2018年四川省自贡市中考真题数学

一、选择题(共12个小题，每小题4分，共48分；在每题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1.计算-3+1的结果是(　　)

A.-2

B.-4

C.4

D.2

解析：利用异号两数相加取绝对值较大的加数的符号，然后用较大的绝对值减去较小的绝对值即可.-3+1=-2.

答案：A

2.下列计算正确的是(　　)

A.$(a-b)^2=a^2-b^2$

B.x+2y=3xy

C.$\sqrt{18}-3\sqrt{2}=0$

D.$(-a^3)^2=-a^6$

解析：(A)原式$=a^2-2ab+b^2$，故A错误；

(B)原式=x+2y，故B错误；

(D)原式$=a^6$，故D错误.

答案：C

3.2017年我市用于资助贫困学生的助学金总额是445800000元，将445800000用科学记数法表示为(　　)

A.44.58×10^7

B.4.458×10^8

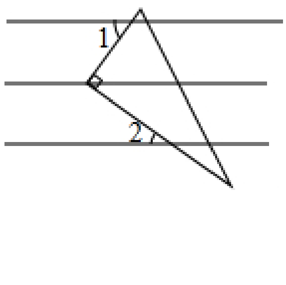
C.4.458×10^9

D.0.4458×10^{10}

解析：科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值≥10时，n是非负数；当原数的绝对值<1时，n是负数.$445800000=4.458\times10^8$.

答案：B

4.在平面内，将一个直角三角板按如图所示摆放在一组平行线上；若∠1=55°，则∠2的度数是(　　)



A.50°

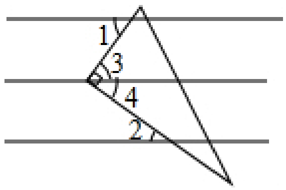
B.45°

C.40°

D.35°

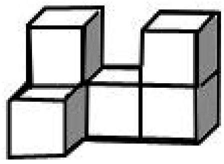
解析：由题意可得：∠1=∠3=55°，

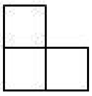
∠2=∠4=90°-55°=35°.

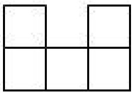


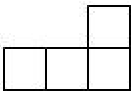
答案：D

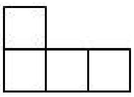
5.下面几何的主视图是(　　)



A.

B.

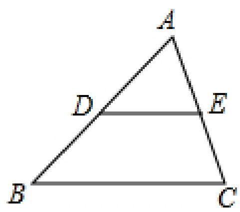
C.

D.

解析：从几何体正面看，从左到右的正方形的个数为：2，1，2.

答案：B

6.如图，在△ABC 中，点 D、E 分别是 AB、AC 的中点，若△ADE 的面积为 4，则△ABC 的面积为(　　)



A.8

B.12

C.14

D.16

解析：∵在△ABC 中，点 D、E 分别是 AB、AC 的中点，

∴DE∥BC，DE=$\frac{1}{2}$BC，

∴△ADE∽△ABC，

∵$\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$，

∴$\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{1}{4}$，

∵△ADE 的面积为 4，

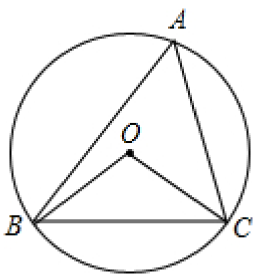
∴△ABC 的面积为：16.

答案：D

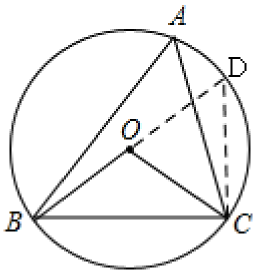
7.在一次数学测试后，随机抽取九年级(3)班5名学生的成绩(单位：分)如下：80、98、98、83、91，关于这组数据的说法错误的是(　　)
A.众数是98
B.平均数是90
C.中位数是91
D.方差是56
解析：98出现的次数最多，
∴这组数据的众数是98，A说法正确；
$\bar{x}=\frac{1}{5}$(80+98+98+83+91)=90，B说法正确；
这组数据的中位数是91，C说法正确；
$S^2=\frac{1}{5}[(80-90)^2+(98-90)^2+(98-90)^2+(83-90)^2+(91-90)^2]$
$=\frac{1}{5}\times278$
=55.6，D说法错误.
答案：D

8.回顾初中阶段函数的学习过程，从函数解析式到函数图象，再利用函数图象研究函数的性质，这种研究方法主要体现的数学思想是(　　)
A.数形结合
B.类比
C.演绎
D.公理化
解析：学习了一次函数、二次函数和反比例函数，都是按照列表、描点、连线得到函数的图象，然后根据函数的图象研究函数的性质，这种研究方法主要体现了数形结合的数学思想.
答案：A

9.如图，若△ABC内接于半径为R的⊙O，且∠A=60°，连接OB、OC，则边BC的长为(　　)



A. $\sqrt{2}R$
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}R$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}R$
D. $\sqrt{3}R$
解析：延长BO交⊙O于D，连接CD，



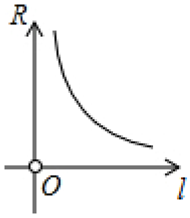
则∠BCD=90°，∠D=∠A=60°，
∴∠CBD=30°，
∵BD=2R，
∴DC=R，
∴BC=$\sqrt{3}R$.
答案：D

10.从-1、2、3、-6这四个数中任取两数，分别记为m、n，那么点(m，n)在函数$y=\frac{6}{x}$图象的概率是(　　)
A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{4}$
D. $\frac{1}{8}$
解析：∵点(m，n)在函数$y=\frac{6}{x}$的图象上，
∴mn=6.
列表如下：

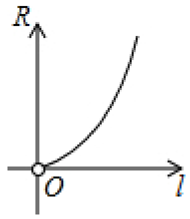
m	-1	-1	-1	2	2	2	3	3	3	-6	-6	-6
n	2	3	-6	-1	3	-6	-1	2	-6	-1	2	3
mn	-2	-3	6	-2	6	-12	-3	6	-18	6	-12	-18

mn的值为6的概率是$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.
答案：B

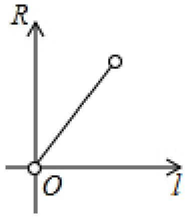
11.已知圆锥的侧面积是8π cm^2，若圆锥底面半径为R(cm)，母线长为l(cm)，则R关于l的函数图象大致是(　　)



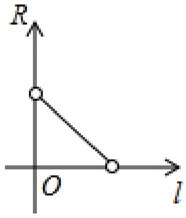
A.



B.



C.



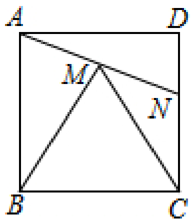
D.

解析：由题意得，$\frac{1}{2}$ = lR=8π ，

则 R= $\frac{8\pi}{l}$.

答案：A

12.如图，在边长为 a 正方形 ABCD 中，把边 BC 绕点 B 逆时针旋转 60°，得到线段 BM，连接 AM 并延长交 CD 于 N，连接 MC，则△MNC 的面积为(　　)



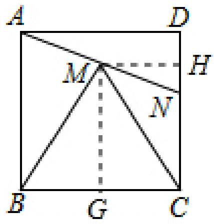
A. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}a^2$

B. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}a^2$

C. $\frac{\sqrt{3}-1}{4}a^2$

D. $\frac{\sqrt{2}-1}{4}a^2$

解析：作 MG⊥BC 于 G，MH⊥CD 于 H，



则 BG=GC，AB∥MG∥CD，

∴AM=MN，

∵MH⊥CD，∠D=90°，

∴MH∥AD，

∴NH=HD，

由旋转变换的性质可知，△MBC 是等边三角形，

∴MC=BC=a，

由题意得，∠MCD=30°，

∴ $MH=\frac{1}{2}MC=\frac{1}{2}a$，$CH=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，

∴DH=a-$\frac{\sqrt{3}}{2}$a，

∴CN=CH-NH=$\frac{\sqrt{3}}{2}$a-(a-$\frac{\sqrt{3}}{2}$a)=($\sqrt{3}$-1)a，

∴△MNC 的面积=$\frac{1}{2}\times\frac{a}{2}\times\left(\sqrt{3}-1\right)a=\frac{\sqrt{3}-1}{4}a^{2}$.

答案：C

二、填空题(共 6 个小题，每题 4 分，共 24 分)

13.分解因式：$ax^2+2axy+ay^2$=____.

解析：原式=$a(x^2+2xy+y^2)$…(提取公因式)

=$a(x+y)^2$.…(完全平方公式)

答案：$a(x+y)^2$

14.化简 $\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x^{2}-1}$ 结果是____.

解析：原式=$\frac{x-1}{(x+1)(x-1)}+\frac{2}{x^{2}-1}$

=$\frac{1}{x-1}$

答案：$\frac{1}{x-1}$

15.若函数 $y=x^2+2x-m$ 的图象与 x 轴有且只有一个交点，则 m 的值为____.

解析：∵函数 $y=x^2+2x-m$ 的图象与 x 轴有且只有一个交点，

∴△=2^2-4×1×(-m)=0，

解得：m=-1.

答案：-1

16.六一儿童节，某幼儿园用 100 元钱给小朋友买了甲、乙两种不同的玩具共 30 个，单价分别为 2 元和 4 元，则该幼儿园购买了甲、乙两种玩具分别为____、____个.

解析：设甲玩具购买 x 个，乙玩具购买 y 个，由题意，得

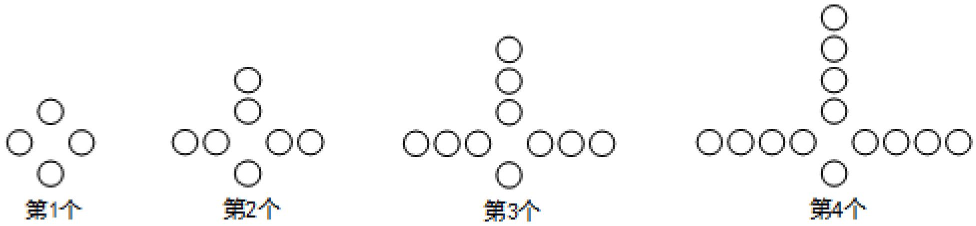
$$\begin{cases} x+y=30 \\ 2x+4y=100 \end{cases},$$

解得$\begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases}$，

甲玩具购买 10 个，乙玩具购买 20 个.

答案：10，20

17.观察下列图中所示的一系列图形，它们是按一定规律排列的，依照此规律，第 2018 个图形共有____个○.



解析：观察图形可知：

第 1 个图形共有：1+1×3，

第 2 个图形共有：1+2×3，

第 3 个图形共有：1+3×3，

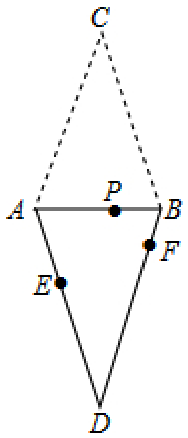
…，

第 n 个图形共有：1+3n，

∴第 2018 个图形共有 1+3×2018=6055.

答案：6055

18.如图，在△ABC 中，AC=BC=2，AB=1，将它沿 AB 翻折得到△ABD，则四边形 ADBC 的形状是____形，点 P、E、F 分别为线段 AB、AD、DB 的任意点，则 PE+PF 的最小值是____.



解析：∵△ABC 沿 AB 翻折得到△ABD，

∴AC=AD，BC=BD，

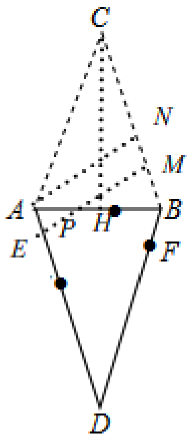
∵AC=BC，

∴AC=AD=BC=BD，

∴四边形 ADBC 是菱形，

答案：菱；

如图



作出F关于AB的对称点M,再过M作ME⊥AD,交ABA于点P,此时PE+PF最小,此时PE+PF=ME,过点A作AN⊥BC,

∵AD∥BC,

∴ME=AN,

作CH⊥AB,

∵AC=BC,

∴AH=$\frac{1}{2}$,

由勾股定理可得，CH=$\frac{\sqrt{15}}{2}$,

∵$\frac{1}{2}\times AB\times CH=\frac{1}{2}\times BC\times AN$,

可得，AN=$\frac{\sqrt{15}}{4}$,

∴ME=AN=$\frac{\sqrt{15}}{4}$,

∴PE+PF最小为$\frac{\sqrt{15}}{4}$.

答案：$\frac{\sqrt{15}}{4}$

三、解答题(共8个题，共78分)

19.计算：$\left|-\sqrt{2}\right|+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-2\cos 45°$.

解析：本题涉及绝对值、负整数指数幂、特殊角的三角函数值3个考点.在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

答案：原式=$\sqrt{2}$+2−2×$\frac{\sqrt{2}}{2}$

=$\sqrt{2}+2-\sqrt{2}$

=2.

20.解不等式组：$\begin{cases} 3x-5\le 1① \\ \dfrac{13-x}{3}<4x② \end{cases}$，并在数轴上表示其解集.

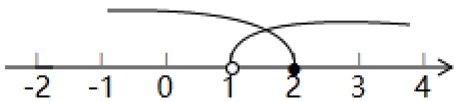
解析：分别解不等式①、②求出 x 的取值范围，取其公共部分即可得出不等式组的解集，再将其表示在数轴上，此题得解.

答案：解不等式①，得：x≤2；

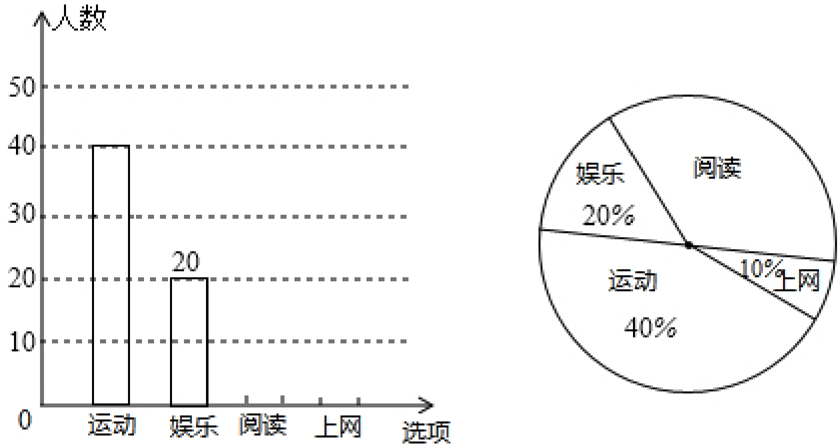
解不等式②，得：x>1，

∴不等式组的解集为：1<x≤2.

将其表示在数轴上，如图所示.



21.某校研究学生的课余爱好情况吧，采取抽样调查的方法，从阅读、运动、娱乐、上网等四个方面调查了若干名学生的兴趣爱好，并将调查结果绘制成下面两幅不完整的统计图，请你根据图中提供的信息解答下列问题：



(1)在这次调查中，一共调查了____名学生；

(2)补全条形统计图；

(3)若该校共有 1500 名，估计爱好运动的学生有____人；

(4)在全校同学中随机选取一名学生参加演讲比赛，用频率估计概率，则选出的恰好是爱好阅读的学生的概率是____.

解析：(1)根据爱好运动人数的百分比，以及运动人数即可求出共调查的人数；

(2)根据两幅统计图即可求出阅读的人数以及上网的人数，从而可补全图形.

(3)利用样本估计总体即可估计爱好运动的学生人数.

(4)根据爱好阅读的学生人数所占的百分比即可估计选出的恰好是爱好阅读的学生的概率.

答案：(1)爱好运动的人数为 40，所占百分比为 40%

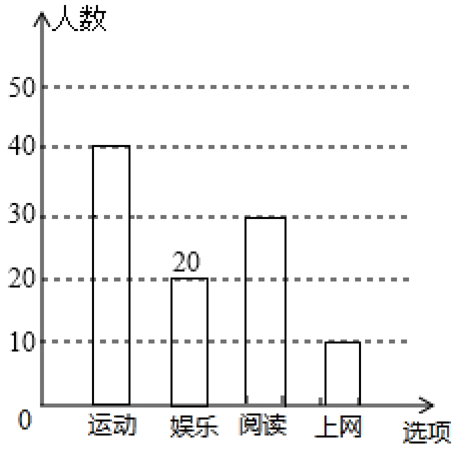
∴共调查人数为：40÷40%=100

(2)爱好上网的人数所占百分比为 10%

∴爱好上网人数为：100×10%=10，

∴爱好阅读人数为：100-40-20-10=30，

补全条形统计图，如图所示，



(3)爱好运动所占的百分比为 40%，

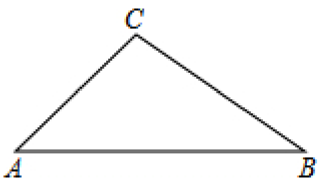
∴估计爱好运用的学生人数为：1500×40%=600

(4)爱好阅读的学生人数所占的百分比 40%，

∴用频率估计概率，则选出的恰好是爱好阅读的学生的概率为$\frac{2}{5}$.

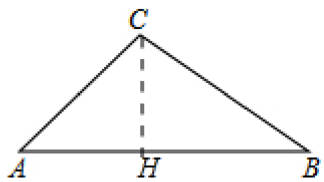
故答案为：(1)100；(3)600；(4)$\frac{2}{5}$

22.如图，在△ABC 中，BC=12，tanA=$\frac{3}{4}$，∠B=30°；求 AC 和 AB 的长.



解析:如图作 CH⊥AB 于 H.在 Rt△求出 CH、BH,这种 Rt△ACH 中求出 AH、AC 即可解决问题;

答案：如图作 CH⊥AB 于 H.



在 Rt△BCH 中，∵BC=12，∠B=30°，

∴CH=$\frac{1}{2}$BC=6，$BH=\sqrt{BC^2-CH^2}=6\sqrt{3}$，

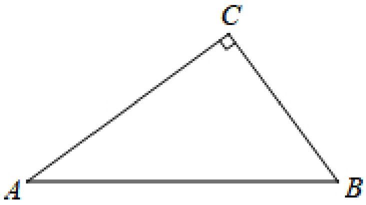
在 Rt△ACH 中，tanA=$\frac{3}{4}=\frac{CH}{AH}$，

∴AH=8，

∴AC=$\sqrt{AH^2+CH^2}$=10，

∴AB=AH+BH=8+6$\sqrt{3}$.

23.如图，在△ABC 中，∠ACB=90°.



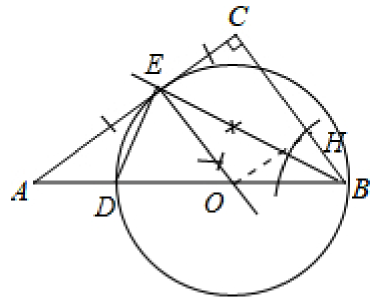
(1)作出经过点 B，圆心 O 在斜边 AB 上且与边 AC 相切于点 E 的⊙O(要求：用尺规作图，保留作图痕迹，不写作法和证明)

(2)设(1)中所作的⊙O 与边 AB 交于异于点 B 的另外一点 D，若⊙O 的直径为 5，BC=4；求 DE 的长.(如果用尺规作图画不出图形，可画出草图完成(2)问)

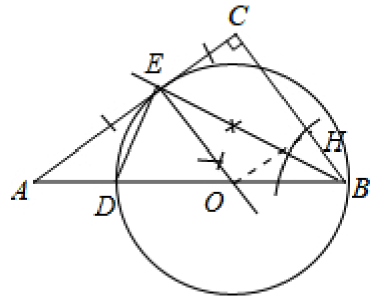
解析：(1)作∠ABC 的角平分线交 AC 于 E，作 EO⊥AC 交 AB 于点 O，以 O 为圆心，OB 为半径画圆即可解决问题；

(2)作 OH⊥BC 于 H. 首先求出 OH、EC、BE，利用△BCE∽△BED，可得 $\frac{DE}{EC}=\frac{BD}{BE}$，解决问题；

答案：(1)⊙O 如图所示；



(2)作 OH⊥BC 于 H.



∵AC 是⊙O 的切线，

∴OE⊥AC，

∴∠C=∠CEO=∠OHC=90°，

∴四边形 ECHO 是矩形，

∴OE=CH=$\frac{5}{2}$，BH=BC-CH=$\frac{3}{2}$，

在 Rt△OBH 中，OH=$\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}$=2，

∴EC=OH=2，$BE=\sqrt{EC^2+BC^2}=2\sqrt{5}$，

∵∠EBC=∠EBD，∠BED=∠C=90°，

∴△BCE∽△BED，

∴$\frac{DE}{EC}=\frac{BD}{BE}$，

∴$\frac{DE}{2}=\frac{5}{2\sqrt{5}}$，

∴DE=$\sqrt{5}$.

24.阅读以下材料：

对数的创始人是苏格兰数学家纳皮尔(J.Nplcr，1550-1617 年)，纳皮尔发明对数是在指数书写方式之前，直到18世纪瑞士数学家欧拉(Evlcr，1707-1783年)才发现指数与对数之间的联系.

对数的定义：一般地，若 $a^x=N(a>0，a\neq 1)$，那么 x 叫做以 a 为底 N 的对数，记作：$x=\log_a N$.

比如指数式 $2^4=16$ 可以转化为 $4=\log_2 16$，对数式 $2=\log_5 25$ 可以转化为 $5^2=25$.

我们根据对数的定义可得到对数的一个性质：$\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N(a>0，a\neq 1，M>0，N>0)$；理由如下：

设 $\log_a M=m$，$\log_a N=n$，则 $M=a^m$，$N=a^n$

∴$M\cdot N=a^m\cdot a^n=a^{m+n}$，由对数的定义得 $m+n=\log_a(M\cdot N)$

又∵$m+n=\log_a M+\log_a N$

∴$\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N$

解决以下问题：

(1)将指数 $4^3=64$ 转化为对数式____；

(2)证明 $\log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N(a>0，a\neq 1，M>0，N>0)$

(3)拓展运用：计算 $\log_3 2+\log_3 6-\log_3 4=$____.

解析：(1)根据题意可以把指数式 $4^3=64$ 写成对数式；

(2)先设 $\log_a M=m$，$\log_a N=n$，根据对数的定义可表示为指数式为：$M=a^m$，$N=a^n$，计算 $\frac{M}{N}$ 的结果，同理由所给材料的证明过程可得结论；

(3)根据公式：$\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N$ 和 $\log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$ 的逆用，将所求式子表示为：$\log_3(2\times 6\div 4)$，计算可得结论.

答案：(1)由题意可得，指数式 $4^3=64$ 写成对数式为：$3=\log_4 64$，

故答案为：$3=\log_4 64$；

(2)设 $\log_a M=m$，$\log_a N=n$，则 $M=a^m$，$N=a^n$，

∴$\frac{M}{N}=\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$，由对数的定义得 $m-n=\log_a\frac{M}{N}$，

又∵$m-n=\log_a M-\log_a N$，

∴$\log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N(a>0，a\neq 1，M>0，N>0)$；

(3)$\log_3 2+\log_3 6-\log_3 4$，

$=\log_3(2\times 6\div 4)$，

$=\log_3 3$，

$=1$，

故答案为：1.

25.如图，已知∠AOB=60°，在∠AOB 的平分线 OM 上有一点 C，将一个 120°角的顶点与点 C 重合，它的两条边分别与直线 OA、OB 相交于点 D、E.

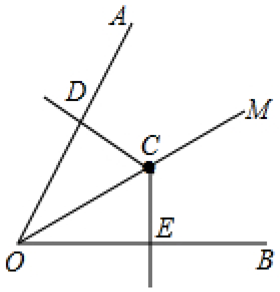


图1

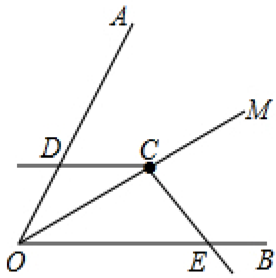


图2

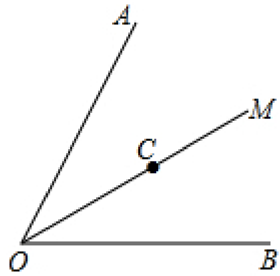
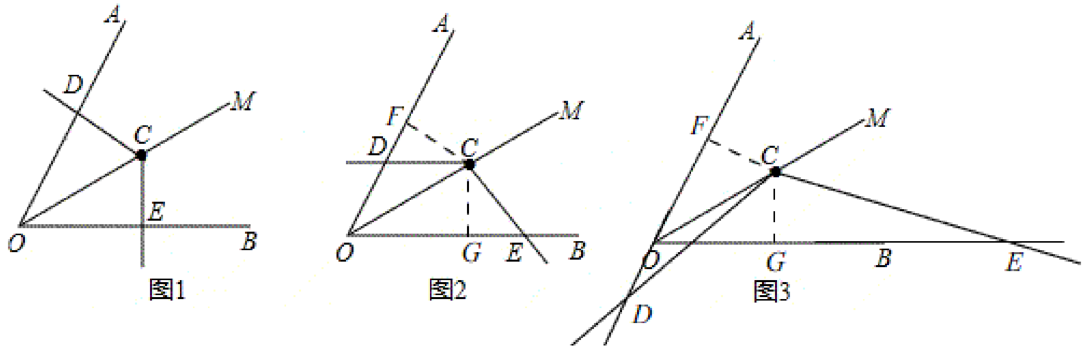


图3

(1)当∠DCE 绕点 C 旋转到 CD 与 OA 垂直时(如图 1)，请猜想 OE+OD 与 OC 的数量关系，并说明理由;
(2)当∠DCE 绕点 C 旋转到 CD 与 OA 不垂直时，到达图 2 的位置，(1)中的结论是否成立？并说明理由;
(3)当∠DCE 绕点 C 旋转到 CD 与 OA 的反向延长线相交时，上述结论是否成立？请在图 3 中画出图形，若成立，请给于证明；若不成立，线段 OD、OE 与 OC 之间又有怎样的数量关系？请写出你的猜想，不需证明.

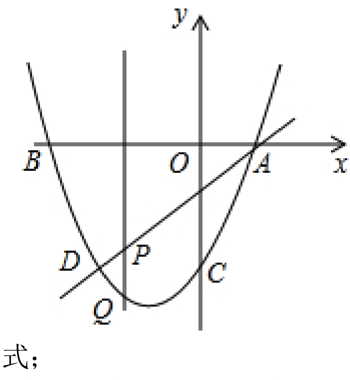
解析：(1)先判断出∠OCE=60°，再利用特殊角的三角函数得出 OD=$\frac{\sqrt{3}}{2}$OC，同 OE=$\frac{\sqrt{3}}{2}$OC，即可得出结论;
(2)同(1)的方法得 OF+OG=$\sqrt{3}$OC，再判断出△CFD≌△CGE，得出 DF=EG，最后等量代换即可得出结论;
(3)同(2)的方法即可得出结论.
答案：(1)∵OM 是∠AOB 的角平分线，
∴∠AOC=∠BOC=$\frac{1}{2}$∠AOB=30°，
∵CD⊥OA，
∴∠ODC=90°，
∴∠OCD=60°，
∴∠OCE=∠DCE-∠OCD=60°，
在 Rt△OCD 中，OD=OE·cos30°=$\frac{\sqrt{3}}{2}$OC，
同理：OE=$\frac{\sqrt{3}}{2}$OC，
∴OD+OD=$\sqrt{3}$OC;
(2)(1)中结论仍然成立，理由:
过点 C 作 CF⊥OA 于 F，CG⊥OB 于 G，
∴∠OFC=∠OGC=90°，
∵∠AOB=60°，
∴∠FCG=120°，
同(1)的方法得，OF=$\frac{\sqrt{3}}{2}$OC，OG=$\frac{\sqrt{3}}{2}$OC，
∴OF+OG=$\sqrt{3}$OC，
∵CF⊥OA，CG⊥OB，且点 C 是∠AOB 的平分线 OM 上一点，
∴CF=CG，
∵∠DCE=120°，∠FCG=120°，
∴∠DCF=∠ECG，
∴△CFD≌△CGE，

∴DF=EG，
∴OF=OD+DF=OD+EG，OG=OE-EG，
∴OF+OG=OD+EG+OE-EG=OD+OE，
∴OD+OE=$\sqrt{3}$OC；



(3)(1)中结论不成立，结论为：OE-OD=$\sqrt{3}$OC，
理由：过点C作CF⊥OA于F，CG⊥OB于G，
∴∠OFC=∠OGC=90°，
∵∠AOB=60°，
∴∠FCG=120°，
同(1)的方法得，OF=$\frac{\sqrt{3}}{2}$OC，OG=$\frac{\sqrt{3}}{2}$OC，
∴OF+OG=$\sqrt{3}$OC，
∵CF⊥OA，CG⊥OB，且点C是∠AOB的平分线OM上一点，
∴CF=CG，∵∠DCE=120°，∠FCG=120°，
∴∠DCF=∠ECG，
∴△CFD≌△CGE，
∴DF=EG，
∴OF=DF-OD=EG-OD，OG=OE-EG，
∴OF+OG=EG-OD+OE-EG=OE-OD，
∴OE-OD=$\sqrt{3}$OC.

26.如图，抛物线$y=ax^2+bx-3$过A(1，0)、B(-3，0)，直线AD交抛物线于点D，点D的横坐标为-2，点P(m，n)是线段AD上的动点.



(1)求直线AD及抛物线的解析式;
(2)过点P的直线垂直于x轴，交抛物线于点Q，求线段PQ的长度l与m的关系式，m为何值时，PQ最长?
(3)在平面内是否存在整点(横、纵坐标都为整数)R，使得P、Q、D、R为顶点的四边形是平行四边形?若存在，直接写出点R的坐标；若不存在，说明理由.
解析：(1)根据待定系数法，可得抛物线的解析式；根据自变量与函数值的对应关系，可得

D点坐标，再根据待定系数法，可得直线的解析式；
(2)根据平行于y轴直线上两点间的距离是较大的纵坐标减较小的纵坐标，可得二次函数，根据二次函数的性质，可得答案；
(3)根据PQ的长是正整数，可得PQ，根据平行四边形的性质，对边平行且相等，可得DR的长，根据点的坐标表示方法，可得答案.

答案：(1)把(1，0)，(-3，0)代入函数解析式，得

$$\begin{cases} a+b-3=0 \\ 9a-3b-3=0 \end{cases},$$

解得$\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$，

抛物线的解析式为$y=x^2+2x-3$；

当$x=-2$时，$y=(-2)^2+2\times(-2)-3$，解得$y=-3$，

即D(-2，-3).

设AD的解析式为y=kx+b，将A(1，0)，D(-2，-3)代入，得

$$\begin{cases} k+b=0 \\ -2k+b=-3 \end{cases},$$

解得$\begin{cases} k=1 \\ b=-1 \end{cases}$，

直线AD的解析式为y=x-1；

(2)设P点坐标为(m，m-1)，Q(m，m^2+2m-3)，

$l=(m-1)-(m^2+2m-3)$

化简，得

$l=-m^2-m+2$

配方，得

$$l=-\left(m+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4},$$

当$m=-\frac{1}{2}$时，$l_{最大}=\frac{9}{4}$；

(3)DR∥PQ且DR=PQ时，PQDR是平行四边形，

由(2)得$0<PQ\leqslant\frac{9}{2}$，

又PQ是正整数，

∴PQ=1，或PQ=2.

当PQ=1时，DR=1，-3+1=-2，即R(-2，-2)，

-3-1=-4，即R(-2，-4)；

当PQ=2时，DR=2，-3+2=-1，即R(-2，-1)，

-3-2=-5，即R(-2，-5)，

综上所述：R点的坐标为(-2，-2)，(-2，-4)，(-2，-1)(-2，-5)，使得P、Q、D、R为顶点的四边形是平行四边形.