2015年福建省南平市中考真题数学

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分，每小题只有一个正确选项）

1. -6的绝对值等于（　　）

A.-6

B.6

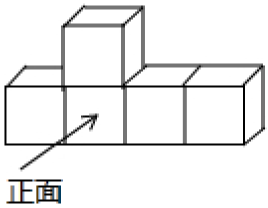
C.$-\frac{1}{6}$

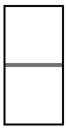
D.$\frac{1}{6}$

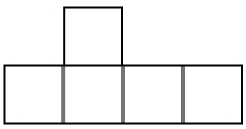
解析：根据一个负数的绝对值是它的相反数，|-6|=6.

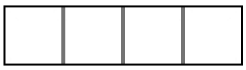
答案：B.

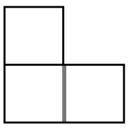
2.如图所示的几何体的俯视图是（　　）

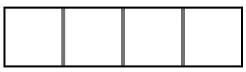


A. 

B. 

C. 

D. 

解析：如图所示的几何体的俯视图是 .

答案：C

3. 下列图形中，不是中心对称图形的为（　　）

A.圆

B.正六边形

C.正方形

D.等边三角形

解析：A、是中心对称图形，故本选项错误；

B、是中心对称图形，故本选项错误；

C、是中心对称图形，故本选项错误；

D、不是中心对称图形，故本选项正确；

答案：D
4.一组数据 1，1，4，3，6 的平均数和众数分别是（　　）
A.1，3
B.3，1
C.3，3
D.3，4
解析：平均数为：$\frac{1+1+4+3+6}{5}$=3，
∵1 出现的次数最多，
∴众数为 1.
答案：B
5.在一个不透明的袋子中有 20 个除颜色外均相同的小球，每次摸球前先将盒中的球摇匀，随机摸出一个球记下颜色后再放回盒中，通过大量重复摸球试验后，发现摸到红球的频率稳定于 0.4，由此可估计袋中红球的个数约为（　　）
A.4
B.6
C.8
D.12
解析：在同样条件下，大量反复试验时，随机事件发生的频率逐渐稳定在概率附近，可以从比例关系入手，列出方程求解.
$\frac{x}{20}$=0.4，解得：x=8.
答案：C
6.八边形的内角和等于（　　）
A.360°
B.1080°
C.1440°
D.2160°
解析：利用多边形内角和定理可得，（8-2）×180°=1080°.
答案：B
7.下列运算正确的是（　　）
A.$a^3-a^2=a$
B.$(a^2)^3=a^5$
C.$a^4\cdot a=a^5$
D.$3x+5y=8xy$
解析：　A、不是同类项，不能合并，选项错误；
B、$(a^2)^3=a^6$，选项错误；
C、正确；
D、不是同类项，不能合并，选项错误.

答案：C

8.不等式组$\begin{cases}4x<6+x\\x+3>2\end{cases}$的解集是（　　）

A. $-1<x<2$
B. x >-1
C. x <2
D.-2< x <1

解析：$\begin{cases}4x<6+x①\\x+3>2②\end{cases}$，

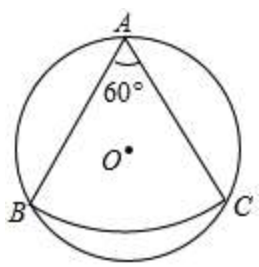
由①得， x <2；
由②得， x >-1；
所以，不等式组的解集为-1< x <2.
答案：A

9.直线$y=2x+2$沿y轴向下平移 6 个单位后与x轴的交点坐标是（　　）

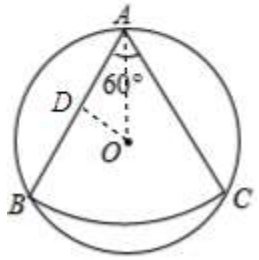
A.（-4，0）
B.（-1，0）
C.（0，2）
D.（2，0）

解析：直线$y=2x+2$沿y轴向下平移 6 个单位后解析式为$y=2x+2-6=2x-4$，

当 y =0 时， x =2，
因此与x轴的交点坐标是（2，0）.
答案：D
10. 如图，从一块半径是 1m 的圆形铁皮（$\odot O$）上剪出一个圆心角为 60° 的扇形（点A，B，C在$\odot O$上），将剪下的扇形围成一个圆锥，则这个圆锥的底面圆的半径是（　　）



A. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ m
B. $\dfrac{\sqrt{3}}{12}$ m
C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ m
D.1m
解析：连接OA，作$OD\perp AB$于点D.



在直角△OAD中，OA=1，∠OAD=$\frac{1}{2}$∠BAC =30°，

则 $AD=OA$•cos30° =$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

则 AB=2 $AD=\sqrt{3}$，

则扇形的弧长是：$\frac{60\pi\sqrt{3}}{180}$=$\frac{\sqrt{3}}{3}$ π，

设底面圆的半径是 r，则 2 πr=$\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$，

解得：$r=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

答案：$\frac{\sqrt{3}}{6}$

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

11. 写出一个平面直角坐标系中第三象限内点的坐标：（_____，_____）

解析：在第三象限内点的坐标为：(-1，-1)（答案不唯一）.

答案：(-1，-1)

12. 端午节期间，质监部门要对市场上粽子质量情况进行调查，适合采用的调查方式是_________.（填“全面调查”或“抽样调查”）

解析：∵市场上的粽子数量较大，

∴适合采用抽样调查.

答案：抽样调查

13. 计算：$\frac{2x}{x-2}-\frac{4}{x-2}$=_________.

解析：$\frac{2x}{x-2}-\frac{4}{x-2}$

=$\frac{2x-4}{x-2}$

=$\frac{2(x-2)}{x-2}$

=2.

答案：2

14. 分解因式：ab^2-9a=_________.

解析：ab^2-9a

$=a(b^2-9)$

$=a(b+3)(b-3)$

答案：$a(b+3)(b-3)$

15. 将正方形纸片以适当的方式折叠一次，沿折痕剪开后得到两块小纸片，用这两块小纸片拼接成一个新的多边形（不重叠、无缝隙），给出以下结论：
①可以拼成等腰直角三角形；
②可以拼成对角互补的四边形；
③可以拼成五边形；
④可以拼成六边形.
其中所有正确结论的序号是_________.
解析：如图 1，剪成两个等腰直角三角形时可以拼成等腰直角三角形；
如图 2，剪成两个梯形可以拼成对角互补的四边形；
如图 3，图 4，剪成两个全等的梯形可以拼成五边形和六边形；
所以，正确结论的序号①②③④.

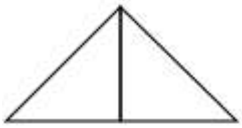


图1

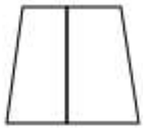


图2

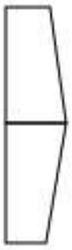
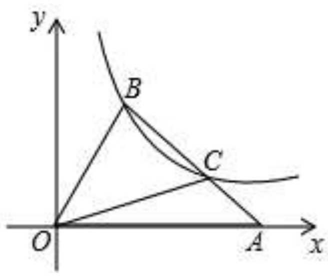


图3

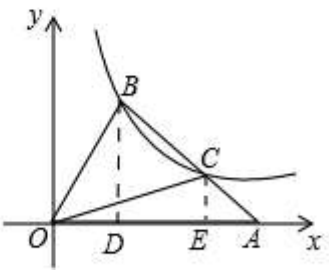
图4

答案：①②③④

16. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，△OAB 的顶点 A 在 x 轴正半轴上，OC 是△OAB 的中线，点 B，C 在反比例函数 $\frac{3}{x}$（$x>0$）的图象上，则△OAB 的面积等于_________.



解析：作 $BD\perp x$ 轴于 D，$CE\perp x$ 轴于 E，



$\therefore BD \parallel CE$，

$\therefore \dfrac{CE}{BD}=\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{AC}{AB}$，

$\because OC$ 是△OAB 的中线，

$\therefore \dfrac{CE}{BD}=\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{1}{2}$，

设 $CE=x$，则 $BD=2x$，

$\therefore C$ 的横坐标为 $\dfrac{3}{x}$，B 的横坐标为 $\dfrac{3}{2x}$，

$\therefore OD=\dfrac{3}{2x}$，$OE=3x$，

$\therefore DE=3x-\dfrac{3}{2x}=\dfrac{3}{2x}$，

$\therefore AE=DE=\dfrac{3}{2x}$，

$\therefore OA=3x+\dfrac{3}{2x}=\dfrac{9}{2x}$，

$\therefore$ S△$OAB=\dfrac{1}{2}OA\cdot BD=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{9}{2x}\times 2x=\dfrac{9}{2}$.

答案：$\dfrac{9}{2}$

三、解答题（本大题共 9 小题，共 86 分）

17. 计算：$(-2)^3+3tan45°-\sqrt{9}$.

解析：先根据数的乘方及开方法则、特殊角的三角函数值分别计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可.

答案：原式=-8+3×1-3

=-8+3-3

=-8

18. 化简：$(x+2)^2+x(x-4)$.

解析：直接利用完全平方公式以及整式的乘法运算法则化简求出即可.

答案：原式= $x^2+4x+4+x^2-4x$

$=2x^2+4$.

19. 解分式方程：$\frac{3}{2x}=\frac{2}{x+1}$.

解析：两边同时乘最简公分母：$2x(x+1)$，可把分式方程化为整式方程来解答，把解出的未知数的值代入最简公分母进行检验，得到答案.

答案：方程两边同时乘$2x(x+1)$得，

$3(x+1)=4x$，

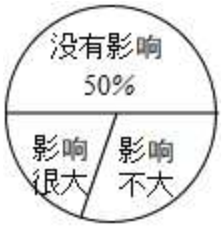
解得，$x=3$，

把$x=3$代入$2x(x+1)\neq0$，

∴$x=3$是原方程的解，

则原方程的解为$x=3$.

20. 近年来，“在初中数学教学中使用计算器是否直接影响学生计算能力的发展”这一问题受到了广泛关注，为此，某校随机调查了若干名学生对此问题的看法（看法分为三种：没有影响，影响不大，影响很大），并将调查结果绘制成如下不完整的统计表和统计图：



学生对使用计算器影响计算能力发展的看法统计表

看法	没有影响	影响不大	影响很大
学生人数	100	60	m

根据以上图表信息，解答下列问题：

（1）统计表中的 m=________；

（2）统计图中表示“影响不大”的扇形的圆心角度数为________度；

（3）从这次接受调查的学生中随机调查一人，恰好是持“影响很大”看法的概率是多少？

解析：（1）用没有影响的人数除以其所占的百分比即可得到调查的总人数，减去没有影响和影响不大的人数即可得到 m；

（2）利用 360° 乘以影响不大所占的百分比即可求得影响不大对应扇形的圆心角；

（3）用影响很大的人数除以总人数即可解答.

答案：（1）调查的总数为：100÷50%=200 人，则影响很大的人数为：200-100-60=40；

答案：40.

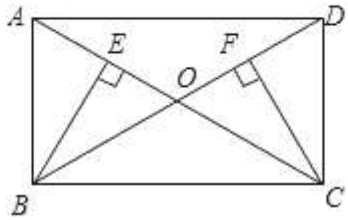
（2）“影响不大”的扇形的圆心角度数为：$360°\times\frac{60}{200}$=108°.

答案：108.

（3）接受调查的学生中随机调查一人，恰好是持“影响很大”看法的概率是：$\frac{40}{200}$=0.2.

答：持“影响很大”看法的概率是 0.2.

21. 如图，矩形 $ABCD$ 中，AC 与 BD 交于点 O，$BE \perp AC, CF \perp BD$，垂足分别为 E, F.



求证：$BE = CF$.

解析：要证 $BE = CF$，可运用矩形的性质结合已知条件证 BE 、CF 所在的三角形全等.

答案：∵四边形 $ABCD$ 为矩形，

∴ $AC = BD$, 则 $BO = CO$.

∵ $BE \perp AC$ 于 E，$CF \perp BD$ 于 F，

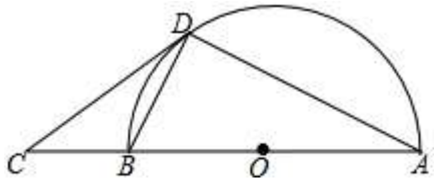
∴ $\angle BEO = \angle CFO = 90°$.

又∵ $\angle BOE = \angle COF$，

∴△ BOE ≌△ COF .

∴ $BE = CF$.

22. 如图，AB 是半圆 O 的直径，C 是 AB 延长线上的一点，CD 与半圆 O 相切于点 D，连接 AD，BD.



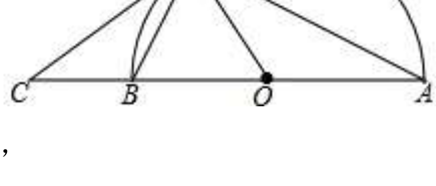
（1）求证：$\angle BAD = \angle BDC$；

（2）若 $\angle BDC$ =28°，BD =2，求⊙ O 的半径.（精确到 0.01）

解析：（1）连接 OD，利用切线的性质和直径的性质转化为角的关系进行证明即可；

（2）根据三角函数进行计算即可.

答案：（1）连接 OD，如图，



∵ CD 与半圆 O 相切于点 D，

∴ $OD \perp CD$，

∴ $\angle CDO = 90°$，即 $\angle CDB + \angle BDO = 90°$，

∵ AB 是半圆 O 的直径，

∴ $\angle ADB = 90°$，即 $\angle ADO + \angle BDO = 90°$，

∴ $\angle CDB = \angle ODA$，

∵ $OD = OA$，

∴ $\angle ODA = \angle BAD$，

∴ $\angle BAD = \angle BDC$；

（2）∵ $\angle BAD=\angle BDC$=28°，在 $Rt\triangle ABD$ 中，$sin\angle BAD=\frac{BD}{AB}$，

∴ $AB=\frac{BD}{sin\angle BAD}=\frac{2}{sin28°}\approx$4.260，

∴⊙O 的半径为 $\frac{AB}{2}$＝2.13.

23. 现正是闽北特产杨梅热销的季节，某水果零售商店分两批次从批发市场共购进杨梅 40 箱，已知第一、二次进货价分别为每箱 50 元、40 元，且第二次比第一次多付款 700 元.

（1）设第一、二次购进杨梅的箱数分别为 a 箱、b 箱，求 a，b 的值；

（2）若商店对这 40 箱杨梅先按每箱 60 元销售了 x 箱，其余的按每箱 35 元全部售完.

①求商店销售完全部杨梅所获利润 y（元）与 x（箱）之间的函数关系式；

②当 x 的值至少为多少时，商店才不会亏本.

（注：按整箱出售，利润=销售总收入-进货总成本）

解析：（1）根据题意得出 a、b 的方程组，解方程组即可；

（2）①根据利润=销售总收入-进货总成本，即可得出结果；

②商店要不亏本，则 $y\geqslant$0，得出不等式，解不等式即可.

答案：（1）根据题意得：$\begin{cases}a+b=40\\40b-50a=700\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=10\\b=30\end{cases}$；

答：a，b 的值分别为 10，30；

（2）①根据题意得：$y=60x+35(40-x)-(10\times50+30\times40)$，

∴ $y=25x-300$；

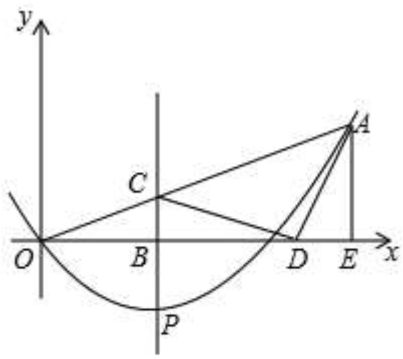
②商店要不亏本，则 $y\geqslant$0，

∴25 x-300⩾0，

解得：$x\geqslant$12；

答：当 x 的值至少为 12 时，商店才不会亏本.

24. 如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y=ax^2+bx$ 的对称轴为 $x=\frac{3}{4}$，且经过点 A（2，1），点 P 是抛物线上的动点，P 的横坐标为 $m(0<m<2)$，过点 P 作 $PB\perp x$ 轴，垂足为 B，PB 交 OA 于点 C，点 O 关于直线 PB 的对称点为 D，连接 CD，AD，过点 A 作 $AE\perp x$ 轴，垂足为 E.



（1）求抛物线的解析式；

（2）填空：

①用含 m 的式子表示点 C， D 的坐标：C（_____，_____），D（_____，_____）；

②当 m =_____时，△ ACD 的周长最小；

（3）若△ ACD 为等腰三角形，求出所有符合条件的点 P 的坐标.

解析：（1）根据抛物线对称轴公式和代入法可得关于 a，b 的方程组，解方程组可得抛物线的解析式；

（2）①设 OA 所在的直线解析式为 $y=kx$，将点 A（2，1）代入求得 OA 所在的解析式为 $y=\frac{1}{2}x$，因为 $PC\perp x$ 轴，所以 C 得横坐标与 P 的横坐标相同，为 m，令 $x=m$，则 $y=\frac{1}{2}m$，所以得出点 C（m，$\frac{1}{2}m$），又点 O、D 关于直线 PB 的对称，所以由中点坐标公式可得点 D 的横坐标为 2m，则点 D 的坐标为（2m，0）；

②因为 O 与 D 关于直线 PB 的对称，所以 PB 垂直平分 OD，则 $CO=CD$，因为，△ ACD 的周长= $AC+CD+AD=AC+CO+AD=AO$，$AO=\sqrt{OE^2+AE^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，所以当 AD 最小时，△ ACD 的周长最小；根据垂线段最短，可知此时点 D 与 E 重合，其横坐标为 2，故 m =1.

（3）由中垂线得出 $CD=OC$，再将 OC、AC、AD 用 m 表示，然后分情况讨论分别得到关于 m 的方程，解得 m，再根据已知条件选取符合题意的点 P 坐标即可.

答案：（1）依题意，得 $\begin{cases}-\frac{b}{2a}=\frac{3}{4}\\4a+2b=1\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=1\\b=-\frac{3}{2}\end{cases}$

$\therefore y=x^2-\frac{3}{2}x$

（2）C（m，$\frac{1}{2}m$），D（2m，0），m =1

（3）依题意，得 B（m，0）

在 Rt△OBC 中，$OC^2=OB^2+BC^2=m^2+\left(\frac{1}{2}m\right)^2=\frac{5}{4}m^2$，

$\therefore OC=\frac{\sqrt{5}}{2}m$　又∵ O，D 关于直线 PC 对称，

$\therefore CD = OC = \dfrac{\sqrt{5}}{2}m$

在 $Rt\triangle AOE$ 中，$OA = \sqrt{OE^2 + AE^2}\sqrt{2^2+1^2}\sqrt{5}$

$\therefore AC = OA - OC = \sqrt{5} - \dfrac{5}{2}m$

在 $Rt\triangle ADE$ 中，$AD^2 = AE^2 + DE^2 = 1^2 + (2-2m)^2 = 4m^2 - 8m + 5$

分三种情况讨论：

①若 $AC = CD$，即 $\sqrt{5} - \dfrac{\sqrt{5}}{2}m = \dfrac{\sqrt{5}}{2}m$，解得 m=1，$\therefore P$（1，?12）

②若 $AC = AD$，则有 $AC^2 = AD^2$，即 $5 - 5m + \dfrac{5}{4}m^2 = 4m^2 - 8m + 5$

解得 $m_1 = 0$，$m_2 = \dfrac{12}{11}$.∵0＜m＜2，$\therefore m$=$\dfrac{12}{11}$，$\therefore P$（$\dfrac{12}{11}$，-$\dfrac{54}{121}$）

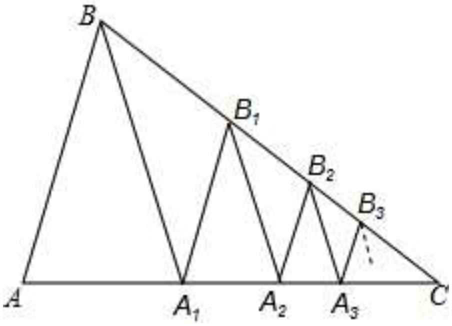
③若 $DA = DC$，则有 $DA^2 = DC^2$，即 $4m^2 - 8m + 5 = \dfrac{5}{4}m^2$

解得 m_1=$\dfrac{10}{11}$，m_2=2，∵，0＜m＜2，$\therefore m$=$\dfrac{10}{11}$，$\therefore P$（$\dfrac{10}{11}$，-$\dfrac{65}{121}$）

综上所述，当△ ACD 为等腰三角形是，点 P 的坐标分别为 P_1（1，-$\dfrac{1}{2}$），P_2（$\dfrac{12}{11}$，-$\dfrac{54}{121}$），P_3（$\dfrac{10}{11}$，-$\dfrac{65}{121}$）.

25. 定义：底与腰的比是 $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的等腰三角形叫做黄金等腰三角形.

如图，已知△ ABC 中，$AC = BC$，$\angle C$=36°，BA_1 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于 A_1.



（1）证明：$AB^2 = AA_1 \cdot AC$；

（2）探究：△ ABC 是否为黄金等腰三角形？请说明理由；（提示：此处不妨设 AC =1）

（3）应用：已知 AC = a，作 A_1B_1 ∥ AB 交 BC 于 B_1，B_1A_2 平分 $\angle A_1B_1C_1$ 交 AC 于 A_2，作 A_2B_2 ∥ AB 交 B_2，B_2A_3 平分 $\angle A_2B_2C$ 交 AC 于 A_3，作 A_3B_3 ∥ AB 交 BC 于 B_3，…，依此规律操作下去，用含 a，n 的代数式表示 $A_{n-1}A_n$.（n 为大于 1 的整数，直接回答，不

必说明理由）

解析：（1）根据角平分线的性质结合相似三角形的判定与性质得出△ABC∽△AA_1B，进而得出$\frac{AB}{AA_1}=\frac{AC}{AB}$，求出即可；

（2）利用AC=1，利用AB^2=1-AB，求出AB的值，进而得出$\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，得出答案即可；

（3）利用（2）中所求进而得出AA_1，A_1A_2的长，进而得出其长度变化规律求出即可.

答案：（1）证明：∵$AC=BC$，∠C=36°，

∴∠A=∠ABC=72°，

∵BA_1平分∠ABC，

∴∠ABA_1=$\frac{1}{2}$∠ABC=36°，

∴∠C=∠ABA_1，

又∵∠A=∠A，

∴△ABC∽△AA_1B，

∴$\frac{AB}{AA_1}=\frac{AC}{AB}$，即$AB^2=AA_1\cdot AC$；

（2）解：△ABC是黄金等腰三角形，

理由：由（1）知，$AB^2=AC\cdot AA_1$，

设AC=1，

∴$AB^2=AA_1$

又由（1）可得：$AB=A_1B$，

∵∠A_1BC=∠C=36°，

∴A_1B=A_1C，

∴$AB=A_1C$，

∴$AA_1=AC-A_1C=AC-AB=1-AB$，

∴AB^2=1-AB，

设$AB=x$，即x^2=1-x，

∴ x^2+x -1=0，

解得：$x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$，$x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$（不合题意舍去），

∴ $AB=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

又∵ AC =1，

∴ $\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

∴△ ABC 是黄金等腰三角形；

（3）解：由（2）得；当 $AC=a$，则 $AA_1=AC-A_1C=AC-AB=a-AB=a-\frac{-1+\sqrt{5}}{2}a$

$=(\frac{\sqrt{5}-1}{2})^2a$，

同理可得：$A_1A_2=A_1C-A_1B_1=AC-AA_1-A_1B_1$

$=a-(\frac{\sqrt{5}-1}{2})^2a-\frac{\sqrt{5}-1}{2}A_1C$

$=a-(\frac{\sqrt{5}-1}{2})^2a-\frac{\sqrt{5}-1}{2}[a-(\frac{\sqrt{5}-1}{2})^2a]$

$=(\frac{\sqrt{5}-1}{2})^3a$.

故 $A_{n-1}A_n=(\frac{\sqrt{5}-1}{2})^{n+1}a$.