

## 2018年广西桂林市中考真题数学

一、选择题：本大题共12小题，每小题3分，共36分.在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.

1. 2018的相反数是( )

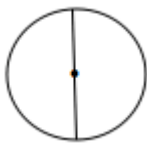
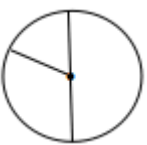

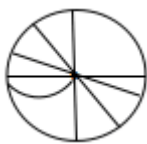
- A. 2018
- B. -2018
- C.  $\frac{1}{2018}$
- D.  $-\frac{1}{2018}$

解析：直接利用相反数的定义分析得出答案.

2018的相反数是：-2018.

答案：B

2. 下列图形是轴对称图形的是( )

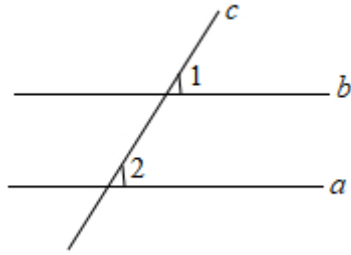
- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

解析：根据轴对称图形的概念求解即可.

- A、是轴对称图形，本选项正确；
- B、不是轴对称图形，本选项错误；
- C、不是轴对称图形，本选项错误；
- D、不是轴对称图形，本选项错误.

答案：A

3. 如图，直线  $a$ ,  $b$  被直线  $c$  所截， $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数是( )







- A.  $120^\circ$
- B.  $60^\circ$
- C.  $45^\circ$
- D.  $30^\circ$

解析：∵ 直线被直线 a、b 被直线 c 所截，且  $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 60^\circ$   
 $\therefore \angle 2 = \angle 1 = 60^\circ$  .

答案：B

4. 如图所示的几何体的主视图是( )



- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

解析：主视图是从正面看到的图形，可得答案.

从正面看下面是一个长方形，如图所示：



故 C 选项符合题意.

答案：C

5. 用代数式表示：a 的 2 倍与 3 的和. 下列表示正确的是( )

- A.  $2a-3$
- B.  $2a+3$
- C.  $2(a-3)$
- D.  $2(a+3)$

解析：a 的 2 倍就是： $2a$ ，

a 的 2 倍与 3 的和就是： $2a$  与 3 的和，可表示为： $2a+3$ 。

答案：B

6. 2018 年 5 月 3 日，中国科学院在上海发布了中国首款人工智能芯片：寒武纪(MLU100)，该芯片在平衡模式下的等效理论峰值速度达每秒 128 000 000 000 000 次定点运算，将数 128 000 000 000 000 用科学记数法表示为( )

- A.  $1.28 \times 10^{14}$
- B.  $1.28 \times 10^{-14}$
- C.  $128 \times 10^{12}$
- D.  $0.128 \times 10^{11}$

解析：科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时，n 是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时，n 是负数.

将 128 000 000 000 000 用科学记数法表示为： $1.28 \times 10^{14}$ 。

答案：A

7. 下列计算正确的是( )

- A.  $2x-x=1$
- B.  $x(-x)=-2x$
- C.  $(x^2)^3=x^6$
- D.  $x^2+x=2$

解析：直接利用合并同类项法则以及单项式乘以单项式运算法则和幂的乘方计算即可.

A、 $2x-x=x$ ，错误；

B、 $x(-x)=-x^2$ ，错误；

C、 $(x^2)^3=x^6$ ，正确；

D、 $x^2+x=x^2+x$ ，错误.

答案：C

8. 一组数据：5，7，10，5，7，5，6，这组数据的众数和中位数分别是( )

- A. 10 和 7
- B. 5 和 7
- C. 6 和 7
- D. 5 和 6

解析：将这组数据排序后处于中间位置的数就是这组数据的中位数，出现次数最多的数为这组数据的众数.

将这组数据重新排列为 5、5、5、6、7、7、10，

所以这组数据的众数为 5，中位数为 6.

答案：D

9. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $2x^2-kx+3=0$  有两个相等的实根，则  $k$  的值为( )

A.  $\pm 2\sqrt{6}$

B.  $\pm\sqrt{6}$

C. 2 或 3

D.  $\sqrt{2}$  或  $\sqrt{3}$

解析：∵  $a=2$ ,  $b=-k$ ,  $c=3$ ,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = k^2 - 4 \times 2 \times 3 = k^2 - 24,$$

∵ 方程有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = 0,$$

$$\therefore k^2 - 24 = 0,$$

解得  $k = \pm 2\sqrt{6}$ .

答案：A

10. 若  $|3x - 2y - 1| + \sqrt{x + y - 2} = 0$ ，则  $x$ ,  $y$  的值为( )

A.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

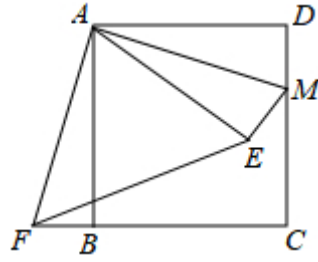
解析：根据二元一次方程组的解法以及非负数的性质即可求出答案.

由题意可知： 
$$\begin{cases} 3x - 2y - 1 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}$$

解得： 
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

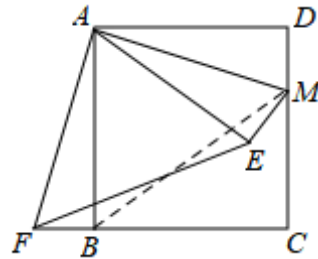
答案：D

11. 如图，在正方形  $ABCD$  中， $AB=3$ ，点  $M$  在  $CD$  的边上，且  $DM=1$ ， $\triangle AEM$  与  $\triangle ADM$  关于  $AM$  所在的直线对称，将  $\triangle ADM$  按顺时针方向绕点  $A$  旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle ABF$ ，连接  $EF$ ，则线段  $EF$  的长为( )



- A. 3
- B.  $2\sqrt{3}$
- C.  $\sqrt{13}$
- D.  $\sqrt{15}$

解析：解法一：如图，连接 BM.

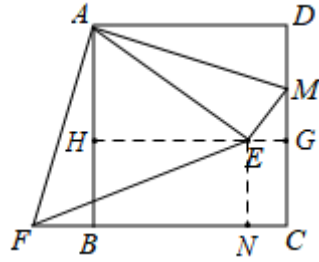


- $\because \triangle AEM$  与  $\triangle ADM$  关于  $AM$  所在的直线对称,
- $\therefore AE=AD, \angle MAD=\angle MAE.$
- $\because \triangle ADM$  按照顺时针方向绕点  $A$  旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle ABF,$
- $\therefore AF=AM, \angle FAB=\angle MAD.$
- $\therefore \angle FAB=\angle MAE$
- $\therefore \angle FAB+\angle BAE=\angle BAE+\angle MAE.$
- $\therefore \angle FAE=\angle MAB.$
- $\therefore \triangle FAE \cong \triangle MAB (SAS).$
- $\therefore EF=BM.$
- $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,
- $\therefore BC=CD=AB=3.$
- $\because DM=1,$
- $\therefore CM=2.$

$\therefore$  在  $Rt\triangle BCM$  中,  $BM = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},$

$\therefore EF = \sqrt{13}.$

解法二：如图，过  $E$  作  $HG \parallel AD$ ，交  $AB$  于  $H$ ，交  $CD$  于  $G$ ，作  $EN \perp BC$  于  $N$ ，



则  $\angle AHG = \angle MGE = 90^\circ$  ,

由折叠可得,  $\angle AEM = \angle D = 90^\circ$  ,  $AE = AD = 3$  ,  $DM = EM = 1$  ,

$\therefore \angle AEH + \angle MEG = \angle EMG + \angle MEG = 90^\circ$  ,

$\therefore \angle AEH = \angle EMG$  ,

$\therefore \triangle AEH \sim \triangle EMG$  ,

$$\therefore \frac{EH}{MG} = \frac{AE}{EM} = \frac{1}{3} ,$$

设  $MG = x$  , 则  $EH = 3x$  ,  $DG = 1 + x = AH$  ,

$\therefore$  Rt  $\triangle AEH$  中,  $(1+x)^2 + (3x)^2 = 3^2$  ,

解得  $x_1 = \frac{4}{5}$  ,  $x_2 = -1$  (舍去) ,

$\therefore EH = \frac{12}{5} = BN$  ,  $CG = CM - MG = \frac{6}{5} = EN$  ,

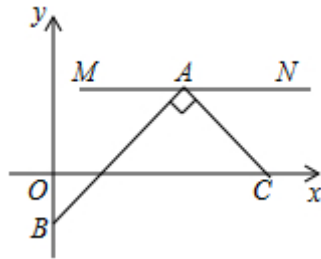
又  $\because BF = DM = 1$  ,

$\therefore FN = \frac{17}{5}$  ,

$\therefore$  Rt  $\triangle AEN$  中,  $EF = \sqrt{EN^2 + FN^2} = \sqrt{13}$  .

答案: C

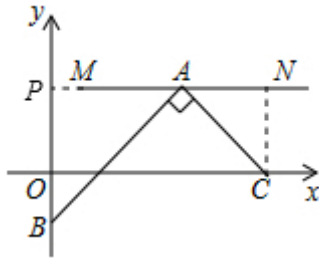
12. 如图, 在平面直角坐标系中, M、N、C 三点的坐标分别为  $(\frac{1}{2}, 1)$  ,  $(3, 1)$  ,  $(3, 0)$  , 点 A 为线段 MN 上的一个动点, 连接 AC, 过点 A 作  $AB \perp AC$  交 y 轴于点 B, 当点 A 从 M 运动到 N 时, 点 B 随之运动. 设点 B 的坐标为  $(0, b)$  , 则 b 的取值范围是 ( )



- A.  $-\frac{1}{4} \leq b \leq 1$
- B.  $-\frac{5}{4} \leq b \leq 1$
- C.  $-\frac{9}{4} \leq b \leq \frac{1}{2}$

D.  $-\frac{9}{4} \leq b \leq 1$

解析：如图，延长 NM 交 y 轴于 P 点，则  $MN \perp y$  轴，连接 CN.



在  $\triangle PAB$  与  $\triangle NCA$  中，

$$\begin{cases} \angle APB = \angle CNA = 90^\circ \\ \angle PAB = \angle NCA = 90^\circ - \angle CAN \end{cases},$$

$\therefore \triangle PAB \sim \triangle NCA$ ,

$$\therefore \frac{PB}{NA} = \frac{PA}{NC},$$

设  $PA=x$ ，则  $NA=PN-PA=3-x$ ，设  $PB=y$ ，

$$\therefore \frac{y}{3-x} = \frac{x}{1},$$

$$\therefore y = 3x - x^2 = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4},$$

$$\because -1 < 0, \quad \frac{1}{2} \leq x \leq 3,$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ 时, } y \text{ 有最大值 } \frac{9}{4}, \text{ 此时 } b = 1 - \frac{9}{4} = -\frac{5}{4},$$

$x=3$  时,  $y$  有最小值 0, 此时  $b=1$ ,

$$\therefore b \text{ 的取值范围是 } -\frac{5}{4} \leq b \leq 1.$$

答案：B

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，请将答案填在答题卡上.

13. 比较大小： $-3$        $0$ . (填 “<”, “=”, “>”)

解析：根据负数小于 0 可得答案.

$$-3 < 0,$$

答案：<

14. 因式分解： $x^2-4=$      .

解析：直接利用平方差公式分解因式得出答案.

$$x^2-4=(x+2)(x-2).$$

答案： $(x+2)(x-2)$

15. 某学习小组共有学生 5 人，在一次数学测验中，有 2 人得 85 分，2 人得 90 分，1 人得 70 分，该学习小组的平均分为\_\_\_\_\_分.

解析：根据加权平均数的定义列出方程求解即可.

$$(85 \times 2 + 90 \times 2 + 70) \div (2 + 2 + 1)$$

$$= (170 + 180 + 70) \div 5$$

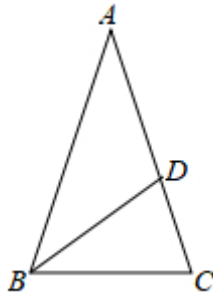
$$= 420 \div 5$$

$$= 84 (\text{分}).$$

答：该学习小组的平均分为 84 分.

答案：84

16. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 36^\circ$ ， $AB = AC$ ， $BD$  平分  $\angle ABC$ ，则图中等腰三角形的个数是\_\_\_\_\_.



解析： $\because AB = AC$ ， $\angle A = 36^\circ$

$\therefore \triangle ABC$  是等腰三角形，

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ,$$

$BD$  平分  $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle EBD = \angle DBC = 36^\circ$ ，

在  $\triangle ABD$  中， $\angle A = \angle ABD = 36^\circ$ ， $AD = BD$ ， $\triangle ABD$  是等腰三角形；

在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = \angle ABC = 72^\circ$ ， $AB = AC$ ， $\triangle ABC$  是等腰三角形；

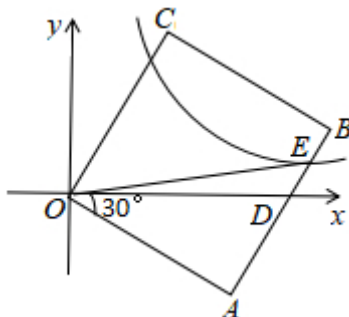
在  $\triangle BDC$  中， $\angle C = \angle BDC = 72^\circ$ ， $BD = BC$ ， $\triangle BDC$  是等腰三角形.

所以共有 3 个等腰三角形.

答案：3

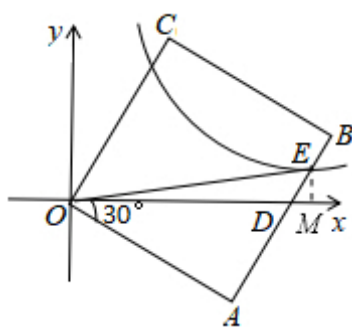
17. 如图，矩形  $OABC$  的边  $AB$  与  $x$  轴交于点  $D$ ，与反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k > 0$ ) 在第一象限的图

象交于点  $E$ ， $\angle AOD = 30^\circ$ ，点  $E$  的纵坐标为 1， $\triangle ODE$  的面积是  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，则  $k$  的值是\_\_\_\_\_.





解析：如图，作  $EM \perp x$  轴于点  $M$ ，



则  $EM=1$ 。

$$\because \triangle ODE \text{ 的面积是 } \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \frac{1}{2} OD \cdot EM = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore OD = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

在直角  $\triangle OAD$  中， $\because \angle A=90^\circ$ ， $\angle AOD=30^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADO=60^\circ,$$

$$\therefore \angle EDM=\angle ADO=60^\circ.$$

在直角  $\triangle EMD$  中， $\because \angle DME=90^\circ$ ， $\angle EDM=60^\circ$ ，

$$\therefore DM = \frac{EM}{\tan 60^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore OM=OD+DM=3\sqrt{3},$$

$$\therefore E(3\sqrt{3}, 1).$$

$\because$  反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k>0$ ) 的图象过点  $E$ ，

$$\therefore k = 3\sqrt{3} \times 1 = 3\sqrt{3}.$$

答案：  $3\sqrt{3}$

18. 将从 1 开始的连续自然数按图规律排列：规定位于第  $m$  行，第  $n$  列的自然数 10 记为 (3, 2)，自然数 15 记为 (4, 2) … 按此规律，自然数 2018 记为\_\_\_\_\_。

列 行	第1列	第2列	第3列	第4列
第1行	1	2	3	4
第2行	8	7	6	5
第3行	9	10	11	12
第4行	16	15	14	13
...	...	...	...	...
第n行	...	...	...	...

解析：由题意可得，每一行有4个数，其中奇数行的数字从左往右是由小到大排列；偶数行的数字从左往右是由大到小排列。

$$\because 2018 \div 4 = 504 \cdots 2,$$

$$504 + 1 = 505,$$

$$\therefore 2018 \text{ 在第 } 505 \text{ 行},$$

$\because$  奇数行的数字从左往右是由小到大排列，

$\therefore$  自然数 2018 记为 (505, 2)。

答案：(505, 2)

三、解答题：本大题共 8 小题，共 66 分。请将答题过程写在答题卡上。

19. 计算： $\sqrt{18} + (-3)^0 - 63 \cos 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ 。

解析：本题涉及零指数幂、负指数幂、二次根式化简和特殊角的三角函数值 4 个考点。在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果。

答案：原式 =  $3\sqrt{2} + 1 - 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 = 3\sqrt{2} + 1 - 3\sqrt{2} + 2 = 3$ 。

20. 解不等式  $\frac{5x-1}{3} < x+1$ ，并把它解集在数轴上表示出来。

解析：根据解一元一次不等式的步骤：①去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤化系数为 1。依次计算可得。

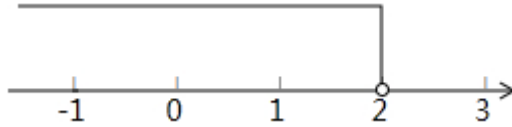
答案：去分母，得： $5x-1 < 3x+3$ ，

移项，得： $5x-3x < 3+1$ ，

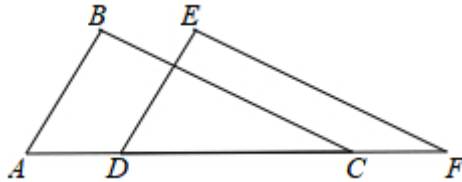
合并同类项，得： $2x < 4$ ，

系数化为 1，得： $x < 2$ 。

将不等式的解集表示在数轴上如下：



21. 如图，点 A、D、C、F 在同一条直线上， $AD=CF$ ， $AB=DE$ ， $BC=EF$ .



(1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

解析：(1) 求出  $AC=DF$ ，根据 SSS 推出  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

答案：(1) 证明： $\because AC=AD+DC$ ， $DF=DC+CF$ ，且  $AD=CF$

$\therefore AC=DF$

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中，

$$\begin{cases} AB = DE \\ BC = EF \\ AC = DF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$  (SSS).

(2) 若  $\angle A=55^\circ$ ， $\angle B=88^\circ$ ，求  $\angle F$  的度数.

解析：(2) 由 (1) 中全等三角形的性质得到： $\angle A=\angle EDF$ ，进而得出结论即可.

答案：(2) 由 (1) 可知， $\angle F=\angle ACB$ ，

$\because \angle A=55^\circ$ ， $\angle B=88^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB=180^\circ - (\angle A + \angle B) = 180^\circ - (55^\circ + 88^\circ) = 37^\circ$ ，

$\therefore \angle F = \angle ACB = 37^\circ$ .

22. 某校为了解高一年级住校生在校期间的月生活支出情况，从高一年级 600 名住校学生中随机抽取部分学生，对他们今年 4 月份的生活支出情况进行调查统计，并绘制成如下统计图表：

组别	月生活支出x (单位:元)	频数(人数)	频率
第一组	$x < 300$	4	0.10
第二组	$300 \leq x < 350$	2	0.05
第三组	$350 \leq x < 400$	16	n
第四组	$400 \leq x < 450$	m	0.30
第五组	$450 \leq x < 500$	4	0.10
第六组	$x \geq 500$	2	0.05

请根据图表中所给的信息, 解答下列问题:

(1) 在这次调查中共随机抽取了\_\_\_\_\_名学生, 图表中的  $m=$ \_\_\_\_\_,  $n=$ \_\_\_\_\_.

解析: (1) 由第一组的频数及其频率可得总人数, 再根据频率=频数÷总数可得 m、n 的值. 本次调查的学生总人数为  $4 \div 0.1 = 40$  人,  $m = 40 \times 0.3 = 12$ ,  $n = 16 \div 40 = 0.40$ .

答案: (1) 40; 12; =0.40.

(2) 请估计该校高一年级 600 名住校学生今年 4 月份生活支出低于 350 元的学生人数;

解析: (2) 用总人数乘以样本中第一、二组频率之和即可得.

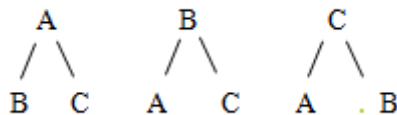
答案: (2)  $600 \times (0.10 + 0.05) = 600 \times 0.15 = 90$  (人),

答: 估计该校高一年级 600 名住校学生今年 4 月份生活支出低于 350 元的学生人数为 90.

(3) 现有一些爱心人士有意愿资助该校家庭困难的学生, 学校在本次调查的基础上, 经过进一步核实, 确认高一(2)班有 A, B, C 三名学生家庭困难, 其中 A, B 为女生, C 为男生. 李阿姨申请资助他们中的两名, 于是学校让李阿姨从 A, B, C 三名学生中依次随机抽取两名学生进行资助, 请用列表法(或树状图法)求恰好抽到 A, B 两名女生的概率.

解析: (3) 画树状图得出所有等可能解果, 然后根据概率公式计算即可得解.

答案: (3) 画树状图如下:

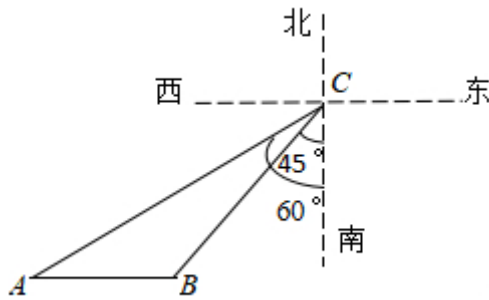


由树状图知共有 6 种等可能结果, 其中恰好抽到 A, B 两名女生的结果数为 2,

所以恰好抽到 A、B 两名女生的概率  $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

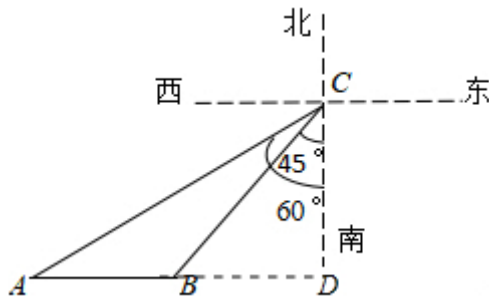
23. 如图所示, 在某海域, 一般指挥船在 C 处收到渔船在 B 处发出的求救信号, 经确定, 遇险抛锚的渔船所在的 B 处位于 C 处的南偏西  $45^\circ$  方向上, 且  $BC=60$  海里; 指挥船搜索发现, 在 C 处的南偏西  $60^\circ$  方向上有一艘海监船 A, 恰好位于 B 处的正西方向. 于是命令海监船 A 前往搜救, 已知海监船 A 的航行速度为 30 海里/小时, 问渔船在 B 处需要等待多长时间才能

得到海监船 A 的救援? (参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.41$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ ,  $\sqrt{6} \approx 2.45$  结果精确到 0.1 小时)



解析: 延长 AB 交南北轴于点 D, 则  $AB \perp CD$  于点 D, 根据直角三角形的性质和三角函数解答即可.

答案: 因为 A 在 B 的正西方, 延长 AB 交南北轴于点 D.



则  $AB \perp CD$  于点 D,

$\because \angle BCD = 45^\circ$ ,  $BD \perp CD$ ,

$\therefore BD = CD$

在  $\text{Rt}\triangle BDC$  中,  $\cos \angle BCD = \frac{CD}{BC}$ ,  $BC = 60$  海里,

即  $\cos 45^\circ = \frac{CD}{60} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 解得  $CD = 30\sqrt{2}$  海里,

$\therefore BD = CD = 30\sqrt{2}$  海里,

在  $\text{Rt}\triangle ADC$  中,  $\tan \angle ACD = \frac{AD}{CD}$ ,

即  $\tan 60^\circ = \frac{AD}{30\sqrt{2}} = \sqrt{3}$ , 解得  $AD = 30\sqrt{6}$  海里,

$\because AB = AD - BD$ ,

$\therefore AB = 30\sqrt{6} - 30\sqrt{2} = 30(\sqrt{6} - \sqrt{2})$  海里,

$\because$  海监船 A 的航行速度为 30 海里/小时,  
则渔船在 B 处需要等待的时间为

$$\frac{AB}{30} = \frac{30(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{30} = \sqrt{6} - \sqrt{2} \approx 2.45 - 1.41 = 1.04 \approx 1.0 \text{ (小时)},$$

答：渔船在 B 处需要等待 1.0 小时.

24. 某校利用暑假进行田径场的改造维修，项目承包单位派遣一号施工队进场施工，计划用 40 天时间完成整个工程；当一号施工队工作 5 天后，承包单位接到通知，有一大型活动要在该田径场举行，要求比原计划提前 14 天完成整个工程，于是承包单位派遣二号与一号施工队共同完成剩余工程，结果按通知要求如期完成整个工程.

(1) 若二号施工队单独施工，完成整个工程需要多少天？

解析：(1) 设二号施工队单独施工需要  $x$  天，根据一号施工队完成的工作量+二号施工队完成的工作量=总工程(单位 1)，即可得出关于  $x$  的分式方程，解之经检验后即可得出结论.

答案：(1) 设二号施工队单独施工需要  $x$  天，

根据题意得：
$$\frac{40 - 14}{40} + \frac{40 - 5 - 14}{x} = 1,$$

解得： $x=60$ ,

经检验， $x=60$  是原分式方程的解.

答：若由二号施工队单独施工，完成整个工期需要 60 天.

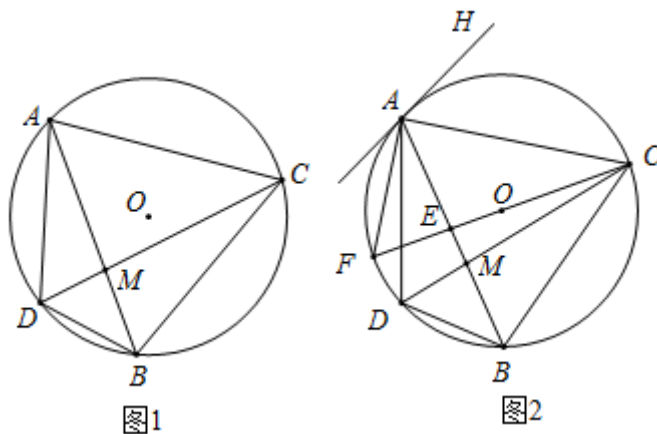
(2) 若此项工程一号、二号施工队同时进场施工，完成整个工程需要多少天？

解析：(2) 根据工作时间=工作总量÷工作效率，即可求出结论.

答案：(2) 根据题意得：
$$1 \div \left( \frac{1}{40} + \frac{1}{60} \right) = 1 \div \frac{1}{24} = 24 \text{ (天)}.$$

答：若由一、二号施工队同时进场施工，完成整个工程需要 24 天.

25. 如图 1，已知  $\odot O$  是  $\triangle ADB$  的外接圆， $\angle ADB$  的平分线  $DC$  交  $AB$  于点  $M$ ，交  $\odot O$  于点  $C$ ，连接  $AC$ ， $BC$ .



(1) 求证： $AC=BC$ .

解析：(1) 先判断出  $\angle ADC = \angle BDC$ ，再用圆的性质即可得出结论.

答案：(1)  $\because DC$  平分  $\angle ADB$ ,

$$\therefore \angle ADC = \angle BDC,$$

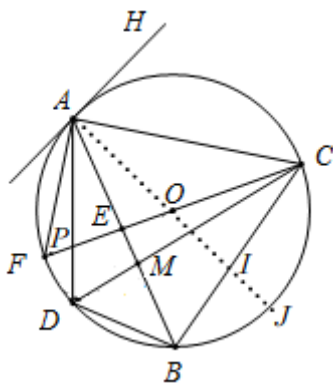
$$\therefore \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC},$$

$$\therefore AC = BC.$$

(2) 如图 2, 在图 1 的基础上做  $\odot O$  的直径  $CF$  交  $AB$  于点  $E$ , 连接  $AF$ , 过点  $A$  做  $\odot O$  的切线  $AH$ , 若  $AH \parallel BC$ , 求  $\angle ACF$  的度数.

解析: (2) 先判断出  $AI \perp BC$ , 进而求出  $\angle IAC = 30^\circ$ , 即可得出结论.

答案: (2) 连接  $AO$  并延长交  $BC$  于  $I$  交  $\odot O$  于  $J$ ,



$\because AH$  是  $\odot O$  的切线且  $AH \parallel BC$ ,

$\therefore AI \perp BC$ ,

由垂径定理得,  $BI = IC$ ,

$\because AC = BC$ ,

$$\therefore IC = \frac{1}{2} AC,$$

在  $Rt\triangle AIC$  中,  $IC = \frac{1}{2} AC$ ,

$$\therefore \angle IAC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ = \angle F = \angle ACB,$$

$\because FC$  是直径,

$$\therefore \angle FAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

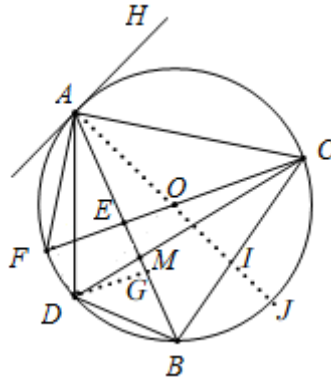
(3) 在 (2) 的条件下, 若  $\triangle ABD$  的面积为  $6\sqrt{3}$ ,  $\triangle ABD$  与  $\triangle ABC$  的面积比为 2:9, 求  $CD$  的长.

解析: (3) 先判断出  $\triangle ABC$  为等边三角形, 进而判断出  $AB \perp CF$ , 即:  $AE = BE$ , 利用等边三角形的面积求出  $AB = 6\sqrt{3}$ ,  $CE = 9$ , 再利用勾股定理求  $OE$ , 进而得出  $OA$ , 利用面积关系求出  $DG = 2$ ,

再判断出四边形  $PDGE$  为矩形, 得出  $PE = DG = 2$ , 即:  $CP = 11$ , 求出  $DP = \sqrt{OD^2 - OP^2} = \sqrt{11}$ ,

最后用勾股定理即可得出结论.

答案: (3) 过点  $D$  作  $DG \perp AB$ , 连接  $AO$ .



由(1)(2)知,  $\triangle ABC$  为等边三角形,

$\therefore \angle ACF = 30^\circ$ ,

$\therefore AB \perp CF$ ,

$\therefore AE = BE$ ,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = 27\sqrt{3},$$

$$\therefore AB = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore AE = 3\sqrt{3},$$

在  $\text{Rt}\triangle AEC$  中,  $CE = \sqrt{3} AE = 9$ ,

在  $\text{Rt}\triangle AEO$  中, 设  $EO = x$ , 则  $AO = 2x$ ,

$$\therefore AO^2 = AE^2 + OE^2,$$

$$\therefore (2x)^2 = (3\sqrt{3})^2 + x^2,$$

$$\therefore x = 6,$$

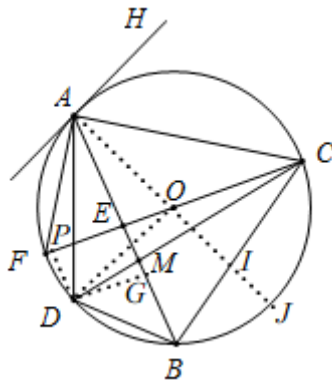
$\therefore \odot O$  的半径为 6,

$$\therefore CF = 12,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = AB \times DG \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3} \times DG \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore DG = 2.$$

过点 D 作  $DP \perp CF$ , 连接 OD.





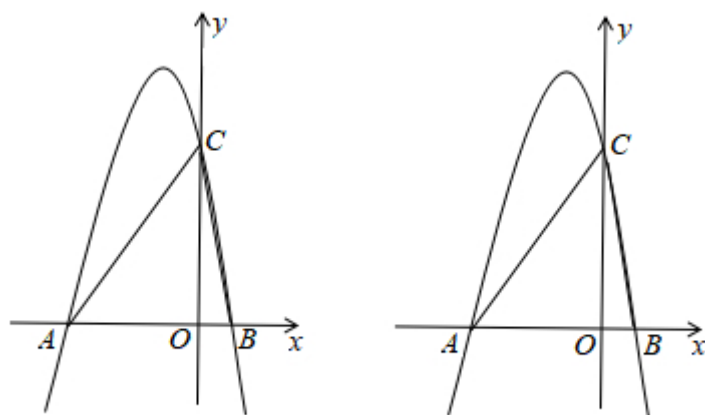
$\because AB \perp CF, DG \perp AB,$   
 $\therefore CF \parallel DG,$   
 $\therefore$  四边形 PDGE 为矩形,  
 $\therefore PE = DG = 2,$   
 $\therefore CP = PE + CE = 2 + 9 = 11$

在  $Rt\triangle OPD$  中,  $OP = 5, OD = 6,$

$$\therefore DP = \sqrt{OD^2 - OP^2} = \sqrt{11},$$

$\therefore$  在  $Rt\triangle CPD$  中, 根据勾股定理得,  $CD = \sqrt{DP^2 + CP^2} = 2\sqrt{33}.$

26. 如图, 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + 6$  ( $a \neq 0$ ) 与  $x$  轴交于点  $A(-3, 0)$  和点  $B(1, 0)$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ .



备用图

(1) 求抛物线  $y$  的函数表达式及点  $C$  的坐标.

解析: (1) 根据待定系数法, 可得函数解析式.

答案: (1) 将  $A, B$  的坐标代入函数解析式, 得

$$\begin{cases} 9a - 3b + 6 = 0 \\ a + b + 6 = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \end{cases},$$

抛物线  $y$  的函数表达式  $y = -2x^2 - 4x + 6,$

当  $x = 0$  时,  $y = 6,$  即  $C(0, 6).$

(2) 点  $M$  为坐标平面内一点, 若  $MA = MB = MC,$  求点  $M$  的坐标.

解析: (2) 根据线段垂直平分线的性质, 可得  $M$  在线段的垂直平分线上, 根据勾股定理, 可得答案.

答案: (2) 由  $MA = MB = MC,$  得

$M$  点在  $AB$  的垂直平分线上,  $M$  在  $AC$  的垂直平分线上,

设  $M(-1, x),$



∴直线 BC 的解析式为:  $y=-6x+6$ ,

$$\therefore \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}, \\ y = -6x + 6 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = \frac{15}{11}, \\ y = -\frac{24}{11} \end{cases},$$

$$\therefore D\left(\frac{15}{11}, -\frac{24}{11}\right),$$

$$\therefore AD = \frac{24}{11}\sqrt{5}, \quad AC = 3\sqrt{5},$$

$$\therefore \tan \angle ACB = \frac{\frac{24\sqrt{5}}{11}}{3\sqrt{5}} = \frac{8}{11},$$

$$\therefore 4\tan \angle ABE = 11\tan \angle ACB,$$

$$\therefore \tan \angle ABE = 2,$$

过点 A 作  $AM \perp x$  轴, 连接 BM 交抛物线于点 E,

$$\therefore AB=4, \quad \tan \angle ABE=2,$$

$$\therefore AM=8,$$

$$\therefore M(-3, 8),$$

$$\therefore B(1, 0), \quad (-3, 8)$$

$$\therefore \text{直线 BM 的解析式为: } y=-2x+2,$$

联立 BM 与抛物线, 得

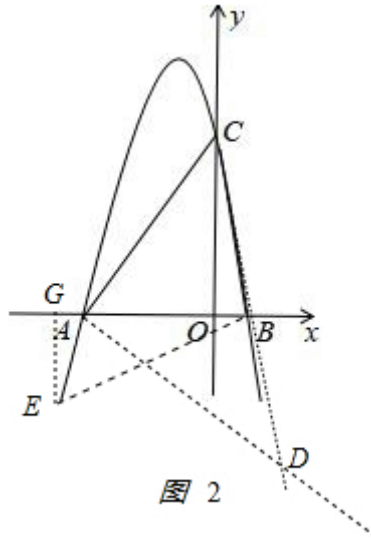
$$\therefore \begin{cases} y = -2x + 2 \\ y = -2x^2 - 4x + 6 \end{cases},$$

解得  $x=-2$  或  $x=1$ (舍去),

$$\therefore y=6,$$

$$\therefore E(-2, 6).$$

②当点 E 在 x 轴下方时, 如图 2,



过点 E 作  $EG \perp AB$ ，连接 BE，设点  $E(m, -2m^2 - 4m + 6)$

$$\therefore \tan \angle ABE = \frac{GE}{BG} = \frac{2m^2 + 4m - 6}{-m + 1} = 2,$$

$\therefore m = -4$  或  $m = 1$  (舍去)，

可得  $E(-4, -10)$ 。

综上所述：E 点坐标为  $(-2, 6)$ ， $(-4, -10)$ 。