

2012年山东省德州市中考数学试卷解析

一、选择题（共8小题，每小题3分，满分24分）

1.（2012•德州）下列运算正确的是（ ）

- A. $\sqrt{4}=2$ B. $(-3)^2=-9$ C. $2^{-3}=8$ D. $2^0=0$

考点：零指数幂；有理数的乘方；算术平方根；负整数指数幂。

专题：计算题。

分析：分别根据算术平方根、有理数的平方、负整数指数幂及0指数幂的运算法则进行计算即可。

解答：解：A、 $\because 2^2=4$ ， $\therefore \sqrt{4}=2$ ，故本选项正确；

B、 $(-3)^2=9$ ，故本选项错误；

C、 $2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$ ，故本选项错误；

D、 $2^0=1$ ，故本选项错误。

故选A。

点评：本题考查的是算术平方根、有理数的平方、负整数指数幂及0指数幂的运算，熟知以上运算法则是解答此题的关键。

2.（2012•德州）不一定在三角形内部的线段是（ ）

- A. 三角形的角平分线 B. 三角形的中线
C. 三角形的高 D. 三角形的中位线

考点：三角形的角平分线、中线和高的性质；三角形中位线定理。

专题：计算题。

分析：根据三角形的高、中线、角平分线的性质解答。

解答：解：因为在三角形中，

它的中线、角平分线一定在三角形的内部，

而钝角三角形的高在三角形的外部。

故选C。

点评：本题考查了三角形的高、中线和角平分线，要熟悉它们的性质方可解答。

3. 如果两圆的半径分别为4和6，圆心距为10，那么这两圆的位置关系是（ ）

- A. 内含 B. 外离 C. 相交 D. 外切

考点：圆与圆的位置关系。

分析：由两圆的半径分别为4和6，圆心距为10，根据两圆位置关系与圆心距d，两圆半径R，r的数量关系间的联系即可得出两圆位置关系。

解答：解： \because 两圆的半径分别为4和6，圆心距为10，

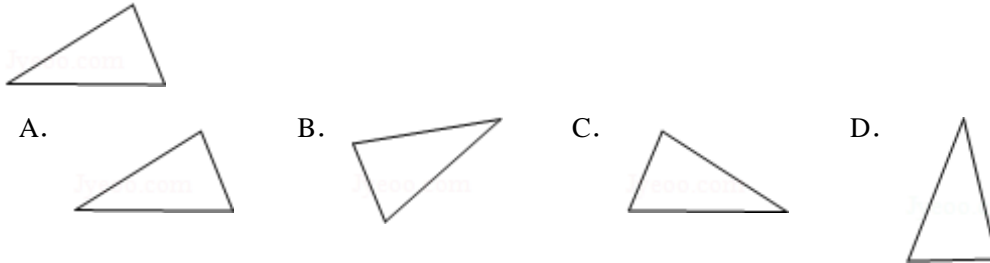
又 $\because 4+6=10$ ，

\therefore 这两圆的位置关系是外切。

故选D。

点评：此题考查了圆与圆的位置关系. 解题的关键是掌握两圆位置关系与圆心距 d , 两圆半径 R, r 的数量关系间的联系.

4. (2012•德州)由图中三角形仅经过一次平移、旋转或轴对称变换,不能得到的图形是()



考点：几何变换的类型。

分析：根据平移、旋转和轴对称的性质即可得出正确结果.

解答：解：A、经过平移可得到上图,故选项错误;

B、经过平移、旋转或轴对称变换后,都不能得到上图,故选项正确;

C、经过轴对称变换可得到上图,故选项错误;

D、经过旋转可得到上图,故选项错误.

故选 B.

点评：本题考查了几何变换的类型, 平移是沿直线移动一定距离得到新图形, 旋转是绕某个点旋转一定角度得到新图形, 轴对称是沿某条直线翻折得到新图形. 观察时要紧扣图形变换特点, 进行分析判断.

5. (2012•德州)已知 $\begin{cases} a+2b=4 \\ 3a+2b=8 \end{cases}$, 则 $a+b$ 等于 ()

A. 3

B. $\frac{8}{3}$

C. 2

D. 1

考点：解二元一次方程组。

专题：计算题。

分析：①+②得出 $4a+4b=12$, 方程的两边都除以 4 即可得出答案.

解答：解： $\begin{cases} a+2b=4 \text{ ①} \\ 3a+2b=8 \text{ ②} \end{cases}$,

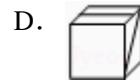
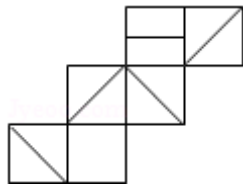
\therefore ①+②得: $4a+4b=12$,

$\therefore a+b=3$.

故选 A.

点评：本题考查了解二元一次方程组的应用, 关键是检查学生能否运用巧妙的方法求出答案, 题目比较典型, 是一道比较好的题目.

6. (2012•德州)如图给定的是纸盒的外表面, 下面能由它折叠而成的是 ()



考点：展开图折叠成几何体。

专题：探究型。

分析：将 A、B、C、D 分别展开，能和原图相对应的即为正确答案。

解答：

解：A、展开得到 ，不能和原图相对应，故本选项错误；

B、展开得到 ，能和原图相对，故本选项正确；

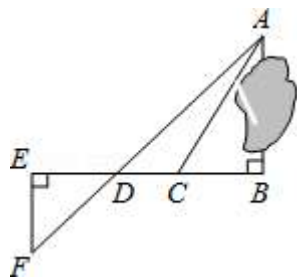
C、展开得到 ，不能和原图相对应，故本选项错误；

D、展开得到 ，不能和原图相对应，故本选项错误。

故选 B。

点评：本题考查了展开图折叠成几何体，熟悉其侧面展开图是解题的关键。

7. (2012•德州) 为了测量被池塘隔开的 A, B 两点之间的距离, 根据实际情况, 作出如图图形, 其中 $AB \perp BE$, $EF \perp BE$, AF 交 BE 于 D, C 在 BD 上. 有四位同学分别测量出以下四组数据: ① BC, $\angle ACB$; ② CD, $\angle ACB$, $\angle ADB$; ③ EF, DE, BD; ④ DE, DC, BC. 能根据所测数据, 求出 A, B 间距离的有 ()



A. 1 组

B. 2 组

C. 3 组

D. 4 组 F

考点：相似三角形的应用；解直角三角形的应用。

分析：根据三角形相似可知，要求出 AB，只需求出 EF 即可。所以借助于相似三角形的性

质，根据 $\frac{EF}{AB} = \frac{FD}{BD}$ 即可解答。

解答：解：此题比较综合，要多方面考虑，

①因为知道 $\angle ACB$ 和 BC 的长，所以可利用 $\angle ACB$ 的正切来求 AB 的长；

②可利用 $\angle ACB$ 和 $\angle ADB$ 的正切求出 AB ；

③，因为 $\triangle ABD \sim \triangle EFD$ 可利用 $\frac{EF}{AB} = \frac{FD}{BD}$ ，求出 AB ；

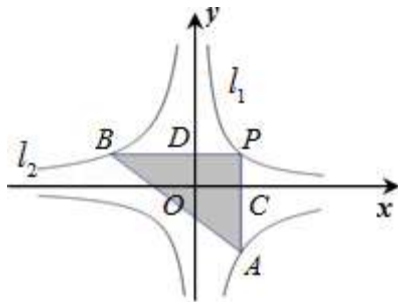
④无法求出 A, B 间距离。

故共有3组可以求出 A, B 间距离。

故选C。

点评：本题考查相似三角形的应用和解直角三角形的应用，解答道题的关键是将实际问题转化为数学问题，本题只要把实际问题抽象到相似三角形，解直角三角形即可求出。

8. (2012•德州) 如图，两个反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 和 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象分别是 l_1 和 l_2 ，设点P在 l_1 上， $PC \perp x$ 轴，垂足为C，交 l_2 于点A， $PD \perp y$ 轴，垂足为D，交 l_2 于点B，则三角形PAB的面积为()



A. 3

B. 4

C. $\frac{9}{2}$

D. 5

考点：反比例函数综合题；三角形的面积。

专题：计算题。

分析：设P的坐标是 $(a, \frac{1}{a})$ ，推出A的坐标和B的坐标，求出 $\angle APB = 90^\circ$ ，求出PA、PB的值，根据三角形的面积公式求出即可。

解答：解： \because 点P在 $y = \frac{1}{x}$ 上，

\therefore 设P的坐标是 $(a, \frac{1}{a})$ ，

$\because PA \perp x$ 轴，

$\therefore A$ 的横坐标是 a ，

$\because A$ 在 $y = -\frac{2}{x}$ 上，

$\therefore A$ 的坐标是 $(a, -\frac{2}{a})$ ，

$\because PB \perp y$ 轴，

$\therefore B$ 的纵坐标是 $\frac{1}{a}$ ，

∵B 在 $y = -\frac{2}{x}$ 上,

∴代入得: $-\frac{2}{x}$,

解得: $x = -2a$,

∴B 的坐标是 $(-2a, \frac{1}{a})$,

∴ $PA = \frac{1}{a} - (-\frac{2}{a}) = \frac{3}{a}$, $PB = a - (-2a) = 3a$,

∵ $PA \perp x$ 轴, $PB \perp y$ 轴, x 轴 $\perp y$ 轴,

∴ $PA \perp PB$,

∴ $\triangle PAB$ 的面积是: $\frac{1}{2}PA \times PB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{a} \times 3a = \frac{9}{2}$.

故选 C.

点评: 本题考查了反比例函数和三角形面积公式的应用, 关键是能根据 P 点的坐标得出 A、B 的坐标, 本题具有一定的代表性, 是一道比较好的题目.

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 4 分, 满分 32 分)

9. (2012•德州) $-1, 0, 0.2, \frac{1}{7}, 3$ 中正数一共有 3 个.

考点: 正数和负数.

专题: 常规题型.

分析: 根据正、负数的定义对各数分析判断即可.

解答: 解: $-1, 0, 0.2, \frac{1}{7}, 3$ 中正数是 $0.2, \frac{1}{7}, 3$ 共有 3 个.

故答案为: 3.

点评: 本题主要考查了正负数的定义, 是基础题, 比较简单.

10. (2012•德州) 化简: $6a^6 \div 3a^3 = \underline{2a^3}$.

考点: 整式的除法.

分析: 单项式除以单项式就是将系数除以系数作为结果的系数, 相同字母除以相同字母作为结果的一个因式即可.

解答: 解: $6a^6 \div 3a^3 = (6 \div 3)(a^6 \div a^3)$
 $= 2a^3$.

故答案为: $2a^3$.

点评: 本题考查了整式的除法, 解题的关键是牢记整式的除法的运算法则.

11. (2012•德州) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ > $\frac{1}{2}$. (填“>”、“<”或“=”)

考点: 实数大小比较; 不等式的性质.

专题: 推理填空题.

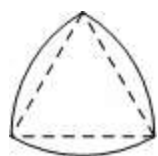
分析: 求出 $\sqrt{5} > 2$, 不等式的两边都减 1 得出 $\sqrt{5} - 1 > 1$, 不等式的两边都除以 2 即可得出答案.

解答: 解: $\because \sqrt{5} > 2$,
 $\therefore \sqrt{5} - 1 > 2 - 1$,
 $\therefore \sqrt{5} - 1 > 1$
 $\therefore \frac{\sqrt{5} - 1}{2} > \frac{1}{2}$.

故答案为: >.

点评: 本题考查了不等式的性质和实数的大小比较的应用, 解此题的关键是求出 $\sqrt{5}$ 的范围, 题目比较好, 难度不大.

12. (2012•德州) 如图, “凸轮”的外围由以正三角形的顶点为圆心, 以正三角形的边长为半径的三段等弧组成. 已知正三角形的边长为 1, 则凸轮的周长等于 π .

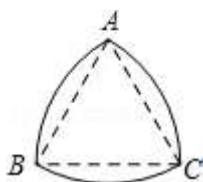


考点: 弧长的计算; 等边三角形的性质.

专题: 计算题.

分析: 由“凸轮”的外围是以正三角形的顶点为圆心, 以正三角形的边长为半径的三段等弧组成, 得到 $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$, $AB = AC = BC = 1$, 然后根据弧长公式计算出三段弧长, 三段弧长之和即为凸轮的周长.

解答:



解: $\because \triangle ABC$ 为正三角形,
 $\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$, $AB = AC = BC = 1$,
 $\therefore \widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{AC} = \frac{60\pi \times 1}{180} = \frac{\pi}{3}$,

根据题意可知凸轮的周长为三个弧长的和,

即凸轮的周长 = $\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{AC} = 3 \times \frac{\pi}{3} = \pi$.

故答案为: π

点评: 此题考查了弧长的计算以及等边三角形的性质, 熟练掌握弧长公式是解本题的关键.

13. (2012•德州) 在四边形 ABCD 中, $AB=CD$, 要使四边形 ABCD 是中心对称图形, 只需添加一个条件, 这个条件可以是 不唯一, 可以是: $AB \parallel CD$ 或 $AD=BC$, $\angle B+\angle C=180^\circ$, $\angle A+\angle D=180^\circ$ 等. (只要填写一种情况)

考点: 中心对称图形.

专题: 开放型.

分析: 根据平行四边形是中心对称图形, 可以针对平行四边形的各种判定方法, 给出相应的条件, 得出此四边形是中心对称图形.

解答: 解: $\because AB=CD$,

\therefore 当 $AD=BC$, (两组对边分别相等的四边形是平行四边形.)

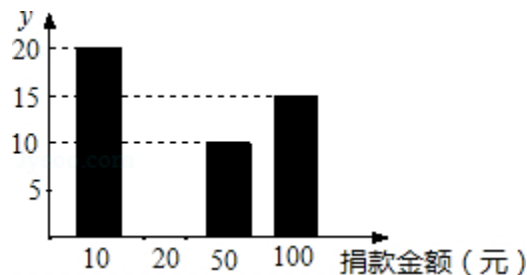
或 $AB \parallel CD$ (一组对边平行且相等的四边形是平行四边形) 时, 或 $\angle B+\angle C=180^\circ$ 或 $\angle A+\angle D=180^\circ$ 等时, 四边形 ABCD 是平行四边形.

故此时是中心对称图象,

故答案为: $AD=BC$ 或 $AB \parallel CD$ 或 $\angle B+\angle C=180^\circ$ 或 $\angle A+\angle D=180^\circ$ 等.

点评: 本题考查了中心对称图形的定义和平行四边形的判定, 平行四边形的五种判定方法分别是: (1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形; (2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形; (3) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形; (4) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形; (5) 对角线互相平分的四边形是平行四边形.

14. (2012•德州) 在某公益活动中, 小明对本班同学的捐款情况进行了统计, 绘制成如图不完整的统计图. 其中捐 100 元的人数占全班总人数的 25%, 则本次捐款的中位数是 20 元.



考点: 中位数; 条形统计图.

分析: 根据捐款 100 元的人数占全班总人数的 25% 求得总人数, 然后确定捐款 20 元的人数, 然后确定中位数即可.

解答: 解: \because 捐 100 元的 15 人占全班总人数的 25%,

\therefore 全班总人数为 $15 \div 25\% = 60$ 人,

\therefore 捐款 20 元的有 $60 - 20 - 15 - 10 = 15$ 人,

\therefore 中位数是第 30 和第 31 人的平均数, 均为 20 元

\therefore 中位数为 20 元.

故答案为 20.

点评: 本题考查了中位数的求法, 解题的关键是首先求得总人数和捐款 20 元的人数.

15. (2012•德州) 若关于 x 的方程 $ax^2 + 2(a+2)x + a = 0$ 有实数解, 那么实数 a 的取值范围是 $a \geq -1$.

考点：根的判别式；一元一次方程的定义；一元二次方程的定义。

分析：当 $a=0$ 时，方程是一元一次方程，方程的根可以求出，即可作出判断；

当 $a \neq 0$ 时，方程是一元二次方程，只要有实数根，则应满足： $\Delta \geq 0$ ，建立关于 a 的不等式，求得 a 的取值范围即可。

解答：解：当 $a=0$ 时，方程是一元一次方程，有实数根，

当 $a \neq 0$ 时，方程是一元二次方程，

若关于 x 的方程 $ax^2+2(a+2)x+a=0$ 有实数解，

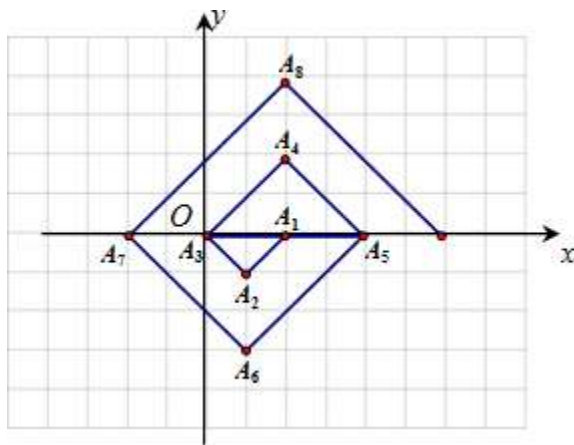
则 $\Delta = [2(a+2)]^2 - 4a \cdot a \geq 0$ ，

解得： $a \geq -1$ 。

故答案为： $a \geq -1$ 。

点评：此题考查了根的判别式，注意本题分 $a=0$ 与 $a \neq 0$ 两种情况讨论是解决本题的关键。并且利用了一元二次方程若有实数根则应有 $\Delta \geq 0$ 。

16. (2012•德州) 如图，在一单位为 1 的方格纸上， $\triangle A_1A_2A_3$ ， $\triangle A_3A_4A_5$ ， $\triangle A_5A_6A_7$ ，...，都是斜边在 x 轴上、斜边长分别为 2，4，6，... 的等腰直角三角形。若 $\triangle A_1A_2A_3$ 的顶点坐标分别为 $A_1(2, 0)$ ， $A_2(1, -1)$ ， $A_3(0, 0)$ ，则依图中所示规律， A_{2012} 的坐标为 (2, 1006)。



考点：等腰直角三角形；点的坐标。

专题：规律型。

分析：由于 2012 是 4 的倍数，故 $A_1 - - A_4$ ； $A_5 - - - A_8$ ；... 每 4 个为一组，可见， A_{2012} 在 x 轴上方，横坐标为 2，再根据纵坐标变化找到规律即可解答。

解答：解： \because 2012 是 4 的倍数，

$\therefore A_1 - - A_4$ ； $A_5 - - - A_8$ ；... 每 4 个为一组，

$\therefore A_{2012}$ 在 x 轴上方，横坐标为 2，

$\therefore A_4$ 、 A_8 、 A_{12} 的纵坐标分别为 2，4，6，

$\therefore A_{12}$ 的纵坐标为 $2012 \times \frac{1}{2} = 1006$ 。

故答案为 (2, 1006)。

点评：本题考查了等腰直角三角形、点的坐标，主要是根据坐标变化找到规律，再依据规律解答。

三、解答题（共7小题，满分64分）

17. (2012•德州) 已知: $x=\sqrt{3}+1$, $y=\sqrt{3}-1$, 求 $\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2}$ 的值.

考点: 分式的化简求值.

专题: 计算题.

分析: 将原式的分子利用完全平方公式分解因式, 分母利用平方差公式分解因式, 约分后得到最简结果, 将 x 与 y 的值代入, 化简后即可得到原式的值.

解答:

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2} \\ & = \frac{(x-y)^2}{(x-y)(x+y)} \dots (2 \text{分}) \end{aligned}$$

$$= \frac{x-y}{x+y}, \dots (4 \text{分})$$

$$\text{当 } x=\sqrt{3}+1, y=\sqrt{3}-1 \text{ 时, 原式} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

点评: 此题考查了分式的化简求值, 分式的加减运算关键是通分, 通分的关键是找最简公分母; 分式的乘除运算关键是约分, 约分的关键是找公因式, 约分时分式的分子分母出现多项式时, 应先将多项式分解因式后再约分, 此外分式的化简求值题, 要先将原式化为最简再代值.

18. (2000•杭州) 解方程: $\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} = 1$

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 本题的最简公分母是 $(x+1)(x-1)$, 方程两边都乘最简公分母, 可把分式方程转换为整式方程求解.

解答: 解: 方程两边都乘 $(x+1)(x-1)$,

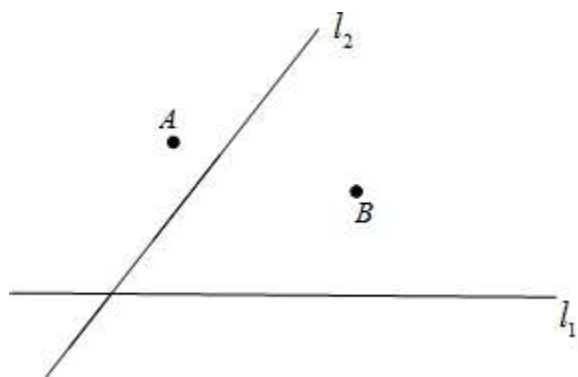
$$\text{得: } 2+(x-1) = (x+1)(x-1),$$

解得: $x=2$ 或 -1 ,

经检验: $x=2$ 是原方程的解.

点评: 当分母是多项式, 又能进行因式分解时, 应先进行因式分解, 再确定最简公分母. 解分式方程一定要注意代入最简公分母验根.

19. (2012•德州) 有公路 l_1 同侧、 l_2 异侧的两个城镇 A, B, 如下图. 电信部门要修建一座信号发射塔, 按照设计要求, 发射塔到两个城镇 A, B 的距离必须相等, 到两条公路 l_1, l_2 的距离也必须相等, 发射塔 C 应修建在什么位置? 请用尺规作图找出所有符合条件的点, 注明点 C 的位置. (保留作图痕迹, 不要求写出画法)



考点：作图—应用与设计作图。

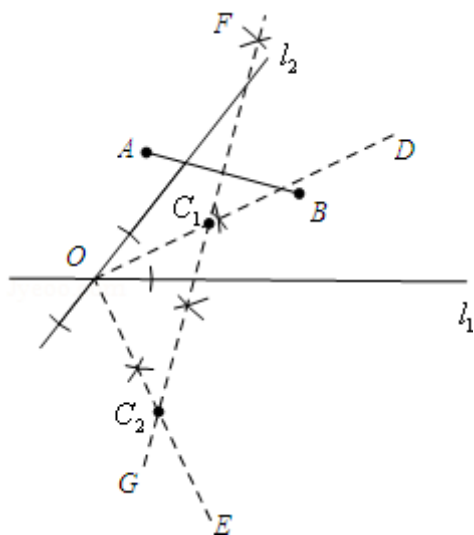
分析：根据题意知道，点 C 应满足两个条件，一是在线段 AB 的垂直平分线上；二是在两条公路夹角的平分线上，所以点 C 应是它们的交点。

(1) 作两条公路夹角的平分线 OD 或 OE ；

(2) 作线段 AB 的垂直平分线 FG ；

则射线 OD , OE 与直线 FG 的交点 C_1 , C_2 就是所求的位置。

解答：解：作图如下： C_1 , C_2 就是所求的位置。



注：本题学生能正确得出一个点的位置得（6分），得出两个点的位置得（8分）。

点评：此题考查了作图 - 应用与设计作图，本题的关键是：①对角平分线、线段垂直平分线作法的运用，②对题意的正确理解。

20. (2012•德州) 若一个三位数的十位数字比个位数字和百位数字都大，则称这个数为“伞数”。现从 1, 2, 3, 4 这四个数字中任取 3 个数，组成无重复数字的三位数。

(1) 请画出树状图并写出所有可能得到的三位数；

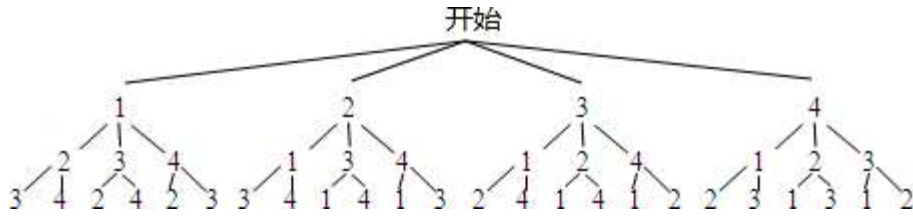
(2) 甲、乙二人玩一个游戏，游戏规则是：若组成的三位数是“伞数”，则甲胜；否则乙胜。你认为这个游戏公平吗？试说明理由。

考点：游戏公平性；列表法与树状图法。

分析：(1) 首先根据题意画出树状图，由树状图即可求得所有可能得到的三位数；

(2) 由 (1)，可求得胜与乙胜的概率，比较是否相等即可得到答案。

解答：解：（1）画树状图得：



所有得到的三位数有 24 个，分别为：123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, 324, 341, 342, 412, 413, 421, 423, 431, 432. ... (5 分)

（2）这个游戏不公平.

∵组成的三位数中是“伞数”的有：132, 142, 143, 231, 241, 243, 341, 342, 共有 8 个,

∴甲胜的概率为 $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$,

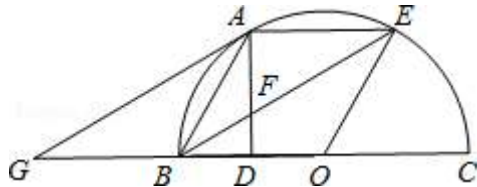
而乙胜的概率为 $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$,

∴这个游戏不公平.

点评：本题考查的是游戏公平性的判断. 判断游戏公平性就要计算每个事件的概率, 概率相等就公平, 否则就不公平.

21. (2012•德州) 如图, 点 A, E 是半圆周上的三等分点, 直径 BC=2, AD⊥BC, 垂足为 D, 连接 BE 交 AD 于 F, 过 A 作 AG//BE 交 BC 于 G.

- (1) 判断直线 AG 与 ⊙O 的位置关系, 并说明理由.
- (2) 求线段 AF 的长.



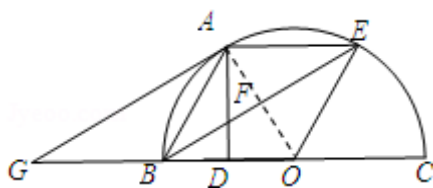
考点：切线的判定；等边三角形的判定与性质；垂径定理；解直角三角形。

专题：计算题；证明题。

分析：（1）求出弧 AB=弧 AE=弧 EC, 推出 OA⊥BE, 根据 AG//BE, 推出 OA⊥AG, 根据切线的判定即可得出答案；

（2）求出等边三角形 AOB, 求出 BD、AD 长, 求出 ∠EBC=30°, 在 Δ FBD 中, 通过解直角三角形求出 DF 即可.

解答：解：（1）直线 AG 与 ⊙O 的位置关系是 AG 与 ⊙O 相切, 理由是：连接 OA,



\because 点 A, E 是半圆周上的三等分点,
 \therefore 弧 AB=弧 AE=弧 EC,
 \therefore 点 A 是弧 BE 的中点,
 \therefore OA \perp BE,
 又 \because AG \parallel BE,
 \therefore OA \perp AG,
 \therefore AG 与 $\odot O$ 相切.

(2) \because 点 A, E 是半圆周上的三等分点,
 $\therefore \angle AOB = \angle AOE = \angle EOC = 60^\circ$,
 又 \because OA=OB,
 $\therefore \triangle ABO$ 为正三角形,
 又 \because AD \perp OB, OB=1,
 \therefore BD=OD= $\frac{1}{2}$, AD= $\frac{\sqrt{3}}{2}$,
 又 $\because \angle EBC = \frac{1}{2} \angle EOC = 30^\circ$,

在 Rt \triangle FBD 中, FD=BD \cdot tan \angle EBC=BD \cdot tan $30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{6}$,

$$\therefore AF = AD - DF = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

答: AF 的长是 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

点评: 本题考查了解直角三角形, 垂径定理, 切线的判定等知识点的应用, 能运用定理进行推理和计算是解此题的关键, 注意: 垂径定理和解直角三角形的巧妙运用, 题目比较好, 难度也适中.

22. (2012•德州) 现从 A, B 向甲、乙两地运送蔬菜, A, B 两个蔬菜市场各有蔬菜 14 吨, 其中甲地需要蔬菜 15 吨, 乙地需要蔬菜 13 吨, 从 A 到甲地运费 50 元/吨, 到乙地 30 元/吨; 从 B 地到甲运费 60 元/吨, 到乙地 45 元/吨.

(1) 设 A 地到甲地运送蔬菜 x 吨, 请完成下表:

	运往甲地 (单位: 吨)	运往乙地 (单位: 吨)
A	x	<u>14 - x</u>
B	<u>15 - x</u>	<u>x - 1</u>

(3) 怎样调运蔬菜才能使运费最少?

考点: 一次函数的应用。

分析：（1）根据题意 A, B 两个蔬菜市场各有蔬菜 14 吨，其中甲地需要蔬菜 15 吨，乙地需要蔬菜 13 吨，可得解。

（2）根据从 A 到甲地运费 50 元/吨，到乙地 30 元/吨；从 B 地到甲运费 60 元/吨，到乙地 45 元/吨可列出总费用，从而可得出答案。

（3）首先求出 x 的取值范围，再利用 w 与 x 之间的函数关系式，求出函数最值即可。

解答：解：（1）如图所示：

	运往甲地（单位：吨）	运往乙地（单位：吨）
A	x	14 - x
B	15 - x	x - 1

$$W = 50x + 30(14 - x) + 60(15 - x) + 45(x - 1),$$

整理得， $W = 5x + 1275$ 。

（3）∵ A, B 到两地运送的蔬菜为非负数，

$$\therefore \begin{cases} x \geq 0 \\ 14 - x \geq 0 \\ 15 - x \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

解不等式组，得： $1 \leq x \leq 14$ ，

在 $W = 5x + 1275$ 中，W 随 x 增大而增大，

∴ 当 x 最小为 1 时，W 有最小值 1280 元。

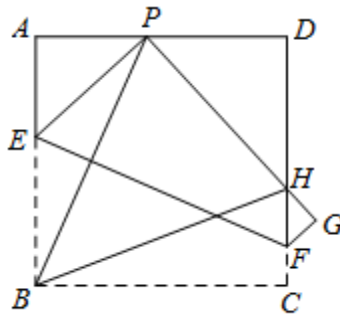
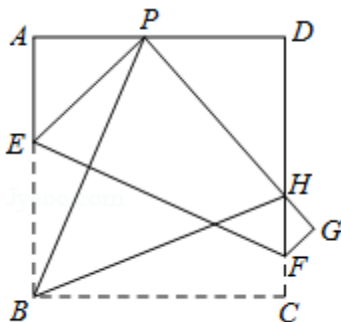
点评：本题考查了利用一次函数的有关知识解答实际应用题，一次函数是常用的解答实际问题的数学模型，是中考的常见题型，同学们应重点掌握。

23.（2012•德州）如图所示，现有一张边长为 4 的正方形纸片 ABCD，点 P 为正方形 AD 边上的一点（不与点 A、点 D 重合）将正方形纸片折叠，使点 B 落在 P 处，点 C 落在 G 处，PG 交 DC 于 H，折痕为 EF，连接 BP、BH。

（1）求证： $\angle APB = \angle BPH$ ；

（2）当点 P 在边 AD 上移动时， $\triangle PDH$ 的周长是否发生变化？并证明你的结论；

（3）设 AP 为 x，四边形 EFGP 的面积为 S，求出 S 与 x 的函数关系式，试问 S 是否存在最小值？若存在，求出这个最小值；若不存在，请说明理由。



（备用图）

考点：翻折变换（折叠问题）；二次函数的最值；全等三角形的判定与性质；正方形的性质。

分析: (1) 根据翻折变换的性质得出 $\angle PBC = \angle BPH$, 进而利用平行线的性质得出 $\angle APB = \angle PBC$ 即可得出答案;

(2) 首先证明 $\triangle ABP \cong \triangle QBP$, 进而得出 $\triangle BCH \cong \triangle BQH$, 即可得出 $PD + DH + PH = AP + PD + DH + HC = AD + CD = 8$;

(3) 利用已知得出 $\triangle EFM \cong \triangle BPA$, 进而利用在 $Rt\triangle APE$ 中, $(4 - BE)^2 + x^2 = BE^2$, 利用二次函数的最值求出即可.

解答: (1) 解: 如图 1, $\because PE = BE$,

$$\therefore \angle EBP = \angle EPB.$$

$$\text{又} \because \angle EPH = \angle EBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EPH - \angle EPB = \angle EBC - \angle EBP.$$

$$\text{即} \angle PBC = \angle BPH.$$

$$\text{又} \because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle APB = \angle PBC.$$

$$\therefore \angle APB = \angle BPH.$$

(2) $\triangle PHD$ 的周长不变为定值 8.

证明: 如图 2, 过 B 作 $BQ \perp PH$, 垂足为 Q.

由 (1) 知 $\angle APB = \angle BPH$,

$$\text{又} \because \angle A = \angle BQP = 90^\circ, BP = BP,$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle QBP.$$

$$\therefore AP = QP, AB = BQ.$$

$$\text{又} \because AB = BC,$$

$$\therefore BC = BQ.$$

$$\text{又} \because \angle C = \angle BQH = 90^\circ, BH = BH,$$

$$\therefore \triangle BCH \cong \triangle BQH.$$

$$\therefore CH = QH.$$

$$\therefore \triangle PHD \text{ 的周长为: } PD + DH + PH = AP + PD + DH + HC = AD + CD = 8.$$

(3) 如图 3, 过 F 作 $FM \perp AB$, 垂足为 M, 则 $FM = BC = AB$.

又 $\because EF$ 为折痕,

$$\therefore EF \perp BP.$$

$$\therefore \angle EFM + \angle MEF = \angle ABP + \angle BEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EFM = \angle ABP.$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle EMF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle EFM \cong \triangle BPA.$$

$$\therefore EM = AP = x.$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle APE \text{ 中, } (4 - BE)^2 + x^2 = BE^2.$$

$$\text{解得, } BE = 2 + \frac{x^2}{8}.$$

$$\therefore CF = BE - EM = 2 + \frac{x^2}{8} - x.$$

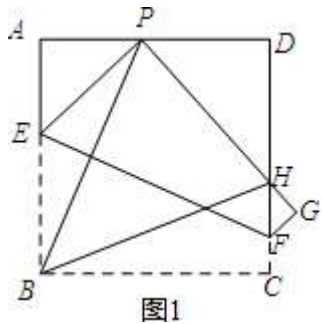
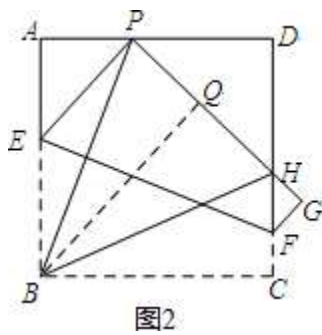
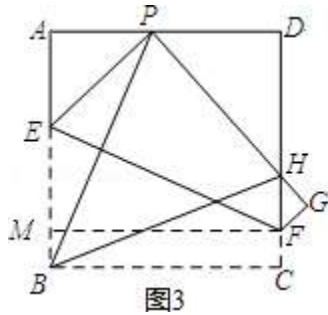
又四边形 PEFM 与四边形 BEFC 全等,

$$\therefore S = \frac{1}{2} (BE + CF) BC = \frac{1}{2} \left(4 + \frac{x^2}{4} - x \right) \times 4.$$

即： $S = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 8$.

配方得， $S = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 6$.

∴当 $x=2$ 时， S 有最小值 6.



点评： 此题主要考查了翻折变换的性质以及全等三角形的判定与性质和勾股定理、二次函数的最值问题等知识，熟练利用全等三角形的判定得出对应相等关系是解题关键。