

2015年浙江省义乌市中考真题数学

一、单项选择题(本大题有10小题;每小题3分,共30分;在每小题提供的四个选项中,只有一项符合题目的要求)

1. 计算 $(-1) \times 3$ 的结果是()

- A. -3
- B. -2
- C. 2
- D. 3

解析: 根据有理数的乘法运算法则进行计算即可得解.

$$(-1) \times 3 = -1 \times 3 = -3.$$

答案: A

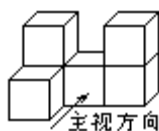
2. 据报道, 2015年第一季度, 义乌电商实现交易额约26 000 000 000元, 同比增长22%, 将26 000 000 000用科学记数法表示为()

- A. 2.6×10^{10}
- B. 2.6×10^{11}
- C. 26×10^{10}
- D. 0.26×10^{11}

解析: 将26 000 000 000用科学记数法表示为 2.6×10^{10} ,

答案: A

3. 有6个相同的立方体搭成的几何体如图所示, 则它的主视图是()



- A.
- B.
- C.
- D.

解析: 从正面看第一层三个小正方形, 第二层左边一个小正方形, 右边一个小正方形.

答案: C

4. 下面是一位同学做的四道题: ① $2a+3b=5ab$; ② $(3a^3)^2=6a^6$; ③ $a^6 \div a^2=a^3$; ④ $a^2 \cdot a^3=a^5$, 其

中做对的一道题的序号是()

- A. ①
- B. ②
- C. ③
- D. ④

解析：①不是同类项不能合并，故①错误；

②积的乘方等于乘方的积，故②错误；

③同底数幂的除法底数不变指数相减，故③错误；

④同底数幂的乘法底数不变指数相加，故④正确；

答案：D

5. 在一个不透明的袋子中装有除颜色外其它均相同的 3 个红球和 2 个白球，从中任意摸出一个球，则摸出白球的概率是()

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $\frac{2}{5}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{3}{5}$

解析：∵在一个不透明的袋子中装有除颜色外其它均相同的 3 个红球和 2 个白球，

∴从中任意摸出一个球，则摸出白球的概率是： $\frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}$.

故选 B

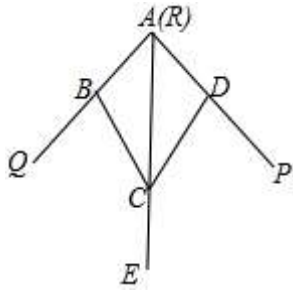
6. 化简 $\frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{1-x}$ 的结果是()

- A. $x+1$
- B. $\frac{1}{x+1}$
- C. $x-1$
- D. $\frac{x}{x-1}$

解析：原式 = $\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = x+1$.

答案：A

7. 如图，小敏做了一个角平分仪 ABCD，其中 AB=AD，BC=DC. 将仪器上的点 A 与 $\angle PRQ$ 的顶点 R 重合，调整 AB 和 AD，使它们分别落在角的两边上，过点 A，C 画一条射线 AE，AE 就是 $\angle PRQ$ 的平分线. 此角平分仪的画图原理是：根据仪器结构，可得 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，这样就有 $\angle QAE = \angle PAE$. 则说明这两个三角形全等的依据是()



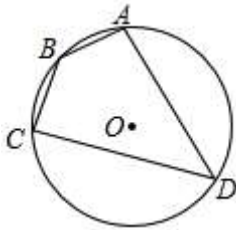
- A. SAS
- B. ASA
- C. AAS
- D. SSS

解析：在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle ABC$ 中，
$$\begin{cases} AD = AB, \\ DC = BC, \\ AC = AC, \end{cases} \therefore \triangle ADC \cong \triangle ABC \text{ (SSS)}, \therefore \angle DAC = \angle BAC, \text{ 即 } \angle QAE =$$

$\angle PAE.$

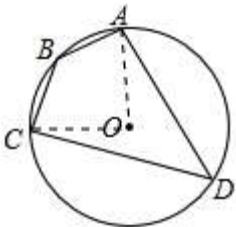
答案：D

8. 如图，四边形ABCD是 $\odot O$ 的内接四边形， $\odot O$ 的半径为2， $\angle B = 135^\circ$ ，则弧AC的长()



- A. 2π
- B. π
- C. $\frac{\pi}{2}$
- D. $\frac{\pi}{3}$

解析：连接OA、OC，



$\because \angle B = 135^\circ, \therefore \angle D = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ, \therefore \angle AOC = 90^\circ, \text{ 则弧 AC 的长} = \frac{90\pi \times 2}{180} = \pi.$

答案：B

9. 如果一种变换是将抛物线向右平移2个单位或向上平移1个单位，我们把这种变换称为抛物线的简单变换. 已知抛物线经过两次简单变换后的一条抛物线是 $y = x^2 + 1$ ，则原抛物线的解

析式不可能的是()

- A. $y=x^2-1$
- B. $y=x^2+6x+5$
- C. $y=x^2+4x+4$
- D. $y=x^2+8x+17$

解析: A、 $y=x^2-1$, 先向上平移 1 个单位得到 $y=x^2$, 再向上平移 1 个单位可以得到 $y=x^2+1$, 故 A 正确;

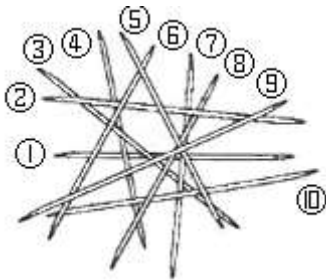
B、 $y=x^2+6x+5=(x+3)^2-4$, 无法经两次简单变换得到 $y=x^2+1$, 故 B 错误;

C、 $y=x^2+4x+4=(x+2)^2$, 先向右平移 2 个单位得到 $y=(x+2-2)^2=x^2$, 再向上平移 1 个单位得到 $y=x^2+1$, 故 C 正确;

D、 $y=x^2+8x+17=(x+4)^2+1$, 先向右平移 2 个单位得到 $y=(x+4-2)^2+1=(x+2)^2+1$, 再向右平移 2 个单位得到 $y=x^2+1$, 故 D 正确.

答案: B

10. 挑游戏棒是一种好玩的游戏, 游戏规则: 当一根棒条没有被其它棒条压着时, 就可以把它往上拿走. 如图中, 按照这一规则, 第 1 次应拿走⑨号棒, 第 2 次应拿走⑤号棒, ..., 则第 6 次应拿走()



- A. ②号棒
- B. ⑦号棒
- C. ⑧号棒
- D. ⑩号棒

解析: 仔细观察图形发现:

第 1 次应拿走⑨号棒,

第 2 次应拿走⑤号棒,

第 3 次应拿走⑥号棒,

第 4 次应拿走②号棒,

第 5 次应拿走⑧号棒,

第 6 次应拿走⑩号棒.

答案: D

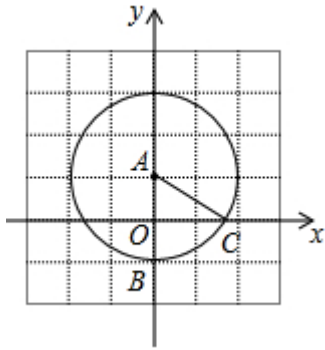
二、填空题(本大题有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 分解因式: $x^2-4=$ _____.

解析: $x^2-4=(x+2)(x-2)$.

答案: $(x+2)(x-2)$.

12. 如图, 已知点 $A(0, 1)$, $B(0, -1)$, 以点 A 为圆心, AB 为半径作圆, 交 x 轴的正半轴于点 C , 则 $\angle BAC$ 等于_____度.

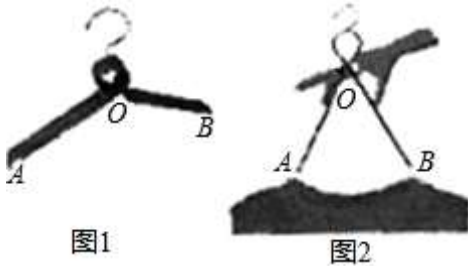


解析: $\because A(0, 1), B(0, -1), \therefore AB=2, OA=1, \therefore AC=2,$

在 $Rt\triangle AOC$ 中, $\cos \angle BAC = \frac{OA}{AC} = \frac{1}{2}, \therefore \angle BAC = 60^\circ .$

答案: 60

13. 由于木质衣架没有柔性, 在挂置衣服的时候不太方便操作. 小敏设计了一种衣架, 在使用时能轻易收拢, 然后套进衣服后松开即可. 如图 1, 衣架杆 $OA=OB=18\text{cm}$, 若衣架收拢时, $\angle AOB=60^\circ$, 如图 2, 则此时 A, B 两点之间的距离是_____cm.

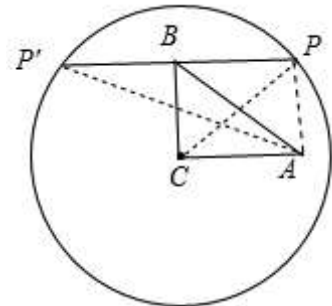


解析: $\because OA=OB, \angle AOB=60^\circ, \therefore \triangle AOB$ 是等边三角形, $\therefore AB=OA=OB=18\text{cm}.$

答案: 18

14. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, BC=3, AC=4$, 点 P 在以 C 为圆心, 5 为半径的圆上, 连结 PA, PB . 若 $PB=4$, 则 PA 的长为_____.

解析: 连结 CP, PB 的延长线交 $\odot C$ 于 P' , 如图,



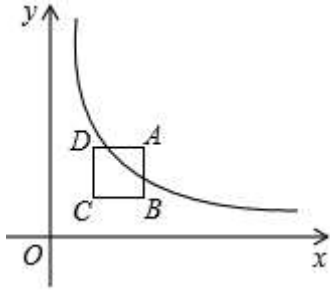
$\because CP=5, CB=3, PB=4, \therefore CB^2+PB^2=CP^2, \therefore \triangle CPB$ 为直角三角形, $\angle CBP=90^\circ, \therefore CB \perp PB, \therefore PB=P'B=4,$

$\because \angle C=90^\circ, \therefore PB \parallel AC$, 而 $PB=AC=4, \therefore$ 四边形 $ACBP$ 为矩形, $\therefore PA=BC=3,$

在 $Rt\triangle APP'$ 中, $\because PA=3, PP'=8, \therefore P'A = \sqrt{8^2+3^2} = \sqrt{73}, \therefore PA$ 的长为 3 或 $\sqrt{73}.$

答案: 3 或 $\sqrt{73}$

15. 在平面直角坐标系的第一象限内, 边长为 1 的正方形 ABCD 的边均平行于坐标轴, A 点的坐标为 (a, a) . 如图, 若曲线 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 与此正方形的边有交点, 则 a 的取值范围是_____.



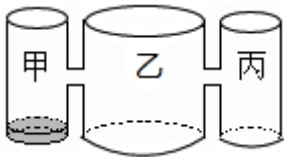
解析: \because A 点的坐标为 (a, a) . 根据题意 $C(a-1, a-1)$,

当 C 在双曲线 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 时, 则 $a-1 = \frac{3}{a-1}$, 解得 $a = \sqrt{3} + 1$,

当 A 在双曲线 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 时, 则 $a = \frac{3}{a}$, 解得 $a = \sqrt{3}$, $\therefore a$ 的取值范围是 $\sqrt{3} \leq a \leq \sqrt{3} + 1$.

答案: $\sqrt{3} \leq a \leq \sqrt{3} + 1$

16. 实验室里, 水平桌面上有甲、乙、丙三个圆柱形容器 (容器足够高), 底面半径之比为 1: 2: 1, 用两个相同的管子在容器的 5cm 高度处连通 (即管子底端离容器底 5cm). 现三个容器中, 只有甲中有水, 水位高 1cm, 如图所示. 若每分钟同时向乙和丙注入相同量的水, 开始注水 1 分钟, 乙的水位上升 $\frac{5}{6}$ cm, 则开始注入_____分钟的水量后, 甲与乙的水位高度之差是 0.5cm.



解析: \because 甲、乙、丙三个圆柱形容器 (容器足够高), 底面半径之比为 1: 2: 1,

\therefore 注水 1 分钟, 乙的水位上升 $\frac{5}{6}$ cm,

\therefore 注水 1 分钟, 丙的水位上升 $\frac{10}{3}$ cm,

设开始注入 t 分钟的水量后, 甲与乙的水位高度之差是 0.5cm,

甲与乙的水位高度之差是 0.5cm 有三种情况:

①当乙的水位低于甲的水位时, 有 $1 - \frac{5}{6}t = 0.5$, 解得: $t = \frac{3}{5}$ 分钟;

②当甲的水位低于乙的水位时, 甲的水位不变时, $\therefore \frac{5}{6}t - 1 = 0.5$, 解得: $t = \frac{9}{5}$,

$$\because \frac{10}{3} \times \frac{9}{5} = 6 > 5, \therefore \text{此时丙容器已向甲容器溢水,}$$

$$\because 5 \div \frac{10}{3} = \frac{3}{2} \text{ 分钟, } \frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{4}, \text{ 即经过 } \frac{3}{2} \text{ 分钟边容器的水到达管子底部, 乙的水位上升 } \frac{5}{4},$$

$$\therefore \frac{5}{4} + 2 \times \frac{5}{6} \left(t - \frac{3}{2}\right) - 1 = 0.5, \text{ 解得: } t = \frac{33}{20};$$

③当甲的水位低于乙的水位时, 乙的水位到达管子底部, 甲的水位上升时,

$$\because \text{乙的水位到达管子底部的时间为: } \frac{3}{2} + \left(5 - \frac{5}{4}\right) \div \frac{5}{6} \div 2 = \frac{15}{4} \text{ 分钟,}$$

$$\therefore 5 - 1 - 2 \times \frac{10}{3} \left(t - \frac{15}{4}\right) = 0.5, \text{ 解得: } t = \frac{171}{40},$$

综上所述开始注入 $\frac{3}{5}, \frac{33}{20}, \frac{171}{40}$ 分钟的水量后, 甲与乙的水位高度之差是 0.5cm.

答案: 0.5

三、解答题(本大题有 8 小题, 第 17-19 小题每小题 6 分, 第 20、21 小题每小题 6 分, 第 22、23 小题每小题 6 分, 第 24 小题 12 分, 共 66 分)

17. (1) 计算: $2\cos 45^\circ - (\pi + 1)^0 + \sqrt{\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1};$

(2) 解不等式: $3x - 5 \leq 2(x + 2)$

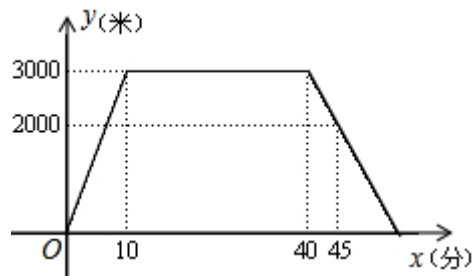
解析: (1) 原式第一项利用特殊角的三角函数值计算, 第二项利用零指数幂法则计算, 第三项利用算术平方根定义计算, 最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果;

(2) 不等式去括号, 移项合并, 把 x 系数化为 1, 即可求出解.

答案: (1) 原式 $= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + \frac{1}{2} + 2 = \sqrt{2} + \frac{3}{2};$

(2) 去括号得: $3x - 5 \leq 2x + 4,$ 移项合并得: $x \leq 9.$

18. 小敏上午 8:00 从家里出发, 骑车去一家超市购物, 然后从这家超市返回家中. 小敏离家的路程 y (米) 和所经过的时间 x (分) 之间的函数图象如图所示. 请根据图象回答下列问题:



(1) 小敏去超市途中的速度是多少? 在超市逗留了多少时间?

(2) 小敏几点几分返回到家?

解析: (1) 根据观察横坐标, 可得去超市的时间, 根据观察纵坐标, 可得去超市的路程, 根据路程与时间的关系, 可得答案; 在超市逗留的时间即路程不变化所对应的时间段;

(2) 求出返回家时的函数解析式, 当 $y=0$ 时, 求出 x 的值, 即可解答.

答案：(1)小敏去超市途中的速度是： $3000 \div 10 = 300$ (米/分)，
在超市逗留了的时间为： $40 - 10 = 30$ (分)。

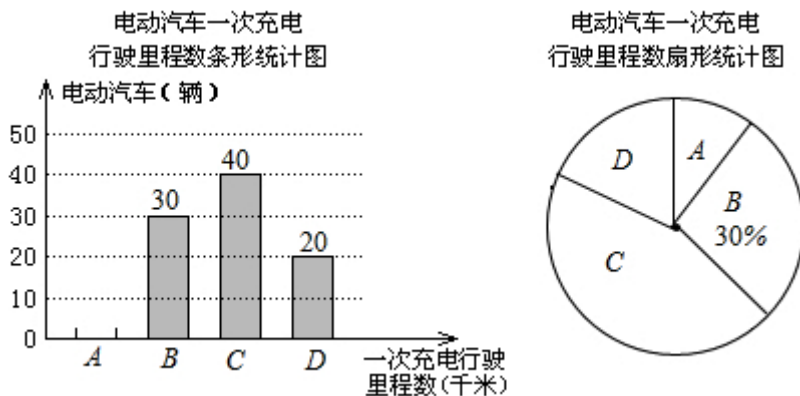
(2) 设返回家时， y 与 x 的函数解析式为 $y = kx + b$ ，

$$\text{把}(40, 3000), (45, 2000)\text{代入得: } \begin{cases} 3000 = 40k + b, \\ 2000 = 45k + b, \end{cases} \text{解得: } \begin{cases} k = -200, \\ b = 11000, \end{cases}$$

\therefore 函数解析式为 $y = -200x + 11000$ ，

当 $y = 0$ 时， $x = 55$ ， \therefore 返回到家的时间为：8: 55。

19. 为了解某种电动汽车的性能，对这种电动汽车进行了抽检，将一次充电后行驶的里程数分为 A, B, C, D 四个等级，其中相应等级的里程依次为 200 千米，210 千米，220 千米，230 千米，获得如下不完整的统计图。



根据以上信息，解答下列问题：

(1) 问这次被抽检的电动汽车共有几辆？并补全条形统计图；

(2) 估计这种电动汽车一次充电后行驶的平均里程数为多少千米？

解析：(1) 根据条形统计图和扇形图可知，将一次充电后行驶的里程数分为 B 等级的有 30 辆电动汽车，所占的百分比为 30%，用 $30 \div 30\%$ 即可求出电动汽车的总量；分别计算出 C、D 所占的百分比，即可得到 A 所占的百分比，即可求出 A 的电动汽车的辆数，即可补全统计图；

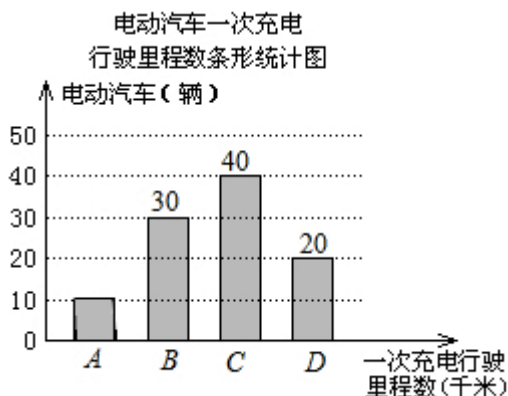
(2) 用总里程除以汽车总辆数，即可解答。

答案：(1) 这次被抽检的电动汽车共有： $30 \div 30\% = 100$ (辆)，

C 所占的百分比为： $40 \div 100 \times 100\% = 40\%$ ，D 所占的百分比为： $20 \div 100 \times 100\% = 20\%$ ，

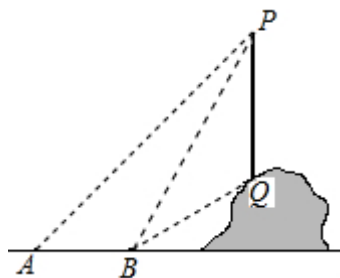
A 所占的百分比为： $100\% - 40\% - 20\% - 30\% = 10\%$ ，

A 等级电动汽车的辆数为： $100 \times 10\% = 10$ (辆)，补全统计图如图所示：



(2) 这种电动汽车一次充电后行驶的平均里程数为： $\frac{1}{100} \times (10 \times 200 + 30 \times 210 + 220 \times 40 + 20 \times 230) = 217$ (千米)，
 \therefore 估计这种电动汽车一次充电后行驶的平均里程数为 217 千米。

20. 如图，从地面上的点 A 看一山坡上的电线杆 PQ，测得杆顶端点 P 的仰角是 45° ，向前走 6m 到达 B 点，测得杆顶端点 P 和杆底端点 Q 的仰角分别是 60° 和 30° 。



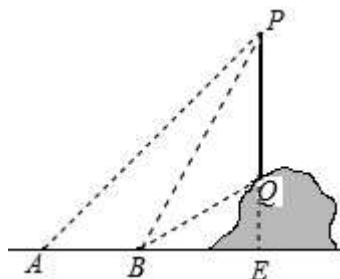
(1) 求 $\angle BPQ$ 的度数；

(2) 求该电线杆 PQ 的高度 (结果精确到 1m). 备用数据： $\sqrt{3} \approx 1.7$ ， $\sqrt{2} \approx 1.4$.

解析：(1) 延长 PQ 交直线 AB 于点 E，根据直角三角形两锐角互余求得即可；

(2) 设 $PE = x$ 米，在直角 $\triangle APE$ 和直角 $\triangle BPE$ 中，根据三角函数利用 x 表示出 AE 和 BE，根据 $AB = AE - BE$ 即可列出方程求得 x 的值，再在直角 $\triangle BQE$ 中利用三角函数求得 QE 的长，则 PQ 的长度即可求解。

答案：延长 PQ 交直线 AB 于点 E，



(1) $\angle BPQ = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ；

(2) 设 $PE = x$ 米. 在直角 $\triangle APE$ 中， $\angle A = 45^\circ$ ，则 $AE = PE = x$ 米； $\because \angle PBE = 60^\circ \therefore \angle BPE = 30^\circ$

在直角 $\triangle BPE$ 中， $BE = \frac{\sqrt{3}}{3} PE = \frac{\sqrt{3}}{3} x$ 米，

$\because AB = AE - BE = 6$ 米，则 $x - \frac{\sqrt{3}}{3} x = 6$ ，解得： $x = 9 + 3\sqrt{3}$. 则 $BE = (3\sqrt{3} + 3)$ 米.

在直角 $\triangle BEQ$ 中， $QE = \frac{\sqrt{3}}{3} BE = \frac{\sqrt{3}}{3} (3\sqrt{3} + 3) = (3 + \sqrt{3})$ 米.

$\therefore PQ = PE - QE = 9 + 3\sqrt{3} - (3 + \sqrt{3}) = 6 + 2\sqrt{3} \approx 9$ (米).

答：电线杆 PQ 的高度约 9 米.

21. 如果抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过定点 $M(1, 1)$, 则称次抛物线为定点抛物线.

(1) 张老师在投影屏幕上出示了一个题目: 请你写出一条定点抛物线的一个解析式. 小敏写出了答案: $y=2x^2+3x-4$, 请你写出一个不同于小敏的答案;

(2) 张老师在投影屏幕上出示了一个思考题: 已知定点抛物线 $y=-x^2+2bx+c+1$, 求该抛物线顶点纵坐标的值最小时的解析式, 请你解答.

解析: (1) 根据顶点式的表示方法, 结合题意写一个符合条件的表达式则可;

(2) 根据顶点纵坐标得出 $b=1$, 再利用最小值得出 $c=-1$, 进而得出抛物线的解析式.

答案: (1) 依题意, 选择点 $(1, 1)$ 作为抛物线的顶点, 二次项系数是 1,

根据顶点式得: $y=x^2-2x+2$;

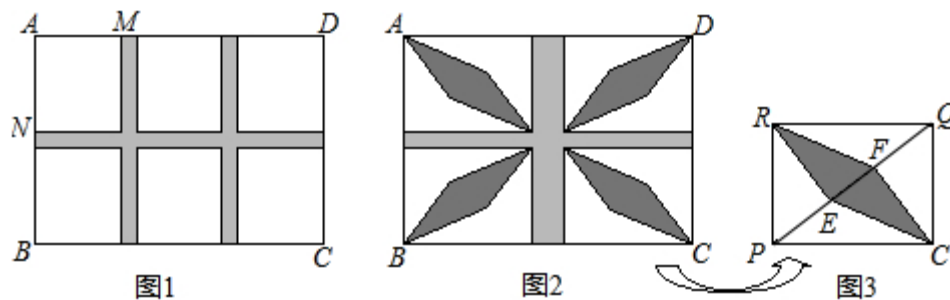
(2) \because 定点抛物线的顶点坐标为 $(b, c+b^2+1)$, 且 $-1+2b+c+1=1, \therefore c=1-2b$,

\therefore 顶点纵坐标 $c+b^2+1=2-2b+b^2=(b-1)^2+1$,

\therefore 当 $b=1$ 时, $c+b^2+1$ 最小, 抛物线顶点纵坐标的值最小, 此时 $c=-1$,

\therefore 抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x$.

22. 某校规划在一块长 AD 为 18m, 宽 AB 为 13m 的长方形场地 $ABCD$ 上, 设计分别与 AD, AB 平行的横向通道和纵向通道, 其余部分铺上草皮.



(1) 如图 1, 若设计三条通道, 一条横向, 两条纵向, 且它们的宽度相等, 其余六块草坪相同, 其中一块草坪两边之比 $AM:AN=8:9$, 问通道的宽是多少?

(2) 为了建造花坛, 要修改(1)中的方案, 如图 2, 将三条通道改为两条通道, 纵向的宽度改为横向宽度的 2 倍, 其余四块草坪相同, 且每一块草坪均有一边长为 8m, 这样能在这些草坪建造花坛. 如图 3, 在草坪 $RPCQ$ 中, 已知 $RE \perp PQ$ 于点 $E, CF \perp PQ$ 于点 F , 求花坛 $RECF$ 的面积.

解析: (1) 利用 $AM:AN=8:9$, 设通道的宽为 $xm, AM=8ym$, 则 $AN=9y$, 进而利用 AD 为 18m, 宽 AB 为 13m 得出等式求出即可;

(2) 根据题意得出纵向通道的宽为 2m, 横向通道的宽为 1m, 进而得出 PQ, RE 的长, 即可得出 PE, EF 的长, 进而求出花坛 $RECF$ 的面积.

答案: (1) 设通道的宽为 $xm, AM=8ym$,

$$\because AM:AN=8:9, \therefore AN=9y, \therefore \begin{cases} 2x+24y=18, \\ x+18y=13, \end{cases} \text{解得: } \begin{cases} x=1, \\ y=\frac{2}{3}. \end{cases}$$

答: 通道的宽是 1m;

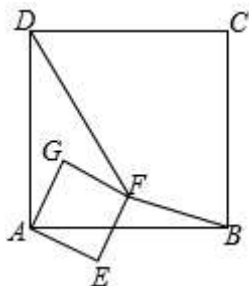
(2) \because 四块相同草坪中的每一块, 有一条边长为 8m, 若 $RP=8$, 则 $AB > 13$, 不合题意,

$\therefore RQ=8, \therefore$ 纵向通道的宽为 2m, 横向通道的宽为 1m, $\therefore RP=6$,

$\because RE \perp PQ$, 四边形 $RPCQ$ 是长方形, $\therefore PQ=10, \therefore RE \times PQ=PR \times QR=6 \times 8, \therefore RE=4.8$,

$\because RP^2 = RE^2 + PE^2, \therefore PE = 3.6$, 同理可得: $QF = 3.6, \therefore EF = 2.8$,
 $\therefore S_{\text{四边形 RECF}} = 4.8 \times 2.8 = 13.44$, 即花坛 RECF 的面积为 13.44m^2 .

23. 正方形 ABCD 和正方形 AEF G 有公共顶点 A, 将正方形 AEF G 绕点 A 按顺时针方向旋转, 记旋转角 $\angle DAG = \alpha$, 其中 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, 连结 DF, BF, 如图.



- (1) 若 $\alpha = 0^\circ$, 则 $DF = BF$, 请加以证明;
- (2) 试画一个图形(即反例), 说明(1)中命题的逆命题是假命题;
- (3) 对于(1)中命题的逆命题, 如果能补充一个条件后能使该逆命题为真命题, 请直接写出你认为需要补充的一个条件, 不必说明理由.

解析: (1) 利用正方形的性质证明 $\triangle DGF \cong \triangle BEF$ 即可;

(2) 当 $\alpha = 180^\circ$ 时, $DF = BF$.

(3) 利用正方形的性质和 $\triangle DGF \cong \triangle BEF$ 的性质即可证得是真命题.

答案: (1) 如图 1, \because 四边形 ABCD 和四边形 AEF G 为正方形,

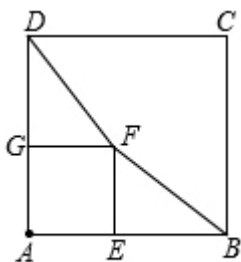


图1

$\therefore AG = AE, AD = AB, GF = EF, \angle DGF = \angle BEF = 90^\circ, \therefore DG = BE$,
 在 $\triangle DGF$ 和 $\triangle BEF$ 中,

$$\begin{cases} DG = BE, \\ \angle DGF = \angle BEF, \therefore \triangle DGF \cong \triangle BEF \text{ (SAS)}, \therefore DF = BF; \\ GF = EF, \end{cases}$$

(2) 图形(即反例)如图 2,

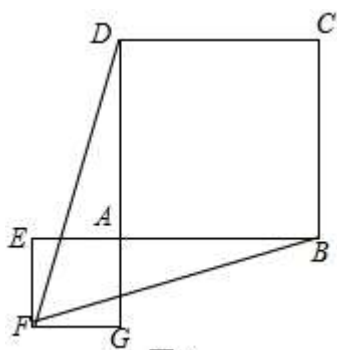
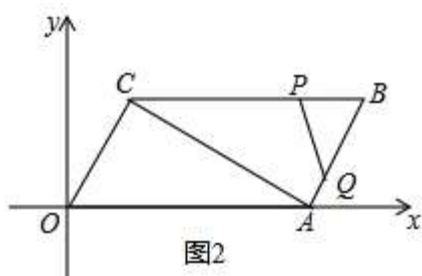
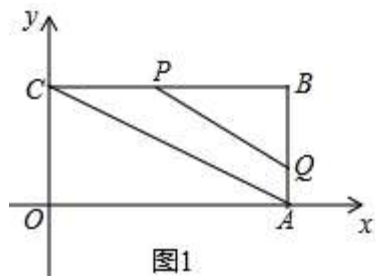


图2

(3) 补充一个条件为：点 F 在正方形 ABCD 内；
 即：若点 F 在正方形 ABCD 内，DF=BF，则旋转角 $\alpha=0^\circ$.

24. 在平面直角坐标系中，O 为原点，四边形 OABC 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上，OA=4，OC=2，点 P，点 Q 分别是边 BC，边 AB 上的点，连结 AC，PQ，点 B₁ 是点 B 关于 PQ 的对称点.



(1) 若四边形 PABC 为矩形，如图 1，

- ①求点 B 的坐标；
- ②若 BQ:BP=1:2，且点 B₁ 落在 OA 上，求点 B₁ 的坐标；

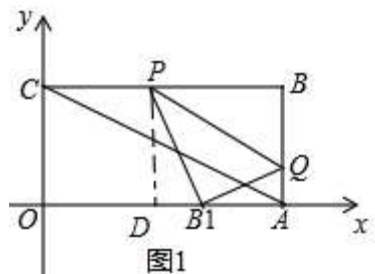
(2) 若四边形 OABC 为平行四边形，如图 2，且 $OC \perp AC$ ，过点 B₁ 作 B₁F // x 轴，与对角线 AC、边 OC 分别交于点 E、点 F. 若 B₁E: B₁F=1:3，点 B₁ 的横坐标为 m，求点 B₁ 的纵坐标，并直接写出 m 的取值范围.

解析：(1) ①根据 OA=4，OC=2，可得点 B 的坐标；②利用相似三角形的判定和性质得出点的坐标；

(2) 根据平行四边形的性质，且分点在线段 EF 的延长线和线段上两种情况进行分析解答.

答案：(1) $\because OA=4, OC=2, \therefore$ 点 B 的坐标为 (4, 2)；

②如图 1，过点 P 作 $PD \perp OA$ ，垂足为点 D，



$\because BQ:BP=1:2$ ，点 B 关于 PQ 的对称点为 B₁， $\therefore B_1Q: B_1P=1:2$ ，
 $\because \angle PDB_1 = \angle PB_1Q = \angle B_1AQ = 90^\circ$ ， $\therefore \angle PB_1D = \angle B_1QA$ ， $\therefore \triangle PB_1D \sim \triangle B_1QA$ ，

$$\therefore \frac{PD}{AB_1} = \frac{PB_1}{B_1Q} = 2, \therefore B_1A=1, \therefore OB_1=3, \text{ 即点 } B_1(3, 0);$$

(2) \because 四边形 OABC 为平行四边形，OA=4，OC=2，且 $OC \perp AC$ ， $\therefore \angle OAC=30^\circ$ ， \therefore 点 C(1, $\sqrt{3}$)，

$\because B_1E: B_1F=1:3$ ， \therefore 点 B₁ 不与点 E，F 重合，也不在线段 EF 的延长线上，

①当点 B₁ 在线段 FE 的延长线上时，如图 2，延长 B₁F 与 y 轴交于点 G，点 B₁ 的横坐标为 m，
 $B_1F \parallel x$ 轴， $B_1E: B_1F=1:3$ ， $\therefore B_1G=m$ ，

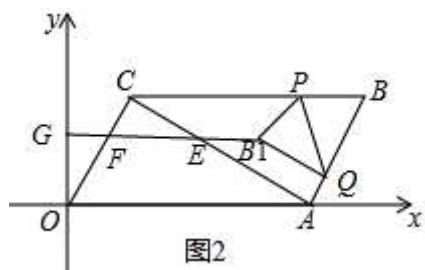


图2

设 $OG=a$, 则 $GF=\frac{\sqrt{3}}{3}a$, $OF=\frac{2\sqrt{3}}{3}a$, $\therefore CF=2-\frac{2\sqrt{3}}{3}a$, $\therefore EF=4-\frac{4\sqrt{3}}{3}a$, $B_1E=2-\frac{2\sqrt{3}}{3}a$,

$$\therefore B_1G=B_1E+EF+FG=(2-\frac{2\sqrt{3}}{3}a)+(4-\frac{4\sqrt{3}}{3}a)+\frac{\sqrt{3}}{3}a=m,$$

$$\therefore a=-\frac{\sqrt{3}}{5}m+\frac{6\sqrt{3}}{5}, \text{ 即 } B_1 \text{ 的纵坐标为 } -\frac{\sqrt{3}}{5}m+\frac{6\sqrt{3}}{5},$$

m 的取值范围是 $\frac{17}{7} \leq m \leq 1+\frac{10}{7}\sqrt{7}$;

②当点 B_1 在线段 EF (除点 E, F) 上时, 如图 3, 延长 B_1F 与 y 轴交于点 G , 点 B_1 的横坐标为 m , $F \parallel x$ 轴, $B_1E: B_1F=1:3$, $\therefore B_1G=m$,

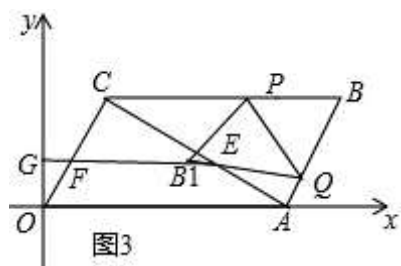


图3

设 $OG=a$, 则 $GF=\frac{\sqrt{3}}{3}a$, $OF=\frac{2\sqrt{3}}{3}a$, $\therefore CF=2-\frac{2\sqrt{3}}{3}a$,

$$\therefore FE=4-\frac{4\sqrt{3}}{3}a, B_1F=\frac{3}{4}EF=3-\sqrt{3}a, \therefore B_1G=B_1F-FG=(3-\sqrt{3}a)+\frac{\sqrt{3}}{3}a=m,$$

$$\therefore a=-\frac{\sqrt{3}}{2}m+\frac{3}{2}\sqrt{3}, \text{ 即点 } B_1 \text{ 的纵坐标为 } -\frac{\sqrt{3}}{2}m+\frac{3}{2}\sqrt{3},$$

故 m 的取值范围是 $\frac{15}{7} \leq m \leq 3$.