

随州市 2012 年初中毕业生学业考试
数学试题卷

一. 选择题(本题有 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分。每个小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的)

1. -2012 的相反数是 ()

- A. $-\frac{1}{2012}$ B. $\frac{1}{2012}$ C. -2012 D. 2012

2. 湿地旅游爱好者小明了解到鄂东南某市水资源总量为 42.43 亿立方米, 其中 42.43 亿用科学记数法可表示为 ()

- A. 42.43×10^9 B. 4.243×10^8 C. 4.243×10^9 D. 0.4243×10^8

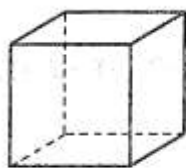
3. 分式方程 $\frac{100}{20+v} = \frac{60}{20-v}$ 的解是 ()

- A. $v=-20$ B. $v=5$ C. $v=-5$ D. $v=20$

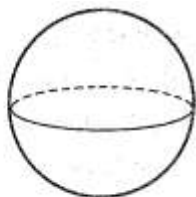
4. 某校为了丰富校园文化, 举行初中生书法大赛, 决赛设置了 6 个获奖名额, 共有 11 名选手进入决赛, 选手决赛得分均不相同. 若知道某位选手的决赛得分, 要判断他能否获奖, 只需知道这 11 名选手决赛得分的 ()

- A. 中位数 B. 平均数 C. 众数 D. 方差

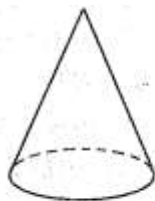
5. 下列四个几何体中, 主视图与左视图相同的几何体有 ()



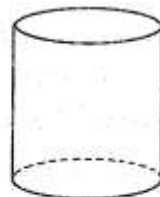
①正方体



②球



③圆锥



④圆柱

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

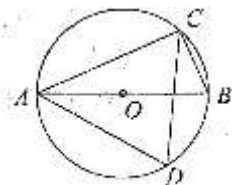
6. 下列图形: ①等腰梯形, ②菱形, ③函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象, ④函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象,

其中既是轴对称图形又是中心对称图形的有 ()

- A. ①② B. ①③ C. ①②③ D. ②③④

7. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 若 $\angle BAC = 35^\circ$, 则 $\angle ADC =$ ()

- A. 35° B. 55° C. 70° D. 110°



第 7 题图

8. 若不等式组 $\begin{cases} x-b < 0 \\ x+a > 0 \end{cases}$ 的解集为 $2 < x < 3$, 则 a, b 的值分别为 ()

- A. -2, 3 B. 2, -3 C. 3, -2 D. -3, 2

9. 定义: 平面内的直线 l_1 与 l_2 相交于点 O, 对于该平面内任意一点 M, 点 M 到直线 l_1 、 l_2 的

距离分别为 a 、 b ，则称有序非负实数对 (a, b) 是点 M 的“距离坐标”，根据上述定义，距离坐标为 $(2, 3)$ 的点的个数是 ()

- A. 2 B. 1 C. 4 D. 3

10. 如图，直线 l 与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象在第一象限内交于 A 、 B 两点，交 x 轴的正半轴于 C 点，若 $AB:BC = (m-1):1$ ($m > 1$) 则 $\triangle OAB$ 的面积 (用 m 表示) 为 ()

- A. $\frac{m^2-1}{2m}$ B. $\frac{m^2-1}{m}$ C. $\frac{3(m^2-1)}{m}$ D. $\frac{3(m^2-1)}{2m}$

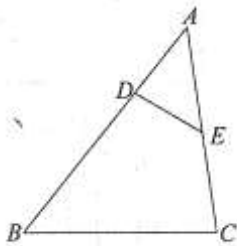
二. 填空题 (本题有 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分)

11. 分解因式. $4x^2-9 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 函数 $y = \sqrt{2x+5}$ 中自变量 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 等腰三角形的周长为 16，其一边长为 6，则另两边为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 如图，点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上，且 $\angle ABC = \angle AED$. 若 $DE=4$, $AE=5$, $BC=8$; 则 AB 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



第 14 题图

15. 平面内不同的两点确定一条直线，不同的三点最多确定三条直线，若平面内的不同的 n 个点最多可确定 15 条直线，则 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

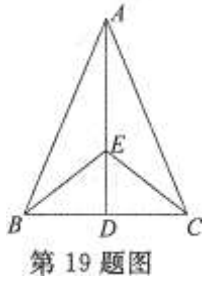
16. 设 $a^2+2a-1=0$, $b^4-2b^2-1=0$, 且 $1-ab^2 \neq 0$, 则 $\left(\frac{ab^2+b^2-3a+1}{a}\right)^5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

三. 解答题 (本题有 9 个小题，共 86 分)

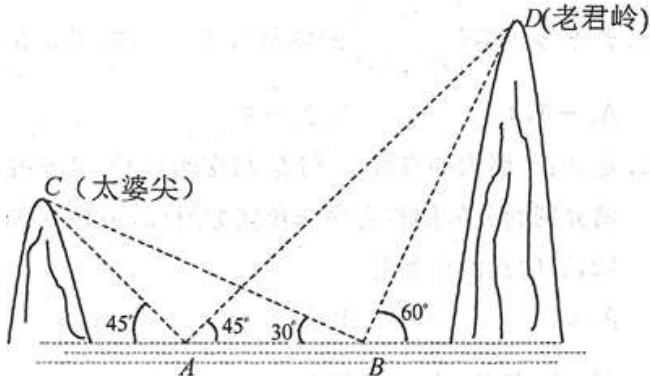
17. (本小题满分 8 分) 计算: $(-1)^3 + |\sqrt{3}-2| + 2\sin 60^\circ - \sqrt{4}$

18. (本小题满分 8 分) 先化简，再求值: $\left(\frac{3}{x-2} + \frac{2}{x+2}\right) \div \frac{5x^2+2x}{x^2-4}$. 其中 $x = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

19. (本小题满分 8 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 D 是 BC 的中点，点 E 在 AD 上.
求证: (1) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$; (2) $BE=CE$



20. (本小题满分 9 分)在一次暑期旅游中,小亮在仙岛湖的游船上(A 处),测得湖西岸的山峰太婆尖(C 处)和湖东岸的山峰老君岭(D 处)的仰角都是 45° 。游船向东航行 100 米后(B 处),测得太婆尖、老君岭的仰角分别为 30° 、 60° 。试问太婆尖、老君岭的高度为多少米? ($\sqrt{3}=1.732$, 结果精确到米)。

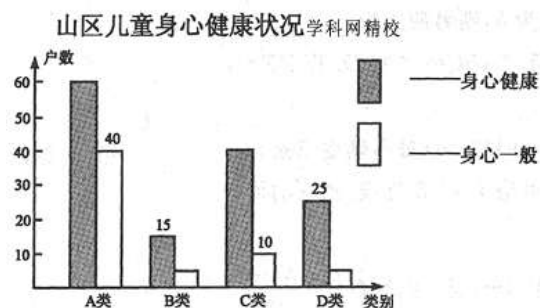


第 20 题图 学科网精校

21. (本小题满分 9 分)在“走基层,树新风”活动中,青年记者石剑深入边远山区,随机走访农户,调查农村儿童生活教育现状。根据收集的数据字编制了不完整的统计图表如下:

山区儿童生活教育现状

类别	现状	户数	比例
A类	父母长年在外打工,孩子留在老家由老人照顾.	100	
B类	父母长年在外打工,孩子带在身边.		10%
C类	父母就近在城镇打工,晚上回家照顾孩子.	50	
D类	父母在家务农,并照顾孩子.		15%



山区各类儿童所占比例

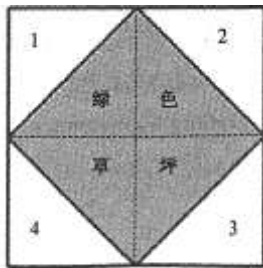


请你用学过的统计知识, 解决问题:

- (1) 记者石剑走访了边远山区多少家农户?
- (2) 将统计图表中的空缺数据正确填写完整;
- (3) 分析数据后, 请你提一条合理建议.

22. (本小题满分 9 分) 如图所示, 一个大正方形地面上, 编号为 1, 2, 3, 4 的地块, 是四个全等的等腰直角三角形空地, 中间是小正方形绿色草坪。一名训练有素的跳伞运动员, 每次跳伞都能落在大正方形地面上。

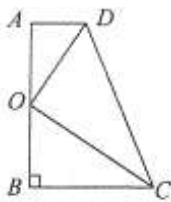
- (1) 求跳伞运动员一次跳伞落在草坪上的概率;
- (2) 求跳伞运动员两次跳伞都落在草坪上的概率.



第 22 题图

23. (本小题满分 10 分) 如图, 已知直角梯形 $ABCD$, $\angle B=90^\circ$, $AD \parallel BC$, 并且 $AD+BC=CD$, O 为 AB 的中点.

- (1) 求证: 以 AB 为直径的 $\odot D$ 与斜腰 CD 相切;
- (2) 若 $OC=8$ cm, $OD=6$ cm, 求 CD 的长.



第 23 题图

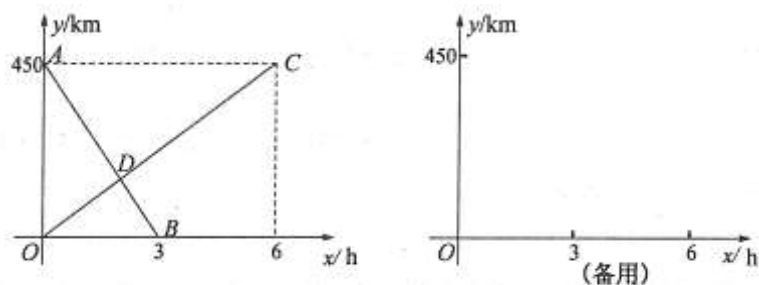
24. (本小题满分 12 分) 一列快车由甲地开往乙地, 一列慢车由乙地开往甲地, 两车同时出发, 匀速运动. 快车离乙地的路程 y_1 (km) 与行驶的时间 x (h) 之间的函数关系, 如图中线段 AB 所示; 慢车离乙地的路程 y_2 (km) 与行驶的时间 x (h) 之间的函数关系, 如图中线段 OC 所示。根据图象进行以下研究。

解读信息:

- (1) 甲、乙两地之间的距离为_____ km;
- (2) 线段 AB 的解析式为_____;
- 线段 OC 的解析式为_____;

问题解决:

(3) 设快、慢车之间的距离为 y (km), 求 y 与慢车行驶时间 x (h) 的函数关系式, 并画出函数的图象。



第 24 题图

25. (本小题满分 13 分) 在一次数学活动课上, 老师出了一道题:

(1) 解方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$.

巡视后老师发现同学们解此题的方法有公式法、配方法和十字相乘法(分解因式法)。

接着, 老师请大家用自己熟悉的方法解第二道题:

(2) 解关于 x 的方程 $mx^2 + (m - 3)x - 3 = 0$ (m 为常数, 且 $m \neq 0$).

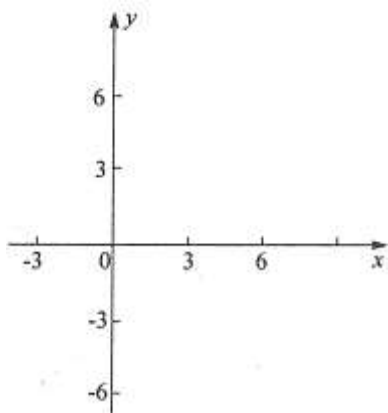
老师继续巡视, 及时观察、点拨大家. 再接着, 老师将第二道题变式为第三道题:

(3) 已知关于 x 的函数 $y = mx^2 + (m - 3)x - 3$ (m 为常数).

① 求证: 不论 m 为何值, 此函数的图象恒过 x 轴、 y 轴上的两个定点(设 x 轴上的定点为 A , y 轴上的定点为 C);

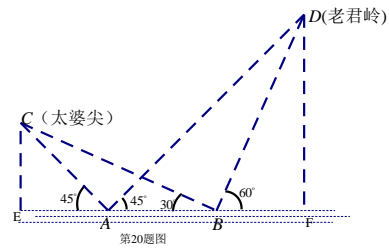
② 若 $m \neq 0$ 时, 设此函数的图象与 x 轴的另一个交点为 B , 当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时, 求 m 的取值范围; 当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形时, 观察图象, 直接写出 m 的取值范围.

请你也用自己熟悉的方法解上述三道题.



20.解：设太婆尖高 h_1 米，老君岭高 h_2 米，依题意，有

$$\begin{cases} \frac{h_1}{\tan 30^\circ} - \frac{h_1}{\tan 45^\circ} = 100 \\ \frac{h_2}{\tan 45^\circ} - \frac{h_2}{\tan 60^\circ} = 100 \end{cases} \Rightarrow \dots \dots \dots 4 \text{ 分}$$



$$h_1 = \frac{100}{\tan 60^\circ - \tan 45^\circ} = 50(\sqrt{3} + 1) = 50(1.732 + 1) = 136.6 \approx 137 \text{ (米)} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$h_2 = \frac{100}{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ} = \frac{100}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}} = 50\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1) = 50(3 + \sqrt{3}) = 50(3 + 1.732) = 236.6 \approx 237 \text{ (米)} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

答：太婆尖高度为 137 米，老君岭高度为 237 米。 \dots\dots\dots 1 分

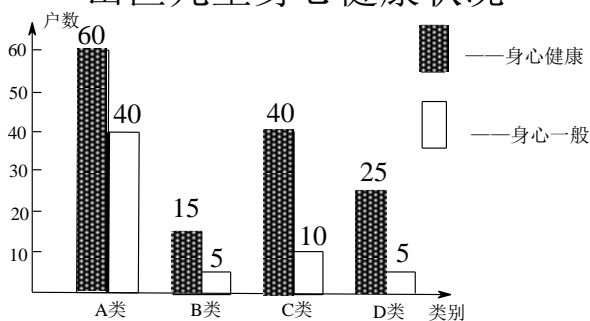
21. 解：(1) 由扇形图和表格可知，C 类占 25%，A 类占：100% - 15% - 25% - 10% = 50%
 \therefore A、B、C、D 类各占 50%，10%，25%，15%
 A、B、C、D 类各户数 100,20,50,30，总户数为 200.记者石剑走访了 200 户农家。 \dots\dots\dots 2 分

(2) 补全图表空缺数据.

类别	现状	户数	比例
A 类	父母常年在外打工孩子留在老家由老人照顾	100	50%
B 类	父母常年在外打工，孩子带在身边	20	10%
C 类	父母就近在城镇打工，晚上回家照顾孩子	50	25%
D 类	父母在家务农，并照顾孩子	30	15%

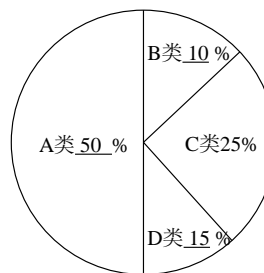
\dots\dots\dots 2 分

山区儿童身心健康状况



\dots\dots\dots 2 分

山区儿童各类所占比例

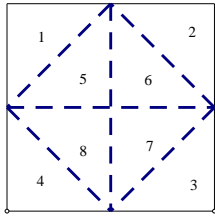


\dots\dots\dots 2 分

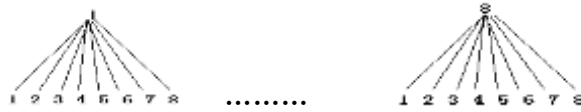
(3) 由图表可知孩子带在身边有益孩子的身心健康，建议社会关心留守儿童的生活状况。 \dots\dots\dots 1 分

22.解：(1) 一次跳伞落在草坪上的概率 $P(\text{一次跳伞落在草坪上}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (将大正方形分成 8 块等腰直角三角形) \dots\dots\dots 5 分

(2) 每次跳伞落在 8 个等腰直角三角形的可能性是相等的，

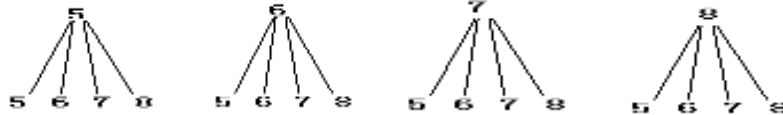


用树状图



共有 $8 \times 8 = 64$ 个不同结果

其中两次落在草坪上有:



共有 $4 \times 4 = 16$ 个不同结果.

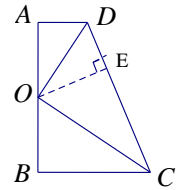
所以两次跳伞都落在草坪上的概率为 P (两次跳伞都落在草坪上)

$$= \frac{4 \times 4}{8 \times 8} = \frac{1}{4} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

23. 证明: (方法一)

过 AB 的中点 O 作 $OE \perp CD$ 于 E .

$$\begin{aligned} S_{\text{梯形} ABCD} &= \frac{1}{2} (AD+BC) \cdot AB = (AD+BC) \cdot OA \\ &= 2 \left(\frac{1}{2} AD \cdot OA + \frac{1}{2} BC \cdot OB \right) \\ &= 2 (S_{\triangle OAD} + S_{\triangle OBC}) \end{aligned}$$



第23题图

$$\text{由 } S_{\text{梯形} ABCD} = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAD} + S_{\triangle OCD}$$

$$\therefore S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAD} = S_{\triangle OCD}$$

$$\therefore \frac{1}{2} AD \cdot OA + \frac{1}{2} BC \cdot OA = \frac{1}{2} CD \cdot OE$$

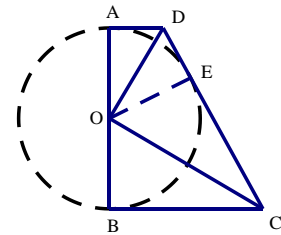
$$\therefore \frac{1}{2} (AD+BC) \cdot OA = \frac{1}{2} CD \cdot OE \text{ 又 } AD+BC=CD$$

$$\therefore OA=OE, \therefore E \text{ 点在以 } AB \text{ 为直径的 } \odot O \text{ 上, 又 } OE \perp CD$$

$$\therefore CD \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线}$$

即: CD 与 $\odot O$ 相切

$\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$



方法二:

$$\text{在 } CD \text{ 上取中点 } F, \text{ 连接 } OF, \text{ 有梯形中位线可知 } OF = \frac{1}{2} (AD+BC) = \frac{1}{2} CD$$

$$\therefore O \text{ 点在以 } CD \text{ 为直径的 } \odot F \text{ 上}$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3, \angle 2 = \angle 4, \text{ 又 } OF \parallel AD \parallel BC$$

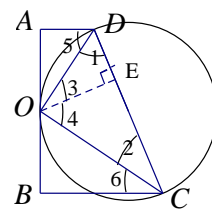
$$\therefore \angle 5 = \angle 3, \angle 6 = \angle 4$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 5, \angle 2 = \angle 6$$

在 CD 上取点 E , 且 $DE=DA$, 则 $CE=CB$

$$\therefore \triangle OAD \cong \triangle OED, \triangle OBC \cong \triangle OEC$$

$$\therefore \angle A = \angle OED = 90^\circ, \angle B = \angle OEC = 90^\circ$$



第23题图

$\therefore OE \perp CD$, 且 OE 的长为 $\odot O$ 的半径, \therefore 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 CD 相切于 E . 由 CD 为直径的 $\odot F$ 与 AB 相切于 O , 则 $OD \perp OC$.

$$\therefore CD = \sqrt{OD^2 + OC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10(\text{cm}) \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

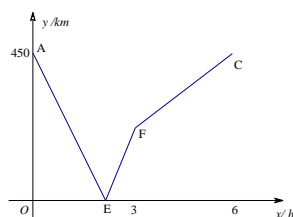
24. (1) 甲、乙两地之间的距离为 450 km; \dots\dots\dots 2 分

(2) 问题解决: 线段 AB 的解析式为 $y_1 = 450 - 150x$ ($0 \leq x \leq 3$); \dots\dots\dots 3 分

线段 OC 的解析式为 $y_2 = 75x$ ($0 \leq x \leq 6$); \dots\dots\dots 3 分

$$(3) y = |y_1 - y_2| = |450 - 150x - 75x| = \begin{cases} 450 - 225x (0 \leq x \leq 2) \\ 225x - 450 (2 \leq x < 3) \\ 75x (3 \leq x \leq 6) \end{cases} \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

其图象为折线图 $AE-EF-FC$



\dots\dots\dots 2 分

25. 解: (1) 由 $x^2 - 2x - 3 = 0$, 得 $(x+1)(x-3) = 0$. $\therefore x_1 = 1, x_2 = 3$ \dots\dots\dots 3 分

(2) 方法一: 由 $mx^2 + (m-3)x - 3 = 0$ 得 $(x+1) \cdot (mx-3) = 0$

$$\therefore m \neq 0, \therefore x_1 = -1, x_2 = \frac{3}{m} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

方法 2: 由公式法: $x_{1,2} = \frac{3-m \pm \sqrt{(m-3)^2 + 12m}}{2m} = \frac{3-m \pm |m-3|}{2m}$

$$\therefore x_1 = -1, x_2 = \frac{3}{m}$$

(3) ① 1° 当 $m=0$ 时, 函数 $y = mx^2 + (m-3)x - 3$ 为 $y = -3x - 3$, 令 $y=0$, 得 $x=-1$
 令 $x=0$, 则 $y=-3$. \therefore 直线 $y = -3x - 3$ 过定点 $A(-1, 0), C(0, -3)$ \dots\dots\dots 2 分

2° 当 $m \neq 0$ 时, 函数 $y = mx^2 + (m-3)x - 3$ 为 $y = (x+1) \cdot (mx-3)$
 \therefore 抛物线 $y = (x+1) \cdot (mx-3)$ 恒过两定点 $A(-1, 0), C(0, -3)$ 和 $B(\frac{3}{m}, 0)$

② 当 $m > 0$ 时, 由①可知抛物线开口向上, 且过点 $A(-1, 0), C(0, -3)$ 和 $B(\frac{3}{m}, 0)$, \dots\dots\dots 1 分

观察图象, 可知, 当 $\triangle ABC$ 为 $Rt \triangle$ 时,

$$\text{则 } \triangle AOC \sim \triangle COB \therefore \frac{AO}{CO} = \frac{CO}{BO}$$

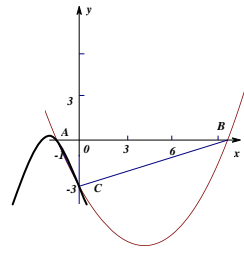
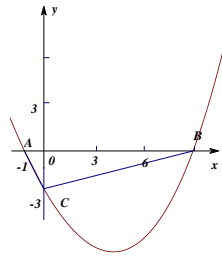
$$\therefore |OC|^2 = |OA| \cdot |OB| \therefore 3^2 = 1 \times |OB|$$

$$\therefore OB = 9. \text{ 即 } B(9, 0)$$

$$\therefore \text{当 } 0 < \frac{3}{m} < 9. \text{ 即: } m > \frac{1}{3}$$

当 $m > \frac{1}{3}$ 时, $\triangle ABC$ 为锐角三角形

.....2 分



②观察图象可知

当 $0 < m < \frac{1}{3}$ 时, 则 B 点在 $(9, 0)$ 的右边时, $\angle ACB > 90^\circ$,

当 $m < 0$ 且 $m \neq -3$ 时, 点 B 在 x 轴的负半轴上, B 与 A 不重合.

$\therefore \triangle ABC$ 中的 $\angle ABC > 90^\circ$

$\therefore \triangle ABC$ 是钝角三角形.

\therefore 当 $0 < m < \frac{1}{3}$ 或 $m < 0$ 且 $m \neq -3$ 时,

$\triangle ABC$ 为钝角三角形

.....2 分