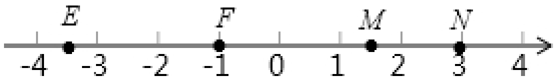
2018年北京市朝阳区中考模拟数学

一、选择题(共10道小题，每小题3分，共30分)第1-10题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.请用铅笔把“机读答题卡”上对应题目答案的相应字母处涂黑.

1.如图所示，数轴上表示绝对值大于3的数的点是(　　)



A.点E

B.点F

C.点M

D.点N

解析：|－3.5|=3.5，3，|－1|=1<3，|1.5|=1.5<3，|3|=3=3，

所以数轴上表示绝对值大于3的数的点是点E，

答案：A

2.若代数式$\frac{2}{x-3}$有意义，则实数x的取值范围是(　　)

A.x=0

B.x=3

C.x≠0

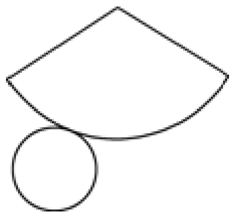
D.x≠3

解析：由题意得，x－3≠0，

解得，x≠3，

答案：D

3.如图是某个几何体的展开图，该几何体是(　　)



A.正方体

B.圆锥

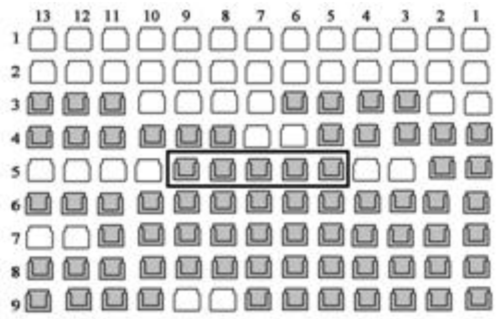
C.圆柱

D.三棱柱

解析：因为圆锥的展开图为一个扇形和一个圆形，故这个几何体是圆锥.

答案：B

4.小鹏和同学相约去影院观看《厉害了，我的国》，在购票选座时，他们选定了方框所围区域内的座位(如图).取票时，小鹏从这五张票中随机抽取一张，则恰好抽到这五个座位正中间的座位的概率是(　　)



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

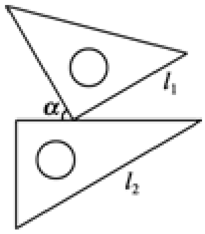
D. $\frac{1}{5}$

解析：∵小鹏从这五张票中随机抽取一张，

∴恰好抽到这五个座位正中间的座位的概率是：$\frac{1}{5}$.

答案：D

5.将一副三角尺按如图的方式摆放，其中 $l_1 // l_2$，则∠α 的度数是(　　)



A.30°

B.45°

C.60°

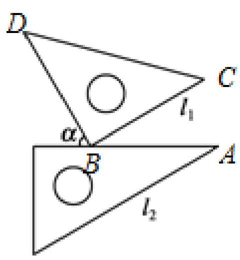
D.70°

解析：如图所示，∵$l_1 // l_2$，

∴∠A=∠ABC=30°，

又∵∠CBD=90°，

∴∠α =90° -30° =60°.



答案：C

6.某学校课外活动小组为了解同学们喜爱的电影类型，设计了如下的调查问卷(不完整)：

调查问卷　　　　年　　月

你平时最喜欢的一种电影类型是（　　）（单选）

A.　　B.　　C.　　D.其他

准备在“①国产片，②科幻片，③动作片，④喜剧片，⑤亿元大片”中选取三个作为该问题的备选答案，选取合理的是(　　)

A.①②③

B.①③⑤

C.②③④

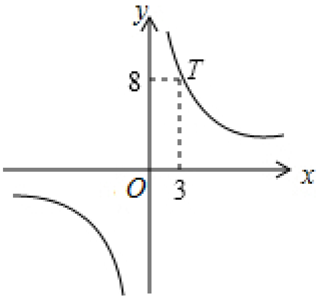
D.②④⑤

解析：电影类型包括：科幻片，动作片，喜剧片等，

故选取合理的是②③④.

答案：C

7.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 T.下列各点 P(4，6)，Q(3，－8)，M(2，－12)，N($\frac{1}{2}$，48)中，在该函数图象上的点有(　　)



A.4 个

B.3 个

C.2 个

D.1 个

解析：∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 T(3，8)，

∴k=3×8=24，

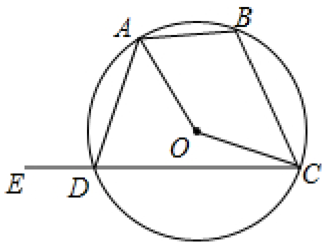
将 P(4，6)，Q(3，－8)，M(2，－12)，N($\frac{1}{2}$，48)分别代入反比例函数 $y=\frac{24}{x}$，

可得 Q(3，－8)，M(2，－12)不满足反比例函数 $y=\frac{24}{x}$，

∴在该函数图象上的点有 2 个.

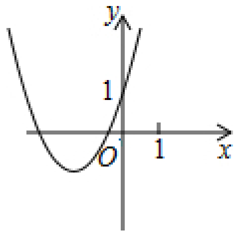
答案：C

8.如图，四边形 ABCD 内接于⊙O，E 为 CD 延长线上一点，若∠ADE=110°，则∠AOC 的度数是(　　)



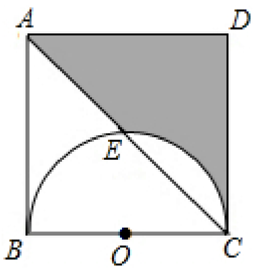
A. 70°
B. 110°
C. 140°
D. 160°
解析：∵∠ADE=110°，
∴∠ADC=70°，
∵四边形 ABCD 内接于⊙O，
∴∠AOC=2∠ADC=140°.
答案：C

9. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=x^2+\sqrt{7}x+1$ 的图象如图所示，则方程 $x^2+\sqrt{7}x+1=0$ 的根的情况是(　　)

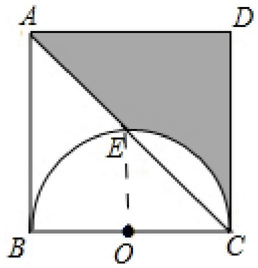


A. 有两个相等的实数根
B. 有两个不相等的实数根
C. 没有实数根
D. 无法判断
解析：二次函数 $y=x^2+\sqrt{7}x+1$ 的图象如图所示，图象与 x 轴有两个交点，
则方程 $x^2+\sqrt{7}x+1=0$ 的根的情况是：有两个不相等的实数根.
答案：B

10. 如图，正方形 ABCD 的边长为 2，以 BC 为直径的半圆与对角线 AC 相交于点 E，则图中阴影部分的面积为(　　)



A. $\frac{5}{2}+\frac{1}{4}\pi$
B. $\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\pi$
C. $\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\pi$
D. $\frac{5}{2}-\frac{1}{4}\pi$
解析：连接 OE.



$\because S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}AD\cdot CD=\frac{1}{2}\times2\times2=2$，

S 扇形 OCE=$\frac{1}{4}\pi\times1^2=\frac{\pi}{4}$，

S△COE=$\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$，

∴S 弓形 CE=$\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$，

∴阴影部分的面积为$2-\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{2}-\frac{\pi}{4}$.

答案：D

二、填空题(共 6 道小题，每小题 3 分，共 18 分)

11.分解因式：$m^2+2mn+n^2=$____.

解析：$m^2+2mn+n^2=(m+n)^2$.

答案：$(m+n)^2$

12.如果一个多边形是轴对称图形，那么这个多边形可以是____(写出一个即可).

解析：如果一个多边形是轴对称图形，那么这个多边形可以是：答案不唯一.如：正方形.

答案：答案不唯一.如：正方形

13.抛物线 $y=x^2-6x+5$ 的顶点坐标为____.

解析：∵$y=x^2-6x+5=(x-3)^2-4$，

∴抛物线顶点坐标为(3，－4).

答案：(3，－4)

14.一次函数 y=kx+2(k≠0)的图象与 x 轴交于点 A(n，0)，当 n＞0 时，k 的取值范围是____.

解析：∵一次函数 y=kx+2(k≠0)的图象与 x 轴交于点 A(n，0)，

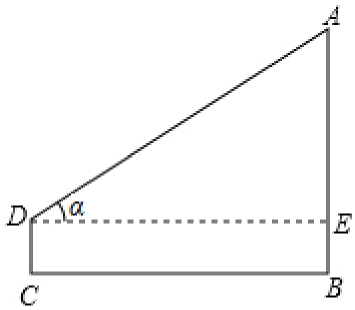
∴$n=-\frac{2}{k}$，

∴当 n＞0 时，$-\frac{2}{k}>0$，

解得，k＜0，

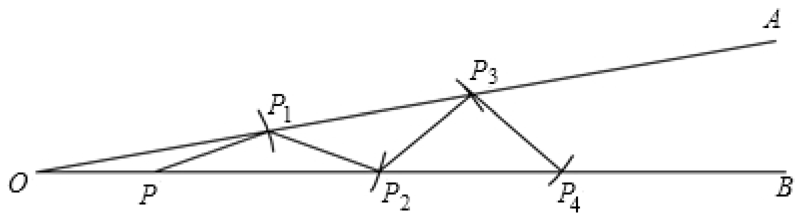
答案：k＜0

15.如图，某数学小组要测量校园内旗杆 AB 的高度，其中一名同学站在距离旗杆 12 米的点 C 处，测得旗杆顶端 A 的仰角为α，此时该同学的眼睛到地面的高 CD 为 1.5 米，则旗杆的高度为____(米)(用含α 的式子表示).



解析：如图所示：DE=BC=12m，
则 AE=DE·tanα =12tanα (m)，
故旗杆的高度为：AB=AE+BE=1.5+12tanα .
答案：1.5+12tanα

16.如图，∠AOB=10°，点 P 在 OB 上.以点 P 为圆心，OP 为半径画弧，交 OA 于点 P_1(点 P_1 与点 O 不重合)，连接 PP_1；再以点 P_1 为圆心，OP 为半径画弧，交 OB 于点 P_2(点 P_2 与点 P 不重合)，连接 P_1P_2；再以点 P_2 为圆心，OP 为半径画弧，交 OA 于点 P_3(点 P_3 与点 P_1 不重合)，连接 P_2P_3；……



请按照上面的要求继续操作并探究：
$\angle P_3P_2P_4$=____°；按照上面的要求一直画下去，得到点 P_n，若之后就不能再画出符合要求点 P_{n+1} 了，则 n=____.
解析：由题意可知：$PO=P_1P$，$P_1P=P_2P_1$，…，
则 $\angle POP_1=\angle OP_1P$，$\angle P_1PP_2=\angle P_1P_2P$，…，∵∠BOA=10°，
∴ $\angle P_1PB=20°$，$\angle P_2P_1A=30°$，$\angle P_3P_2B=40°$，$\angle P_4P_3A=50°$，…，
∴10°n＜90°，
解得 n＜9.
由于 n 为整数，故 n=8.
答案：8

三、解答题(共 10 道小题，17-25 题每小题 5 分，26 题 7 分，共 52 分)

17.计算：$\sqrt{12}-4\cos 30°+\left(\pi-\sqrt{10}\right)^0+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

解析：本题涉及零指数幂、负指数幂、二次根式化简 3 个考点.在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

答案：原式$=2\sqrt{3}-4\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1+3=2\sqrt{3}-2\sqrt{3}+4=4$.

18.解不等式组：$\begin{cases}x+2<2x+3\\3\left(x-2\right)<x\end{cases}$

解析：分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

答案：$\begin{cases} x+2<2x+3 ① \\ 3(x-2)<x ② \end{cases}$，

解不等式①，得 x＞－1.

解不等式②，得 x＜3.

∴不等式组的解集为－1＜x＜3.

19.先化简，再求值：$\frac{2-a}{a^2-1} \div \frac{1}{a-1} + \frac{a-1}{a+1}$，其中 a=4.

解析：将被除式分母因式分解、除法转化为乘法，再约分，最后通分、计算加法即可化简，继而将 a 的值代入计算可得答案.

答案：$\frac{2-a}{a^2-1} \div \frac{1}{a-1} + \frac{a-1}{a+1}$

$= \frac{2-a}{(a+1)(a-1)} \cdot (a-1) + \frac{a-1}{a+1}$

$= \frac{2-a}{a+1} + \frac{a-1}{a+1}$

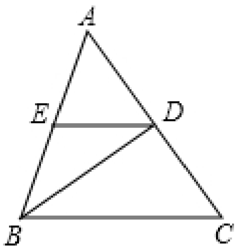
$= \frac{1}{a+1}$，

当 a=4 时，原式=$\frac{1}{5}$.

20.如图，BD 是△ABC 的角平分线，DE∥BC 交 AB 于点 E.

(1)求证：BE=DE；

(2)若 AB=BC=10，求 DE 的长.



解析：(1)根据角平分线和平行线的性质证明即可；

(2)利用平行线的性质和成比例解答即可.

答案：(1)证明：∵BD 是△ABC 的角平分线，

∴∠EBD=∠CBD.

∵DE∥BC，

∴∠EDB=∠CBD.

∴∠EDB=∠EBD.

∴BE=DE.

(2)∵AB=BC，BD 是△ABC 的角平分线，

∴AD=DC.

∵DE∥BC，

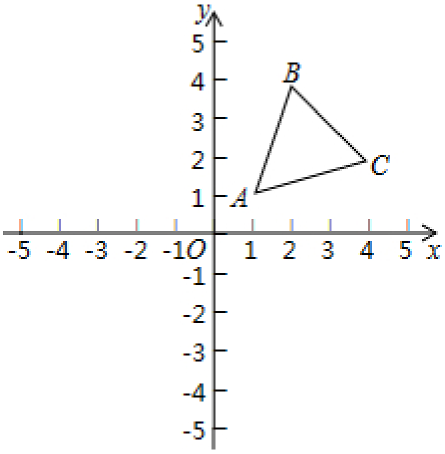
∴$\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC} = 1$，

∴BE＝$\frac{1}{2}$AB＝5.

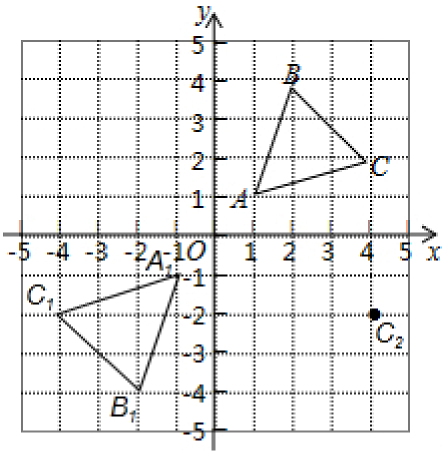
∴DE=5.

21.在平面直角坐标系 xOy 中，△ABC 的顶点分别为 A(1，1)，B(2，4)，C(4，2).

(1)画出△ABC 关于原点 O 对称的$\triangle A_1B_1C_1$；
(2)点 C 关于 x 轴的对称点 C_2 的坐标为____；
(3)点 C_2 向左平移 m 个单位后，落在$\triangle A_1B_1C_1$内部，写出一个满足条件的 m 的值：____.



解析：(1)直接利用关于原点对称点的性质进而得出答案；
(2)直接利用关于 x 轴对称点的性质进而得出答案；
(3)直接利用平移的性质得出答案.
答案：(1)如图所示：$\triangle A_1B_1C_1$，即为所求；

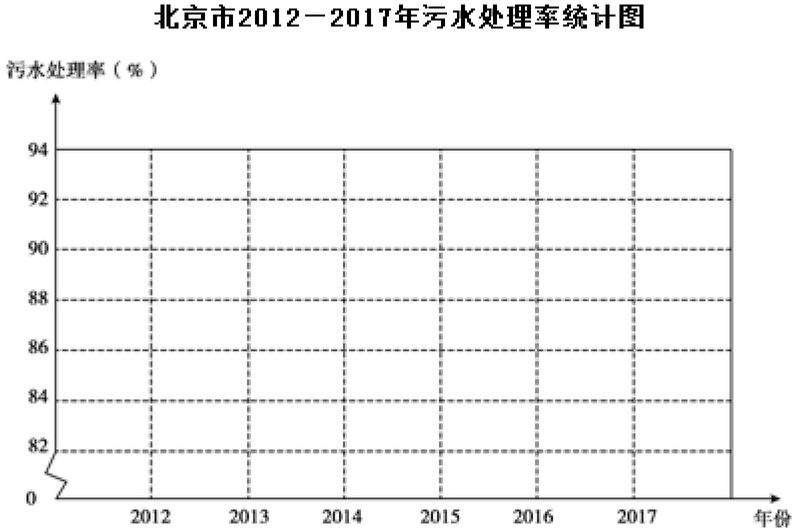


(2)点 C_2 的坐标为：(4，－2).
故答案为：(4，－2)；
(3)答案不唯一. 如：6.

22. 北京市积极开展城市环境建设，其中污水治理是重点工作之一，以下是北京市 2012－2017 年污水处理率统计表：

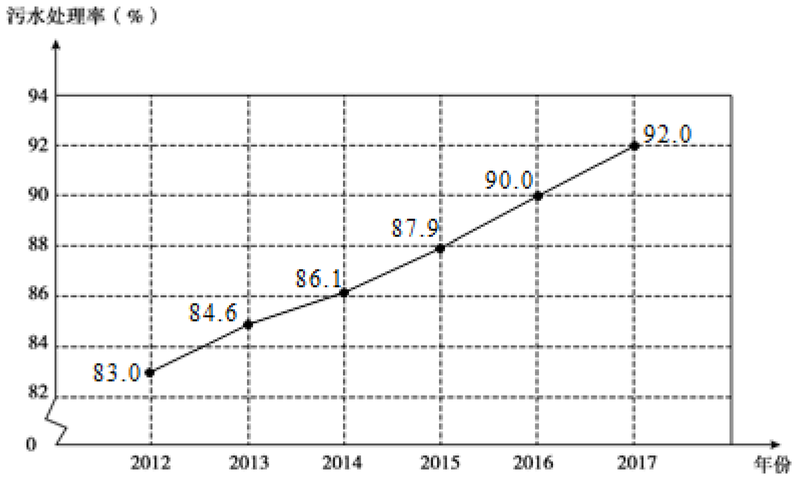
年份	2012	2013	2014	2015	2016	2017
污水处理率(%)	83.0	84.6	86.1	87.9	90.0	92.0

(1)用折线图将 2012－2017 年北京市污水处理率表示出来，并在图中标明相应的数据；
(2)根据统计图表中提供的信息，预估 2018 年北京市污水处理率约为____%，说明你的预估理由：____.



解析：(1)依据北京市 2012－2017 年污水处理率统计表中的数据，即可得到折线统计图；
(2)预估理由须包含统计图表中提供的信息，且支撑预估的数据.

答案：(1)2012－2017 年北京市污水处理率折线图如图所示：



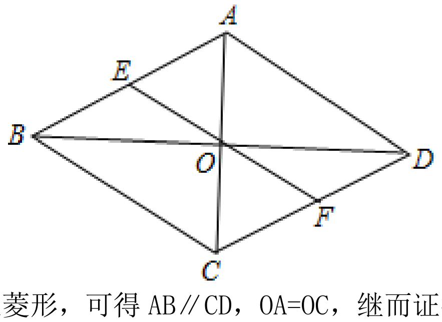
(2)因为从 2015 年到 2017 年污水处理率每年增长 2%左右，所以 2018 年北京市污水处理率约为 94.0%.

故答案为：94.0，近三年的污水处理率每年增长 2%左右.

23.如图，在菱形 ABCD 中，AC 和 BD 相交于点 O，过点 O 的线段 EF 与一组对边 AB，CD 分别相交于点 E，F.

(1)求证：AE=CF；

(2)若 AB=2，点 E 是 AB 中点，求 EF 的长.



解析：(1)由四边形 ABCD 是菱形，可得 AB∥CD，OA=OC，继而证得△AOE≌△COF，则可证得结论.

(2)利用平行四边形的判定和性质解答即可.

答案：(1)证明：∵四边形 ABCD 是菱形，

∴AO=CO，AB∥CD，

∴∠EAO=∠FCO，∠AEO=∠CFO.

在△OAE和△OCF中，

$$\begin{cases}\angle EAO=\angle FCO \\ AO=CO \\ \angle AEO=\angle CFO\end{cases},$$

∴△AOE≌△COF，

∴AE=CF；

(2)∵E是AB中点，

∴BE=AE=CF.

∵BE∥CF，

∴四边形BEFC是平行四边形，

∵AB=2，

∴EF=BC=AB=2.

24.保护和管理好湿地，对于维护一个城市生态平衡具有十分重要的意义.2018年北京计划恢复湿地和计划新增湿地的面积共2200公顷，其中计划恢复湿地面积比计划新增湿地面积的2倍多400公顷.求计划恢复湿地和计划新增湿地的面积.

解析：设计划新增湿地x公顷，则计划恢复湿地(2x+400)公顷，根据2018年北京计划恢复湿地和计划新增湿地的面积共2200公顷，即可得出关于x的一元一次方程，解之即可得出结论.

答案：设计划新增湿地x公顷，则计划恢复湿地(2x+400)公顷.

根据题意，得：x+2x+400=2200，

解得：x=600，

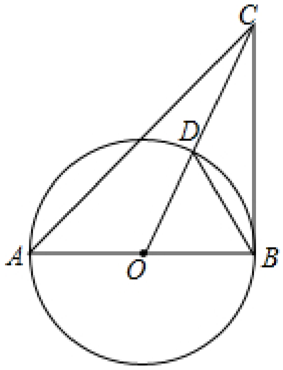
∴2x+400=1600.

答：计划恢复湿地1600公顷，计划新增湿地600公顷.

25.如图，在△ABC中，AB=BC，∠A=45°，以AB为直径的⊙O交CO于点D.

(1)求证：BC是⊙O的切线；

(2)连接BD，若BD=m，tan∠CBD=n，写出求直径AB的思路.



解析：(1)欲证明BC是⊙O的切线，只需推知∠ABC=90°即可；

(2)①连接AD，利用圆周角定理和等角的余角相等推知∠BAD=∠CBD；②通过解直角Rt△ABD可求AD=$\frac{m}{n}$；③在Rt△ABD中，由勾股定理可求AB的长.

答案：(1)证明：∵AB=BC，∠A=45°，

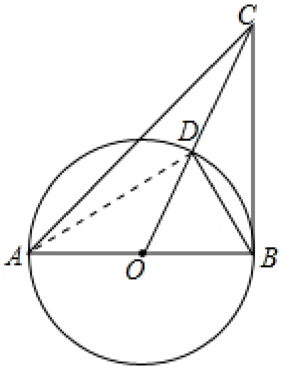
∴∠ACB=∠A=45°.

∴∠ABC=90°，

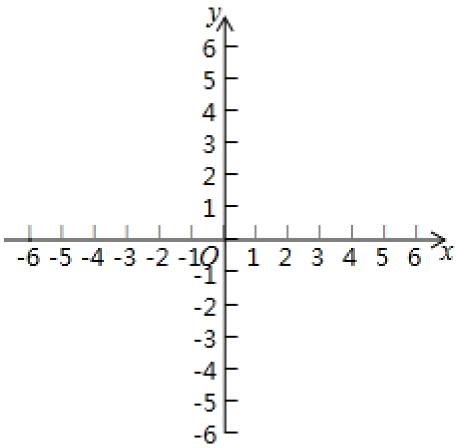
∴AB⊥BC，

∵AB是⊙O的直径，

∴BC 是⊙O 的切线.
(2)求解思路如下：
①连接 AD，由 AB 为直径可知，∠ADB=90°，进而可知∠BAD=∠CBD；
②由 BD=m，tan∠CBD=n，在 Rt△ABD 中，可求 AD=$\frac{m}{n}$；
③在 Rt△ABD 中，由勾股定理可求 AB 的长.



26.抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 x=1，该抛物线与 x 轴的两个交点分别为 A 和 B，与 y 轴的交点为 C，其中 A(－1，0).
(1)写出 B 点的坐标____；
(2)若抛物线上存在一点 P，使得△POC 的面积是△BOC 的面积的 2 倍，求点 P 的坐标；
(3)点 M 是线段 BC 上一点，过点 M 作 x 轴的垂线交抛物线于点 D，求线段 MD 长度的最大值.



解析：(1)直接利用二次函数的对称性得出 B 点坐标即可；
(2)利用三角形面积求法结合抛物线上点的坐标性质得出答案；
(3)结合题意得出 MD 的函数关系式，进而得出答案.
答案：(1)∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 x=1，该抛物线与 x 轴的两个交点分别为 A 和 B，与 y 轴的交点为 C，其中 A(－1，0)，
∴B 点的坐标为：(3，0)；
故答案为：(3，0)；
(2)由抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 x=1，A(－1，0)，B(3，0)，

则$\begin{cases} a-b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \\ -\frac{b}{2a}=1 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$，

故抛物线的表达式为 $y=x^2-2x-3$，

∴$C(0,\ -3)$.

∴ $S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times 3\times 3=\frac{9}{2}$.

∴$S_{\triangle POC}=2S_{\triangle BOC}=9$.

设点 P 的横坐标为 x_P，求得 $x_P=\pm 6$.

代入抛物线的表达式，求得点 P 的坐标为(6，21)，(－6，45).

(3)由点 B(3，0)，C(0，－3)，得直线 BC 的表达式为 $y=x-3$，

设点 $M(a,\ a-3)$，则点 $D(a,\ a^2-2a-3)$.

∴$MD=a-3-(a^2-2a-3)$

$=-a^2+3a$

$=-\left(a-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$，

∴当 $a=\frac{3}{2}$ 时，MD 的最大值为 $\frac{9}{4}$.