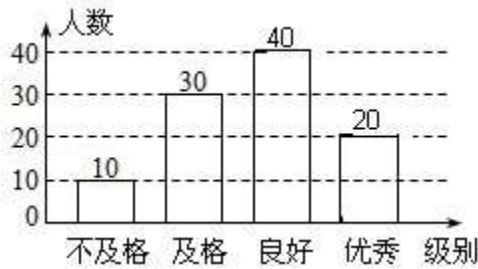
(2) 良好：  $40\% \times 100 = 40$  (人)，

优秀：  $100 - 40 - 10 - 30 = 20$  (人)，

$30 \div 100 \times 360^\circ = 108^\circ$ ，

扇形统计图中表示及格的扇形的圆心角度数是  $108^\circ$ 。

如图所示：



$$(3) \because 700 \times \frac{40+20}{100} = 420 \text{ (人)}$$

$\therefore$  700 名学生中达到良好和优秀的总人数约是 420 人.

23. (10 分) 为落实校园“阳光体育”工程，某校计划购买篮球和排球共 20 个. 已知篮球每个 80 元，排球每个 60 元. 设购买篮球  $x$  个，购买篮球和排球的总费用  $y$  元.

(1) 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式；

(2) 如果要求篮球的个数不少于排球个数的 3 倍，应如何购买，才能使总费用最少？最少费用是多少元？

解析：(1) 根据某校计划购买篮球和排球共 20 个，篮球为  $x$  个，则排球为  $(20 - x)$  个，已知篮球每个 80 元，排球每个 60 元可列出函数式.

(2) 根据篮球的个数不少于排球个数的 3 倍，求出篮球的个数的最小值，从而可求出解.

答案：(1) 购买篮球  $x$  个，则排球为  $(20 - x)$  个，

则根据题意得： $y = 80x + 60(20 - x) = 1200 + 20x$ ；

(2) 由题意得，

$$x \geq 3(20 - x),$$

解得  $x \geq 15$ ,

要使总费用最少， $x$  必须取最小值 15，

$$y = 1200 + 20 \times 15 = 1500.$$

答：购买篮球 15 个，排球 5 个，才能使总费用最少. 最少费用是 1500 元.

24. (10 分) 如图，四边形 ABCD 是矩形，点 P 是直线 AD 与 BC 外的任意一点，连接 PA、PB、PC、PD. 请答案：下列问题：

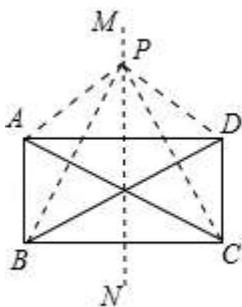


图1

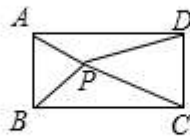


图2

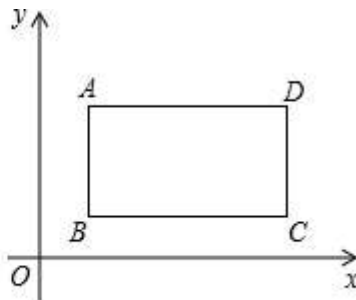


图3

(1) 如图 1，当点 P 在线段 BC 的垂直平分线 MN 上（对角线 AC 与 BD 的交点 Q 除外）时，证明  $\triangle PAC \cong \triangle PDB$ ；

(2) 如图 2，当点 P 在矩形 ABCD 内部时，求证： $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$ ；

(3) 若矩形 ABCD 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 B 的坐标为 (1, 1), 点 D 的坐标为 (5, 3), 如图 3 所示, 设  $\triangle PBC$  的面积为 y,  $\triangle PAD$  的面积为 x, 求 y 与 x 之间的函数关系式.

解析: (1) 利用三角形三边关系对应相等得出  $\triangle PAC \cong \triangle PDB$  即可;

(2) 利用已知可证得四边形 ADGK 是矩形, 进而得出  $AK^2 = DG^2$ ,  $CG^2 = BK^2$ , 即可得出答案;

(3) 结合图形得出当点 P 在直线 AD 与 BC 之间时, 以及当点 P 在直线 AD 上方时和当点 P 在直线 BC 下方时, 分别求出即可.

答案: (1) 作 BC 的中垂线 MN, 在 MN 上取点 P, 连接 PA、PB、PC、PD,

如图 (1) 所示,  $\because$  MN 是 BC 的中垂线,

$\therefore PA = PD, PC = PB,$

又  $\because$  四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore AC = DB,$

$$\text{即} \begin{cases} PA = PD \\ PC = PB, \\ AC = DB \end{cases}$$

$\therefore \triangle PAC \cong \triangle PDB$  (SSS),

(2) 证明: 过点 P 作  $KG \parallel BC$ , 如图 (2)

$\because$  四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore AB \perp BC, DC \perp BC$

$\therefore AB \perp KG, DC \perp KG,$

$\therefore$  在  $Rt\triangle PAK$  中,  $PA^2 = AK^2 + PK^2$

同理,  $PC^2 = CG^2 + PG^2; PB^2 = BK^2 + PK^2, PD^2 = DG^2 + PG^2$

$PA^2 + PC^2 = AK^2 + PK^2 + CG^2 + PG^2, PB^2 + PD^2 = BK^2 + PK^2 + DG^2 + PG^2$

$AB \perp KG, DC \perp KG, AD \perp AB$ , 可证得四边形 ADGK 是矩形,

$\therefore AK = DG$ , 同理  $CG = BK$ ,

$\therefore AK^2 = DG^2, CG^2 = BK^2$

$\therefore PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$

(3)  $\because$  点 B 的坐标为 (1, 1), 点 D 的坐标为 (5, 3)

$\therefore BC = 4, AB = 2,$

$\therefore S_{\text{矩形} ABCD} = 4 \times 2 = 8,$

直线 HI 垂直 BC 于点 I, 交 AD 于点 H,

当点 P 在直线 AD 与 BC 之间时,

$$S_{\triangle PAD} + S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} BC \cdot HI = 4,$$

即  $x + y = 4$ , 因而 y 与 x 的函数关系式为  $y = -x + 4$ ,

当点 P 在直线 AD 上方时,  $S_{\triangle PBC} - S_{\triangle PAD} = \frac{1}{2} BC \cdot HI = 4,$

而 y 与 x 的函数关系式为  $y = 4 + x$ ,

当点 P 在直线 BC 下方时,  $S_{\triangle PAD} - S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} BC \cdot HI = 4,$

y 与 x 的函数关系式为  $y = x - 4$ .

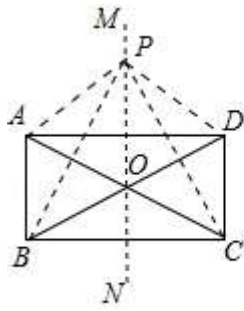


图1

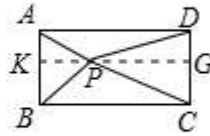


图2

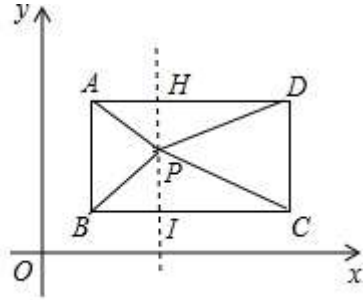


图3

25. (12分) 如图1, 抛物线  $y = nx^2 - 11nx + 24n$  ( $n < 0$ ) 与  $x$  轴交于  $B$ 、 $C$  两点 (点  $B$  在点  $C$  的左侧), 抛物线上另有一点  $A$  在第一象限内, 且  $\angle BAC = 90^\circ$ .

(1) 填空: 点  $B$  的坐标为 (\_\_\_\_), 点  $C$  的坐标为 (\_\_\_\_);

(2) 连接  $OA$ , 若  $\triangle OAC$  为等腰三角形.

①求此时抛物线的解析式;

②如图2, 将  $\triangle OAC$  沿  $x$  轴翻折后得  $\triangle ODC$ , 点  $M$  为①中所求的抛物线上点  $A$  与点  $C$  之间一动点, 且点  $M$  的横坐标为  $m$ , 过动点  $M$  作垂直于  $x$  轴的直线  $l$  与  $CD$  交于点  $N$ , 试探究: 当  $m$  为何值时, 四边形  $AMCN$  的面积取得最大值, 并求出这个最大值.

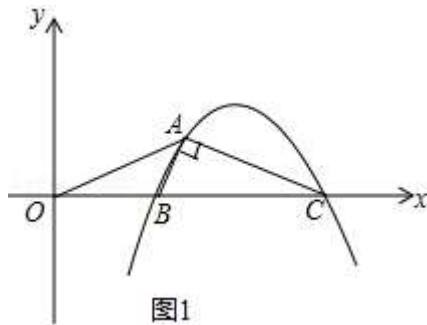


图1

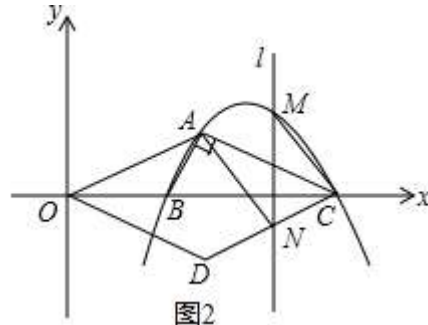


图2

解析: (1) 根据二次函数与  $x$  轴交点坐标求法, 解一元二次方程即可得出;

(2) ①利用菱形性质得出  $AD \perp OC$ , 进而得出  $\triangle ACE \sim \triangle BAE$ , 即可得出  $A$  点坐标, 进而求出二次函数解析式;

②首先求出过  $C$ 、 $D$  两点的坐标的直线  $CD$  的解析式, 进而利用  $S_{\text{四边形} AMCN} = S_{\triangle AMN} + S_{\triangle CMN}$  求出即可.

答案: (1)  $\because$  抛物线  $y = nx^2 - 11nx + 24n$  ( $n < 0$ ) 与  $x$  轴交于  $B$ 、 $C$  两点 (点  $B$  在点  $C$  的左侧),

$\therefore$  抛物线与  $x$  轴的交点坐标为:  $0 = nx^2 - 11nx + 24n$ ,

解得:  $x_1 = 3, x_2 = 8$ ,

$\therefore OB = 3, OC = 8$ ,

故  $B$  点坐标为  $(3, 0)$ ,  $C$  点坐标为:  $(8, 0)$ ;

(2) ①如图1, 作  $AE \perp OC$ , 垂足为点  $E$

$\because \triangle OAC$  是等腰三角形,  $\therefore OE = EC = \frac{1}{2} \times 8 = 4, \therefore BE = 4 - 3 = 1$ ,

又  $\because \angle BAC = 90^\circ, \therefore \triangle ACE \sim \triangle BAE, \therefore \frac{AE}{BE} = \frac{CE}{AE}$ ,

$\therefore AE^2 = BE \cdot CE = 1 \times 4, \therefore AE = 2$ ,

$\therefore$  点  $A$  的坐标为  $(4, 2)$ ,

把点 A 的坐标  $(4, 2)$  代入抛物线  $y=nx^2 - 11nx+24n$ , 得  $n=-\frac{1}{2}$ ,

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{11}{2}x-12$ ,

② $\because$  点 M 的横坐标为  $m$ , 且点 M 在①中的抛物线上,

$\therefore$  点 M 的坐标为  $(m, -\frac{1}{2}m^2+\frac{11}{2}m-12)$ , 由①知, 点 D 的坐标为  $(4, -2)$ ,

则 C、D 两点的坐标求直线 CD 的解析式为  $y=\frac{1}{2}x-4$ ,

$\therefore$  点 N 的坐标为  $(m, \frac{1}{2}m-4)$ ,

$\therefore MN = (-\frac{1}{2}m^2+\frac{11}{2}m-12) - (\frac{1}{2}m-4) = -\frac{1}{2}m^2+5m-8$ ,

$\therefore S_{\text{四边形AMCN}} = S_{\triangle AMN} + S_{\triangle CMN} = \frac{1}{2}MN \cdot CE = \frac{1}{2}(-\frac{1}{2}m^2+5m-8) \times 4$ ,

$= -(m-5)^2+9$ ,

$\therefore$  当  $m=5$  时,  $S_{\text{四边形AMCN}}=9$ .

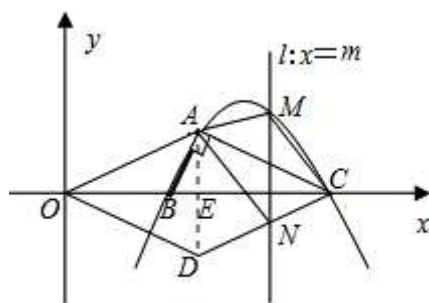


图2

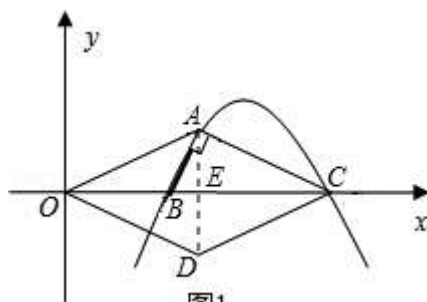


图1