2016年广西河池市高级中学高考一模数学文

一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合A={x|-2＜x＜1}，B={x|x＞0}，则集合A∪B等于(　　)

A.{x|x＞-2}

B.{x|0＜x＜1}

C.{x|x＜1}

D.{x|-2＜x＜1}

解析：∵集合A={x|-2＜x＜1}，

B={x|x＞0}，

∴集合A∪B={x|x＞-2}.

答案：A.

2. 若复数$\frac{a+i}{1-i}$是纯虚数，则实数a的值为(　　)

A.0

B.-3

C.1

D.-1

解析：∵$\frac{a+i}{1-i}=\frac{(a+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{(a-1)+(a+1)i}{2}$是纯虚数，

∴$\begin{cases}a-1=0\\a+1\neq 0\end{cases}$，解得：a=1.

答案：C.

3. 设a，b∈R，则“$(a-b)a^2<0$”是“a＜b”的(　　)

A.充分而不必要条件

B.必要而不充分条件

C.充要条件

D.既不充分也不必要条件

解析：∵a，b∈R，则$(a-b)a^2<0$，

∴a＜b成立，

由a＜b，则a-b＜0，“$(a-b)a^2\leqslant 0$，

所以根据充分必要条件的定义可的判断：

a，b∈R，则“$(a-b)a^2<0$”是a＜b的充分不必要条件.

答案：A

4. 设S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和，若$a_1=2$，$a_5=3a_3$，则S_9=(　　)

A.-72

B.-54

C. 54
D. 90
解析：设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，
∵$a_1=2$，$a_5=3a_3$，∴$2+4d=3(2+2d)$，
解得 $d=-2$，
∴$S_9=9a_1+\frac{9\times 8}{2}d=-54$
答案：B

5. 已知向量$\vec{a}=(1，1)$，$\vec{b}=(3，m)$，$\vec{a}\parallel(\vec{a}+\vec{b})$，则 m=(　　)

A. 2
B. -2
C. -3
D. 3

解析：因为向量$\vec{a}=(1，1)$，$\vec{b}=(3，m)$，所以$\vec{a}+\vec{b}=(4，1+m)$；

又$\vec{a}\parallel(\vec{a}+\vec{b})$，

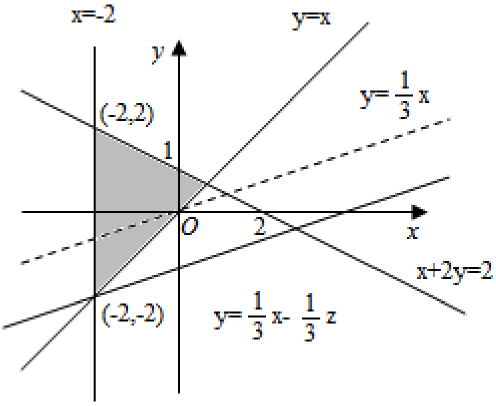
所以 $1\times(1+m)-1\times 4=0$，
解得 m=3.
答案：D.

6. 已知圆 C 的圆心是直线 $x-y+1=0$ 与 y 轴的交点，且圆 C 与直线 $x+y+3=0$ 相切，则圆的标准方程为(　　)
A. $x^2+(y-1)^2=8$
B. $x^2+(y+1)^2=8$
C. $(x-1)^2+(y+1)^2=8$
D. $(x+1)^2+(y-1)^2=8$
解析：对于直线 $x-y+1=0$，令 x=0，解得 y=1.
∴圆心 C(0，1)，
设圆的半径为 r，
∵圆 C 与直线 $x+y+3=0$ 相切，
∴$r=\frac{|1+3|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$，
∴圆的标准方程为 $x^2+(y-1)^2=8$.
答案：A.

7. 设变量 x，y 满足约束条件：$\begin{cases} y\geq x \\ x+2y\leq 2 \\ x\geq -2 \end{cases}$，则 $z=x-3y$ 的最小值(　　)

A. -2

B. -4
C. -6
D. -8
解析：根据题意，画出可行域与目标函数线如图所示，



由图可知目标函数在点(-2，2)取最小值-8
答案：D.

8. 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积(单位：cm^3)为(　　)

A. $\pi+\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $2\pi+\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $2\pi+\sqrt{3}$

D. $\pi+\sqrt{3}$

解析：由三视图，该组合体上部是一三棱锥，下部是一圆柱由图中数据知
V 圆柱$=\pi\times1^2\times1=\pi$
三棱锥垂直于底面的侧面是边长为 2 的等边三角形，且边长是 2，故其高即为三棱锥的高，

高为$\sqrt{3}$

故棱锥高为$\sqrt{3}$

由于棱锥底面为一等腰直角三角形，且斜边长为 2，故两直角边长度都是$\sqrt{2}$

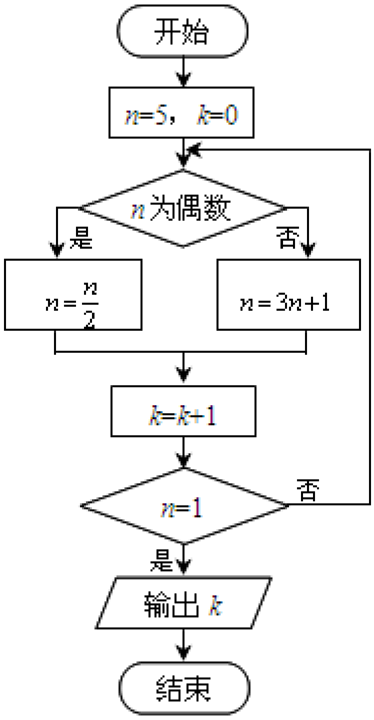
底面三角形的面积是$\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}$ =1

故V棱锥＝$\frac{1}{3}\times 1\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

故该几何体的体积是$\pi+\frac{\sqrt{3}}{3}$

答案：A.

9. 执行如图所示的程序框图，输出的k值是(　　)



A. 4
B. 5
C. 6
D. 7
解析：第一次循环：n=3×5+1=16，k=0+1=1，继续循环；

第二次循环：n=$\frac{16}{2}$=8，k=1+1=2，继续循环；

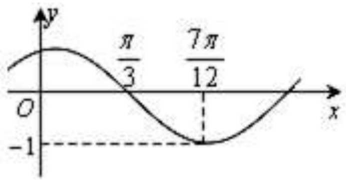
第三次循环：n=$\frac{8}{2}$=4，k=2+1=3，继续循环；

第四次循环：n=$\frac{4}{2}$=2，k=3+1=4，继续循环；

第五次循环：n=$\frac{2}{2}$=1，k=4+1=5，结束循环.

输出k=5.
答案：B.

10. 函数 f(x)=Asin(ωx+φ)(其中 A>0,|φ|<$\dfrac{\pi}{2}$)的图象如图所示,为了得到 g(x)=sin2x 的图象，则只要将 f(x)的图象(　　)



A.向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度

B.向右平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度

C.向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度

D.向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度

解析：根据函数的图象：A=1

又$\dfrac{T}{4}=\dfrac{7\pi}{12}-\dfrac{\pi}{3}$

解得：T=π

则：ω=2

当 x=$\dfrac{\pi}{3}$时，f($\dfrac{\pi}{3}$)=sin($\dfrac{2\pi}{3}$+φ)=0

解得：$\phi=\dfrac{\pi}{3}$

所以：f(x)=sin(2x+$\dfrac{\pi}{3}$)

要得到 g(x)=sin2x 的图象只需将函数图象向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位即可.

答案：A

11. 三棱锥 P-ABC 的四个顶点均在半径为 2 的球面上，且 AB=BC=CA=2$\sqrt{3}$，平面 PAB⊥平面 ABC，则三棱锥 P-ABC 的体积的最大值为(　　)

A.4

B.3

C.4$\sqrt{3}$

D.3$\sqrt{2}$

解析：根据题意：半径为 2 的球面上，且 AB=BC=CA=2$\sqrt{3}$，

△ABC 为截面为大圆上三角形,

设圆形为O，AB的中点为N，ON=$\sqrt{2^2-3}$=1

∵平面PAB⊥平面ABC，

∴三棱锥P-ABC的体积的最大值时，PN⊥AB，PN⊥平面ABC，

PN=$\sqrt{2^2-1}=\sqrt{3}$，

∴三棱锥P-ABC的体积的最大值为$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2\times\sqrt{3}$=3.

答案：B

12. 已知离心率为e的双曲线和离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$的椭圆有相同的焦点F_1、F_2，P是两曲线的一个公共点，$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$，则e等于(　　)

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

D. 3

解析：设椭圆的长半轴长为a_1，双曲线的实半轴长为a_2，焦距为2c，$|PF_1|=m$，$|PF_2|=n$，且不妨设m＞n，

由$m+n=2a_1$，$m-n=2a_2$得$m=a_1+a_2$，$n=a_1-a_2$.

又$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$，∴$4c^2=m^2+n^2-mn=a_1^2+3a_2^2$，

∴$\frac{a_1^2}{c^2}+\frac{3a_2^2}{c^2}=4$，即+ $\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}+\frac{3}{e^2}=4$，

解得$e=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

答案：C.

二、填空题(每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上)

13. 设$f(x)=\begin{cases}2^{x-2}, & x\le 2\\ log_2(x-1), & x>2\end{cases}$，则f(f(5))=_____.

解析：由题意知，f(x)=$\begin{cases}2^{x-2}，x\le 2\\ log_2(x-1)，x>2\end{cases}$，

则 f(5)=$\log_2 4$=2，

∴f(f(5))=f(2)=2^{2-2}=1.

答案：1.

14. 设 S_n 为等比数列{a_n}的前 n 项和，$8a_2-a_3=0$，则 $\frac{S_4}{S_2}$=_____.

解析：设等比数列{a_n}的公比为 q，

∵$8a_2-a_3=0$，

∴$a_2(8-q)=0$，

解得 q=8.

则 $\frac{S_4}{S_2}=\frac{\frac{a_1(1-q^4)}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^2)}{1-q}}$=1+$q^2$=65.

答案：65.

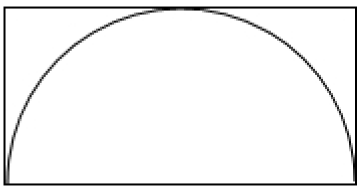
15. 长方形 ABCD 中，AB=2，BC=1，O 为 AB 的中点，在长方形 ABCD 内随机取一点，取到的点到 O 的距离大于 1 的概率为_____.

解析：根据几何概型得：

取到的点到 O 的距离大于 1 的概率：

p=$\frac{d}{D}$=$\frac{圆外部分的面积}{矩形的面积}$

=$\frac{2-\frac{\pi}{2}?}{2\times 1}$ =1-$\frac{\pi}{4}$.



答案：1-$\frac{\pi}{4}$

16. 已知定义在 R 上的奇函数 f(x)，设其导函数为 f′(x)，当 x∈(-∞，0]时，恒有 xf′(x)＜f(-x)，令 F(x)=xf(x)，则满足 F(3)＞F(2x-1)的实数 x 的取值范围是_____.

解析：∵f(x)是奇函数，

∴不等式 xf′(x)＜f(-x)，等价为 xf′(x)＜-f(x)，

即 xf′(x)+f(x)＜0，

∵F(x)=xf(x)，

∴F′(x)=xf′(x)+f(x)，

即当 x∈(-∞，0]时，F′(x)=xf′(x)+f(x)＜0，函数 F(x)为减函数，

∵f(x)是奇函数，

∴F(x)=xf(x)为偶数，且当 x＞0 为增函数.

即不等式 F(3)＞F(2x-1)等价为 F(3)＞F(|2x-1|)，

∴|2x-1|＜3，

∴-3＜2x-1＜3，

即-2＜2x＜4，

∴-1＜x＜2，

即实数 x 的取值范围是(-1，2).

答案：(-1，2).

三、解答题(本大题共 5 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. 已知△ABC 中的内角 A，B，C 对边分别为 a，b，c，$\sqrt{3}\sin 2A+2\cos^2A=2$，$a=\sqrt{3}$.

(1)若 $\cos B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，求 b；

(2)若 2sinB=sinC，求△ABC 的面积.

解析：(1)利用倍角公式、和差公式可得 A，再利用同角三角函数基本关系式、正弦定理即可得出.

(2)由 2sinB=sinC，利用正弦定理可得：2b=c，由余弦定理可得：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，联立解出 bc 即可得出.

答案：(1)∵$\sqrt{3}\sin 2A+2\cos^2A=2$，

∴$\sqrt{3}\sin 2A+\cos 2A=1$，

∴$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2A+\frac{1}{2}\cos 2A=\frac{1}{2}$，

$\sin(2A+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$，∵A∈(0，π)，

∴$2A+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$，解得 $A=\frac{\pi}{3}$.

由 $\cos B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，B∈(0，π)，∴$\sin B=\sqrt{1-\cos^2B}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

在△ABC 中，由正弦定理可得：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，

可得 $b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

(2)∵2sinB=sinC，∴2b=c，
由余弦定理可得：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，
∴$3=b^2+c^2-bc$，与 2b=c 联立解得：b=1，c=2.

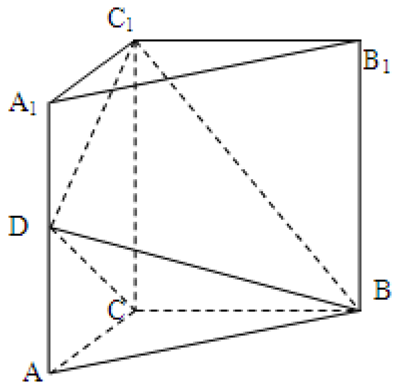
∴△ABC 的面积 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times1\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

18. 某校为调查 2016 届学业水平考试的数学成绩情况，随机抽取 2 个班各 50 名同学，得如下频率分布表：

分数段	[50，60)	[60，70)	[70，80)	[80，90)	[90，100]
甲班频数	4	6	10	18	12
乙班频数	2	6	18	16	8

(Ⅰ)估计甲，乙两班的数学平均分(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)；
(Ⅱ)数学成绩[60，70)为“C 等”，[70，90)为“B 等”和[90，100]为“A 等”，从两个班成绩为“A 等”的同学中用分层抽样的方法抽取 5 人，则甲乙两个班各抽取多少人？
(Ⅲ)从第(Ⅱ)问的 5 人中随机抽取 2 人，求这 2 人来自同一班级的概率.
解析：(Ⅰ)由频率分布列能求出甲、乙班数学平均分.
(Ⅱ)从两个班成绩为“A 等”的同学中用分层抽样的方法抽取 5 人，由频率分布表能求出甲乙两个班各抽取多少人.
(Ⅲ)设抽取 5 人中，甲班 3 名学生分别为 A、B、C，乙班 2 名同学分别为 D，E，利用列举法能求出这 2 人来自同一班级的概率.
答案：(Ⅰ)甲班数学平均分为：$\frac{55\times4+65\times6+75\times10+85\times18+95\times12}{50}=80.6$，
乙班数学平均分：$\frac{55\times2+65\times6+75\times18+85\times16+95\times8}{50}=79.4$.
(Ⅱ)从两个班成绩为“A 等”的同学中用分层抽样的方法抽取 5 人，
则甲班抽取：$5\times\frac{12}{12+8}$=人，乙班抽取：$5\times\frac{8}{12+8}$=2 人.
(Ⅲ)设抽取 5 人中，甲班 3 名学生分别为 A、B、C，乙班 2 名同学分别为 D，E，
则从中随机抽取 2 人的所有可能结果为：
AB，AC，AD，AE，BC，BD，BE，CD，CE，DE，共 10 个基本事件，
其中来自同一班级的含有：AB，AC，BC，DE，共 4 个基本事件，
∴这 2 人来自同一班级的概率 $p=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

19. 如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱垂直底面，∠ACB=90°，$AC=BC=\frac{1}{2}AA_1$，D 是棱 AA_1 的中点.



(Ⅰ)证明：平面 BDC_1⊥平面 BDC

(Ⅱ)平面 BDC_1 分此棱柱为两部分，求这两部分体积的比.

解析：(Ⅰ)由题意易证 DC_1⊥平面 BDC，再由面面垂直的判定定理即可证得平面 BDC_1⊥平面 BDC；

(Ⅱ)设棱锥 B-$DACC_1$ 的体积为 V_1，AC=1，易求 $V_1=\frac{1}{3}\times\frac{1+2}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$，三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 的体积 V=1，于是可得 $(V-V_1)$：V_1=1：1，从而可得答案.

答案：(1)由题意知 BC⊥CC_1，BC⊥AC，CC_1∩AC=C，

∴BC⊥平面 ACC_1A_1，又 DC1⊂平面 ACC_1A_1，

∴DC_1⊥BC.

由题设知∠A_1DC_1=∠ADC=45°，

∴∠CDC_1=90°，即 DC_1⊥DC，又 DC∩BC=C，

∴DC_1⊥平面 BDC，又 DC_1⊂平面 BDC_1，

∴平面 BDC_1⊥平面 BDC；

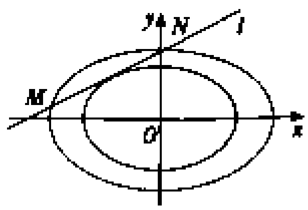
(2)设棱锥 B-DACC1 的体积为 V_1，AC=1，由题意得 $V_1=\frac{1}{3}\times\frac{1+2}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$，

又三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 的体积 V=1，

∴$(V-V_1)$：V_1=1：1，

∴平面 BDC_1 分此棱柱两部分体积的比为 1：1.

20. 如图，已知椭圆 C 的中心在原点 O，左焦点为 F_1(-1，0)，左顶点为 A，且 F_1 为 AO 的中点.



(1)求椭圆 C 的方程；

(2)若椭圆 C_1 方程为：$\frac{x^2}{m^2}+\frac{y^2}{n^2}=1$(m＞n＞0)，椭圆 C_2 方程为：$\frac{x^2}{m^2}+\frac{y^2}{n^2}=\lambda$（λ＞0，且 λ≠1)，则称椭圆 C_2 是椭圆 C_1 的 λ 倍相似椭圆.已知 C_2 是椭圆 C 的 3 倍相似椭圆，若椭圆 C 的任意一条切线 l 交椭圆 C_2 于两点 M，N，试求弦长|MN|的最大值.

解析：(1)由椭圆 C 的中心在原点 O，左焦点为 $F_1(-1，0)$，左顶点为 A，且 F_1 为 AO 的中点，求出 a，b，c，由此能求出椭圆 C 的方程.

(2)椭圆 C1 的 3 倍相似椭圆 C2 的方程为：$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}=1$.切线 m 垂直于 x 轴，则其方程为：

x=±2，推导出 $|MN|=2\sqrt{6}$；若切线 m 不垂直于 x 轴，可设其方程为：y=kx+b，代人椭圆 C_1 方程，得 $(3+4k^2)x^2+8kbx+4b^2-12=0$，由此利用根的判别式、韦达定理、弦长公式，结合已知条件能求出弦长|MN|的最大值.

答案：(1)∵椭圆 C 的中心在原点 O，左焦点为 $F_1(-1，0)$，左顶点为 A，且 F_1 为 AO 的中点，

∴c=1，a=2，∴$b^2=4-1=3$，

∴椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

(2)椭圆 C_1 的 3 倍相似椭圆 C_2 的方程为：$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}=1$.

①若切线 m 垂直于 x 轴，则其方程为：x=±2，解得 $y=\pm\sqrt{6}$，

∴$|MN|=2\sqrt{6}$.

②若切线 m 不垂直于 x 轴，可设其方程为：y=kx+b.

将 y=kx+b 代人椭圆 C_1 方程，得：$(3+4k^2)x^2+8kbx+4b^2-12=0$，

$\triangle=(8kb)^2-4(3+4k^2)(4b^2-12)=48(4k^2+3-b^2)=0$，

即 $b^2=4k^2+3$，(*)，

设 M，N 两点的坐标分别是 $(x_1，y_1)$，$(x_2，y_2)$，

将 y=kx+b 代入椭圆 C_2 的方程，得：$(3+4k^2)x^2+8kbx+4b^2-36=0$，

此时，$x_1+x_2=-\frac{8kb}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4b^2-36}{3+4k^2}$，

∴$|x_1-x_2|=\frac{4\sqrt{3\left(12k^2+9-b^2\right)}}{3+4k^2}$，

∴$|MN|=\sqrt{1+k^2}\times\frac{4\sqrt{3\left(12k^2+9-b^2\right)}}{3+4k^2}=4\sqrt{6}\sqrt{\frac{1+k^2}{3+4k^2}}=2\sqrt{6}\sqrt{1+\frac{1}{3+4k^2}}$，

∵$3+4k^2\geqslant3$，∴$1<1+\frac{1}{3+4k^2}\leqslant\frac{4}{3}$，即 $2\sqrt{6}<2\sqrt{6}\sqrt{1+\frac{1}{3+4k^2}}\leqslant4\sqrt{2}$，

综合①②，得弦长|MN|的取值范围是$[2\sqrt{6}，4\sqrt{2}]$，

∴弦长|MN|的最大值是 $4\sqrt{2}$.

21. 设 f(x)=lnx，g(x)=f(x)+af′(x).

(1)求函数 f(x)的图象在点(e，1)处的切线方程；

(2)求 g(x)的单调区间；

(3)当 a=1 时，求实数 m 的取值范围，使得 g(m)-g(x)＜$\frac{1}{m}$对任意 x＞0 恒成立.

解析：(1)求出 f(x)的导数，求得切线的斜率，由点斜式方程即可得到切线方程；

(2)求出 g(x)的导数，对 a 讨论，当 a≤0 时，当 a＞0 时，令导数大于 0，可得增区间，令导数小于 0，可得减区间；

(3)先化简求出 g(x)，在根据导数求出函数 g(x)的最小值，而 g(m)-g(x)＜$\frac{1}{m}$，对任意 x＞0 恒成立，转化为 lnm＜g(x)恒成立，问题得以解决.

答案：(1)f(x)=lnx 的导数为 f′(x)=$\frac{1}{x}$，

即有 f(x)在点(e，1)处的切线斜率为 k=$\frac{1}{e}$，

则 f(x)在点(e，1)处的切线方程为 y-1=$\frac{1}{e}$(x-e)，

即为 x-ey=0；

(2)g(x)=f(x)+af′(x)=lnx+$\frac{a}{x}$，

g′(x)=$\frac{1}{x}-\frac{a}{x^2}=\frac{x-a}{x^2}$(x＞0)，

当 a≤0 时，g′(x)＞0，g(x)在(0，+∞)上递增；

当 a＞0 时，0＜x＜a 时，g′(x)＜0，g(x)在(0，a)上递减，x＞a 时，g′(x)＞0，g(x)在(a，+∞)上递增.

综上可得，当 a≤0 时，g(x)的增区间为(0，+∞)；

当 a＞0 时，g(x)的增区间为(a，+∞)，减区间为(0，a).

(3)f(x)=lnx，g(x)=f(x)+af′(x)，

即有 g(x)=lnx+$\frac{a}{x}$，

由 a=1，g(x)=lnx+$\frac{1}{x}$，

g′(x)=$\frac{1}{x}-\frac{a}{x^2}=\frac{x-a}{x^2}$，

令 g′(x)=0，解得 x=1，

当 g′(x)＞0，即 x＞1 时，函数 g(x)单调递增，

当 g′(x)＜0，即 0＜x＜1 时，函数 g(x)单调递减，

即有 g(x)min=g(1)=1，

由于 g(m)-g(x)＜$\frac{1}{m}$，对任意 x＞0 恒成立，

则 lnm+$\frac{1}{m}-\frac{1}{m}$＜g(x)，m＞0，

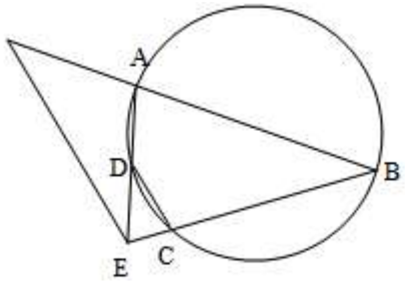
即有 lnm＜g(x)恒成立，

即 lnm＜1，

解得 0＜m＜e，
则实数 m 的取值范围是(0，e).

请考生在 22、23、24 三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.[选修 4-1：几何证明选讲]

22. 如图，A，B，C，D 四点在同一圆上，BC 与 AD 的延长线交于点 E，点 F 在 BA 的延长线上.



(Ⅰ)若 $\frac{EC}{EB}=\frac{1}{3}$，$\frac{ED}{EA}=\frac{1}{2}$，求 $\frac{DC}{AB}$ 的值；

(Ⅱ)若 $EF^2=FA\cdot FB$，证明：EF∥CD.

解析：(Ⅰ)根据圆内接四边形的性质，可得∠ECD=∠EAB，∠EDC=∠B，从而△EDC∽△EBA，所以有 $\frac{ED}{EB}=\frac{EC}{EA}=\frac{DC}{AB}$，利用比例的性质可得 $\frac{1}{2}\bullet\frac{1}{3}=\left(\frac{DC}{AB}\right)^2$，得到 $\frac{DC}{AB}=\frac{\sqrt{6}}{6}$；

(Ⅱ)根据题意中的比例中项，可得 $\frac{EF}{FA}=\frac{FB}{FE}$，结合公共角可得△FAE∽△FEB，所以∠FEA=∠EBF，再由(Ⅰ)的结论∠EDC=∠EBF，利用等量代换可得∠FEA=∠EDC，内错角相等，所以 EF∥CD.

答案：(Ⅰ)∵A，B，C，D 四点共圆，

∴∠ECD=∠EAB，∠EDC=∠B

∴△EDC∽△EBA，可得 $\frac{ED}{EB}=\frac{EC}{EA}=\frac{DC}{AB}$，

∴ $\frac{ED}{EB}=\frac{EC}{EA}=\left(\frac{DC}{AB}\right)^2$，即 $\frac{1}{2}\bullet\frac{1}{3}=\left(\frac{DC}{AB}\right)^2$

∴ $\frac{DC}{AB}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

(Ⅱ)∵$EF^2=FA\cdot FB$，

∴ $\frac{EF}{FA}=\frac{FB}{FE}$，

又∵∠EFA=∠BFE，

∴△FAE∽△FEB，可得∠FEA=∠EBF，

又∵A，B，C，D 四点共圆，

∴∠EDC=∠EBF，

∴∠FEA=∠EDC，

∴EF∥CD.

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

23. 已知曲线 C 的极坐标方程是 $\rho=2$，以极点为原点，极轴为 x 轴的正半轴建立平面直角坐标系，直线 L 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+\sqrt{3}t \end{cases}$（t 为参数）

(1)写出直线 L 的普通方程与 Q 曲线 C 的直角坐标方程；

(2)设曲线 C 经过伸缩变换 $\begin{cases} x'=x \\ y'=\dfrac{1}{2}y \end{cases}$ 得到曲线 C′，设 M(x，y)为 C′ 上任意一点，求 $x^2-\sqrt{3}xy+2y^2$ 的最小值，并求相应的点 M 的坐标.

解析：(1)直接消去参数 t 得直线 l 的普通方程，根据 $\rho^2=x^2+y^2$ 可得曲线 C 的直角坐标方程；(2)先根据伸缩变换得到曲线 C′ 的方程，然后设 M(2cosθ，sinθ)，则 x=2cosθ，y=sinθ 代入 $x^2-\sqrt{3}xy+2y^2$，根据三角函数的性质可求出所求.

答案：(1)∵直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+\sqrt{3}t \end{cases}$（t 为参数），

∴消去参数 t 得直线 l 的普通方程为 $\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}+2=0$，

∵ $\rho=2$，

∴曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2=4$；

(2)∵曲线 C：x2+y2=4 经过伸缩变换 $\begin{cases} x'=x \\ y'=\dfrac{1}{2}y \end{cases}$ 得到曲线 C′，

∴C′：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，

设 M(2cosθ，sinθ)则 x=2cosθ，y=sinθ，

∴$x^2-\sqrt{3}xy+2y^2=3+2\cos(2\theta+\dfrac{\pi}{3})$，

∴当 $\theta=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$，k∈Z 时，即 M 为$(1，\dfrac{\sqrt{3}}{2})$或$(-1，-\dfrac{\sqrt{3}}{2})$时 $x^2-\sqrt{3}xy+2y^2$ 的最小值为 1.

[选修 4-5：不等式选讲]

24. 设 f(x)=|x|+2|x-a|(a＞0).

(Ⅰ)当 a=1 时，解不等式 f(x)≤4；

(Ⅱ)若 f(x)≥4 恒成立，求实数 a 的取值范围.

解析：(Ⅰ)当 a=1 时，f(x)=|x|+2|x-1|= $\begin{cases}2-3x, & x<0\\ 2-x, & 0\le x\le 1\\ 3x-2, & x>1\end{cases}$，分三种情况求出不等式的解集，再取并集即得所求.

(Ⅱ)化简函数 f(x)=|x|+2|x-a|的解析式，求出它的最小值，由题意可得 f(x)的最小值 a 大于或等于 4，由此求得 a 取值范围.

答案：(Ⅰ)当 a=1 时，f(x)=|x|+2|x-1|= $\begin{cases}2-3x, & x<0\\ 2-x, & 0\le x\le 1\\ 3x-2, & x>1\end{cases}$.

当 x＜0 时，由 2-3x≤4，得$-\frac{2}{3}$≤x＜0；

当 0≤x≤1 时，1≤2-x≤2，解得 0≤x≤1；

当 x＞1 时，由 3x-2≤4，得 1＜x≤2.

综上，不等式 f(x)≤4 的解集为$[-\frac{2}{3}$，2].

(Ⅱ)f(x)=|x|+2|x-a|= $\begin{cases}2a-3x, & x<0\\ 2a-x, & 0\le x\le a\\ 3x-2a, & x>a\end{cases}$.

可见，f(x)在(-∞，a]单调递减，在(a，+∞)单调递增.

当 x=a 时，f(x)取最小值 a.

若 f(x)≥4 恒成立，则应有 a≥4，

所以，a 取值范围为[4，+∞).