2005年高考全国卷III数学（理）试题

四川、陕西、云南等地区用

2005年普通高等学校招生全国统一考试（四川）

理科数学（必修+选修 II）

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分. 共150分. 考试时间120分钟.

第 I 卷

参考公式：

如果事件A、B互斥，那么

P（A+B）=P（A）+P（B）

如果事件A、B相互独立，那么

P（A•B）=P（A）•P（B）

如果事件A在一次试验中发生的概率是P，那么

n次独立重复试验中恰好发生k次的概率

$P_n(k)=C_n^k P^k(1-P)^{n-k}$

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

其中R表示球的半径，

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$，

其中R表示球的半径

一、选择题：

（1）已知α为第三象限角，则$\frac{\alpha}{2}$所在的象限是

（A）第一或第二象限　　（B）第二或第三象限

（C）第一或第三象限　　（D）第二或第四象限

（2）已知过点A(-2，m)和B(m，4)的直线与直线2x+y-1=0平行，则m的值为

（A）0　　（B）-8　　（C）2　　（D）10

（3）在$(x-1)(x+1)^8$的展开式中x^5的系数是

（A）-14　　（B）14　　（C）-28　　（D）28

(4)设三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的体积为V，P、Q分别是侧棱AA_1、CC_1上的点，且$PA=QC_1$，则四棱锥B-APQC的体积为

（A）$\frac{1}{6}V$　　（B）$\frac{1}{4}V$　　（C）$\frac{1}{3}V$　　（D）$\frac{1}{2}V$

（5）$\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{3x^2-3x+2}-\frac{1}{x^2-4x+3}\right)=$ ____________

(A) $-\frac{1}{2}$　　(B) $\frac{1}{2}$　　(C) $-\frac{1}{6}$　　(D) $\frac{1}{6}$

(6)若$a=\frac{\ln 2}{2},b=\frac{\ln 3}{3},c=\frac{\ln 5}{5}$,则

(A)a<b<c　　(B)c<b<a　　(C)c<a<b　　(D)b<a<c

(7)设$0\le x\le 2\pi$,且$\sqrt{1-\sin 2x}=\sin x-\cos x$,则

(A) $0\le x\le\pi$　　(B) $\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{7\pi}{4}$　　(C) $\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{5\pi}{4}$　　(D) $\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$

(8) $\frac{2\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}\cdot\frac{\cos^2\alpha}{\cos 2\alpha}=$

(A) $\tan\alpha$　　(B) $\tan 2\alpha$　　(C) 1　　(D) $\frac{1}{2}$

（9）已知双曲线 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 的焦点为 F_1、F_2，点 M 在双曲线上且 $\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0,$ 则点 M 到 x 轴的距离为

（A）$\frac{4}{3}$　　（B）$\frac{5}{3}$　　（C）$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　（D）$\sqrt{3}$

（10）设椭圆的两个焦点分别为 F_1、F_2，过 F_2 作椭圆长轴的垂线交椭圆于点 P，若△F_1PF_2 为等腰直角三角形，则椭圆的离心率是

（A）$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　（B）$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$　　（C）$2-\sqrt{2}$　　（D）$\sqrt{2}-1$

（11）不共面的四个定点到平面 α 的距离都相等，这样的平面 α 共有

（A）3 个　　（B）4 个　　（C）6 个　　（D）7 个

（12）计算机中常用十六进制是逢 16 进 1 的计数制，采用数字 0～9 和字母 A～F 共 16 个计数符号，这些符号与十进制的数的对应关系如下表：

16 进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
10 进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

例如，用十六进制表示：E+D=1B，则 A×B=

（A）6E　　（B）72　　（C）5F　　（D）B0

第 II 卷

二．填空题（16 分）

（13）已知复数 $Z_0=3+2i$，复数 Z 满足 Z=3Z+Z_0，则复数 Z=________________

（14）已知向量 $\overrightarrow{OA}=(k,12),\overrightarrow{OB}=(4,5),\overrightarrow{OC}=(-k,10)$，且 A、B、C 三点共线，则 k=____

（15）高 l 为平面上过(0,1)的直线，l 的斜率等可能地取 $-2\sqrt{2},-\sqrt{3},-\frac{\sqrt{5}}{2},0,\frac{\sqrt{5}}{2},\sqrt{3},2\sqrt{2}$，用 ξ 表示坐标原点到 l 的距离，由随机变量 ξ 的数学期望 Eξ=___________

（16）已知在△ABC 中，∠ACB=90°，BC=3，AC=4，P 是 AB 上的点，则点 P 到 AC、BC 的距离乘积的最大值是____________

三.解答题：

(17) (本小题满分 12 分)

设甲、乙、丙三台机器是否需要照顾相互之间没有影响。已知在某一小时内，甲、乙都需要照

顾的概率为 0.05，甲、丙都需要照顾的概率为 0.1，乙、丙都需要照顾的概率为 0.125，

（Ⅰ）求甲、乙、丙每台机器在这个小时内需要照顾的概率分别是多少；

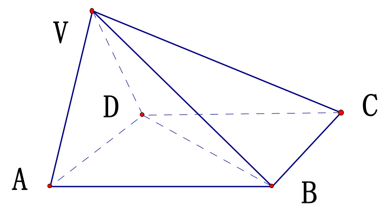
（Ⅱ）计算这个小时内至少有一台需要照顾的概率.

（18）(本小题满分 12 分)

在四棱锥 V-ABCD 中，底面 ABCD 是正方形，侧面 VAD 是正三角形, 平面 VAD⊥底面 ABCD.

（Ⅰ）证明 AB⊥平面 VAD.

（Ⅱ）求面 VAD 与面 VDB 所成的二面角的大小.



(19)在 ΔABC ,内角 A、B、C 的对边分别为 a,b,c.已知 a,b,c 成等比数列，且 cosB=$\frac{3}{4}$.

①求 cotA+cotB 的值。

②设 $\vec{BA}\cdot\vec{BC}=\frac{3}{2}$，求 a + c 的值。

（20）(本小题满分 12 分)

在等差数列在等差数列$\{a_n\}$中,公差$d\neq 0$,a_2是a_1与a_4的等差中项,

已知数列$a_1,a_3,a_{k1},a_{k2},\cdots a_{kn}\cdots$成等比数列,求数列$\{k_n\}$的通项$k_n$

(21) (本小题满分 14 分)

设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$两点在抛物线$y=2x^2$上，l是 AB 的垂直平分线，

（Ⅰ）当且仅当x_1+x_2取何值时，直线l经过抛物线的焦点 F？证明你的结论；

（Ⅱ）当$x_1=1,x_2=-3$时，求直线l的方程.

（22）已知函数 $f(x)=\frac{4x^2-7}{2-x},x\in[0,1]$

①求 $f(x)$ 的单调区间和值域。

②设 $a\geq 1$, 函数 $g(x)=x^3-3ax-2a,x\in[0,1]$, 若对于任意 $x_1\in[0,1]$，总存在 $x_0\in[0,1]$，

使得 $g(x_0)=f(x_1)$ 成立，求 a 的取值范围。

2005 年高考理科数学（四川）参考答案

一.DBBCA，CCBCD，BA

二.13、$1-\frac{3}{2}i$，14、$-\frac{2}{3}$，15、$\frac{4}{7}$，16、3

三.解答题：

（17）解：（Ⅰ）记甲、乙、丙三台机器在一小时需要照顾分别为事件 A、B、C，……1 分

则 A、B、C 相互独立，

由题意得：

P（AB）=P（A）P（B）=0.05

P（AC）=P（A）P（C）=0.1

P（BC）=P（B）P（C）=0.125……………………………………………………4 分

解得：P（A）=0.2；P（B）=0.25；P（C）=0.5

所以，甲、乙、丙每台机器在这个小时内需要照顾的概率分别是 0.2、0.25、0.5……6 分

（Ⅱ）∵A、B、C 相互独立，∴ $\overline{A}$、$\overline{B}$、$\overline{C}$ 相互独立，……………………………………7 分

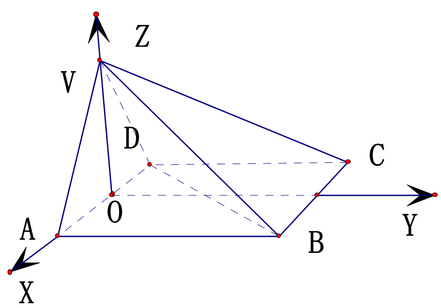
∴甲、乙、丙每台机器在这个小时内需都不需要照顾的概率为

$$P(\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C})=P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C})=0.8\times0.75\times0.5=0.3$$ ……………………………10 分

∴这个小时内至少有一台需要照顾的概率为 $p=1-P(\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C})=1-0.3=0.7$ ……12 分

（18）证明：（Ⅰ）作 AD 的中点 O，则 VO⊥底面 ABCD．……………………………1 分

建立如图空间直角坐标系，并设正方形边长为 1，…………………………2 分



则 A（$\frac{1}{2}$，0，0），B（$\frac{1}{2}$，1，0），C（$-\frac{1}{2}$，1，0），D（$-\frac{1}{2}$，0，0），V（0，0，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），

$$\therefore \overrightarrow{AB}=(0,1,0),\overrightarrow{AD}=(1,0,0),\overrightarrow{AV}=(-\frac{1}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2})$$ ………………………………3 分

由 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=(0,1,0)\cdot(1,0,0)=0\Rightarrow\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AD}$ ……………………………………4 分

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AV}=(0,1,0)\cdot(-\frac{1}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2})=0\Rightarrow\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AV}$ ……………………………………5 分

又 AB∩AV=A

∴AB⊥平面 VAD……………………………………………………………………6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $\overrightarrow{AB}=(0,1,0)$ 是面 VAD 的法向量………………………………7 分

设 $\vec{n}=(1,y,z)$ 是面 VDB 的法向量，则

$$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{VB}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(1,y,z)\cdot(-\frac{1}{2},1,-\frac{\sqrt{3}}{2})=0\\ (1,y,z)\cdot(-1,-1,0)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-1\\ z=-\frac{\sqrt{3}}{3}\end{cases}\Rightarrow\vec{n}=(1,-1,\frac{\sqrt{3}}{3})$$ ……9 分

$$\therefore\cos<\overrightarrow{AB},\vec{n}>=\frac{(0,1,0)\cdot(1,-1,\frac{\sqrt{3}}{3})}{1\times\frac{\sqrt{21}}{3}}=-\frac{\sqrt{21}}{7},$$ ………………………………11 分

又由题意知，面 VAD 与面 VDB 所成的二面角，所以其大小为 $\arccos\frac{\sqrt{21}}{7}$ …………12 分

（19）（I）由 $\cos B=\frac{3}{4}$ 得 $\sin B=\sqrt{1-(\frac{3}{4})^2}=\frac{\sqrt{7}}{4}$，

于是 $$\cot A+\cot B=\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan B}$$

$$=\frac{\cos A}{\sin A}+\frac{\cos C}{\sin C}=\frac{\sin C\cos A+\cos C\sin A}{\sin A\sin C}$$
$$=\frac{\sin(A+C)}{\sin^2 B}=\frac{\sin B}{\sin^2 B}=\frac{1}{\sin B}=\frac{4}{7}\sqrt{7}$$

(II)由 $\overrightarrow{BA}\bullet\overrightarrow{BC}=\frac{3}{2}$ 得 $ca\cdot\cos B=\frac{3}{2}$,由 $\cos B=\frac{3}{4}$,可得 $ca=2$,即 $b^2=2$

由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cdot\cos B$ 得 $a^2+c^2=b^2-2ac\cdot\cos B=5$

$\therefore$ a+c=3

（20）解：由题意得：$a_2^2=a_1a_4$ ………………………………………………………1 分

即 $(a_1+d)^2=a_1(a_1+3d)$ ………………………………………………………3 分

又 $d\neq0,\therefore a_1=d$ ……………………………………………………………4 分

又 $a_1,a_3,a_{k1},a_{k2},\cdots a_{kn}\cdots$ 成等比数列,

$\therefore$ 该数列的公比为 $q=\frac{a_3}{a_1}=\frac{3d}{d}=3$， …………………………………6 分

所以 $a_{kn}=a_1\cdot3^{n+1}$ ……………………………………………………………8 分

又 $a_{k_n}=a_1+(k_n-1)d=k_na_1$……………………………………………………………10 分

$\therefore k_n=3^{n+1}$

所以数列 $\{k_n\}$ 的通项为 $k_n=3^{n+1}$……………………………………………………………12 分

（21）解：（Ⅰ）∵抛物线 $y=2x^2$，即 $x^2=\frac{y}{2}$，$\therefore p=\frac{1}{4}$，

∴焦点为 $F(0,\frac{1}{8})$……………………………………………………………1 分

（1）直线 l 的斜率不存在时，显然有 $x_1+x_2=0$……………………………………3 分

（2）直线 l 的斜率存在时，设为 k，截距为 b

即直线 l：y=kx+b

由已知得：

$$\begin{cases}\dfrac{y_1+y_2}{2}=k\cdot\dfrac{x_1+x_2}{2}+b\\[2ex]\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\dfrac{1}{k}\end{cases}$$ ……………………………………………………………5 分

$$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{2x_1^2+2x_2^2}{2}=k\cdot\dfrac{x_1+x_2}{2}+b\\[2ex]\dfrac{2x_1^2-2x_2^2}{x_1-x_2}=-\dfrac{1}{k}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x_1^2+x_2^2=k\cdot\dfrac{x_1+x_2}{2}+b\\[2ex]x_1+x_2=-\dfrac{1}{2k}\end{cases}$$ ……………………………………………………7 分

$\Rightarrow x_1^2+x_2^2=-\frac{1}{4}+b\ge 0$

$\Rightarrow b\ge\frac{1}{4}$

即 l 的斜率存在时，不可能经过焦点 $F(0,\frac{1}{8})$……………………………………8 分

所以当且仅当 $x_1+x_2=0$ 时，直线 l 经过抛物线的焦点 F………………………………9 分

（Ⅱ）当 $x_1=1,x_2=-3$ 时，

直线 l 的斜率显然存在，设为 l：y=kx+b………………………………10 分

则由（Ⅰ）得：

$$\begin{cases} x_1^2+x_2^2=k\cdot\dfrac{x_1+x_2}{2}+b \\ x_1+x_2=-\dfrac{1}{2k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} k\cdot\dfrac{x_1+x_2}{2}+b=10 \\ -\dfrac{1}{2k}=-2 \end{cases}$$ ……………………………………………………11 分

$$\Rightarrow\begin{cases} k=\dfrac{1}{4} \\ b=\dfrac{41}{4} \end{cases}$$ ……………………………………………………………13 分

所以直线 l 的方程为 $y=\frac{1}{4}x+\frac{41}{4}$，即 $x-4y+41=0$ ………………14 分

(22)解：(I)对函数 $f(x)$ 求导，得

$$f`(x)=\frac{-4x^2+16x-7}{(2-x)^2}=\frac{-(2x-1)(2x-7)}{(2-x)^2}$$

令 $f`(x)=0$ 解得　$x=\frac{1}{2}$　或 $x=\frac{7}{2}$

当 x 变化时。$f`(x)$，$f(x)$ 的变化情况如下表：

x	0	$(0,\frac{1}{2})$	$\frac{1}{2}$	$()\frac{1}{2},1$	1
$f`(x)$		$-$	0	+	
$f(x)$	$-\frac{7}{2}$	↘	-4	↗	-3

所以，当 $x\in(0,\frac{1}{2})$ 时，　$f(x)$ 是减函数；当 $x\in(\frac{1}{2},1)$ 时，$f(x)$ 是增函数。

当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)$ 的值域为[-4，-3]。

（II）对函数 $g(x)$ 求导，得图表 1

$g`(x)=3(x^2-a^2)$

$\because a\geq 1,$ 当 $x\in(0,1)$ 时，$g`(x)<3(1-a^2)\leq 0$

因此当 $x\in(0,1)$ 时。$g(x)$ 为减函数，从而当 $x\in[0,1]$ 时有

$$g(x)\in[g(1),g(0)]$$

又 $g(1)=[1-2a-3a^2,-2a, g(0)=-2a$,即当 $x\in[0,1]$ 时有

$$g(x)\in[1-2a-3a^2,-2a]$$

任给 $x_1\in[0,1]$， $f(x_1)\in[-4,-3]$，存在 $x_0\in[0,1]$，使得 $g(x_0)=f(x_1)$，则

$$[1-2a-3a^2,-2a]\supset[-4,-3]$$

即 $\begin{cases}1-2a-3a^2\le -4\\ -2a\ge -3\end{cases}$ 解得 $a\le\dfrac{3}{2}$

又 $a\ge 1$，所以 a 的取值范围为 $1\le a\le\dfrac{3}{2}$