2018年湖南省岳阳市高考二模数学文

一、选择题(本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.)

1.已知集合A={1，10，$\frac{1}{10}$}，B={y|y=lgx，x∈A}，则A∩B=(　)

A.{$\frac{1}{10}$}

B.{10}

C.{1}

D.∅

解析：将集合A中的元素代入集合B中的函数y=lgx中，求出可对应y的值，确定出集合B，找出两集合的公共元素，即可求出两集合的交集.

将x=1代入得：y=lg1=0；将x=10代入得：y=lg10=1；将x=$\frac{1}{10}$代入得：y=lg$\frac{1}{10}$=-1，

∴集合B={0，-1，1}，又A={1，10，$\frac{1}{10}$}，

则A∩B={1}.

答案：C

2.已知i是虚数单位，复数$\frac{10i}{1-2i}$的虚部为(　)

A.-2

B.2

C.-2i

D.2i

解析：求复数$\frac{10i}{1-2i}$的虚部，首先把该复数分子分母同时乘以分母的共轭复数，化为实部加虚部乘以i的形式，则虚部可求.

$$\frac{10i}{1-2i}=\frac{10i(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}=\frac{-20+10i}{5}=-4+2i,$$

所以复数$\frac{10i}{1-2i}$的虚部为2.

答案：B

3.设x、y满足约束条件$\begin{cases}x-y+1\geq 0\\ x+y-1\geq 0\\ x\leq 3\end{cases}$，则z=2x-3y的最小值是(　)

A.-7

B.-6

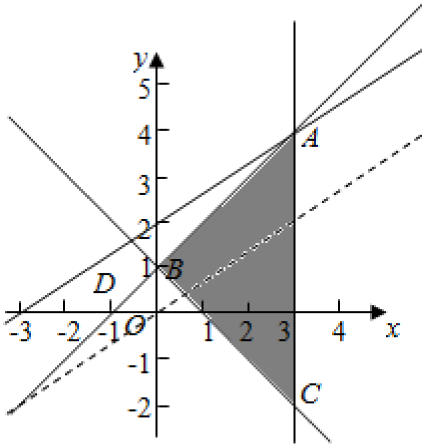
C. -5

D. -3

解析：作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，求出最优解即可求最小值.

由 z=2x-3y 得 $y=\frac{2}{3}x-\frac{z}{3}$，

作出不等式组对应的平面区域如图(阴影部分 ABC)：



平移直线 $y=\frac{2}{3}x-\frac{z}{3}$，由图象可知当直线 $y=\frac{2}{3}x-\frac{z}{3}$，过点 A 时，直线 $y=\frac{2}{3}x-\frac{z}{3}$ 截距最大，此时 z 最小，

由 $\begin{cases} x=3 \\ x-y+1=0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$，即 A(3，4)，

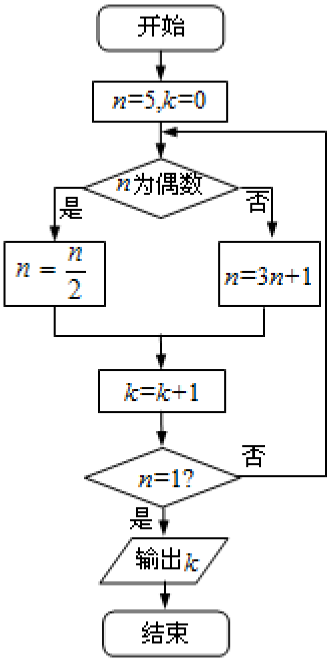
代入目标函数 z=2x-3y，

得 z=2×3-3×4=6-12=-6.

∴目标函数 z=2x-3y 的最小值是-6.

答案：B

4.若程序框图如图所示，则该程序运行后输出 k 的值是( )

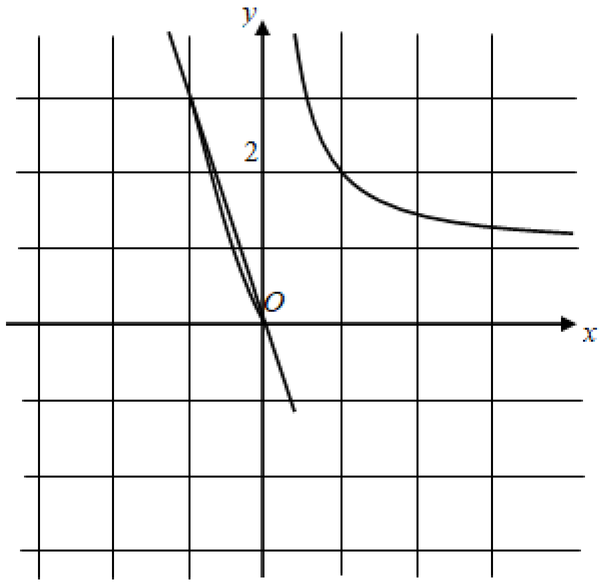


A. 5
B. 6
C. 7
D. 8
解析：根据所给数值判定是否满足判断框中的条件，然后执行循环语句，一旦不满足条件就退出循环，执行语句输出 k，从而到结论.
当输入的值为 n=5 时，
n 不满足第一判断框中的条件，n=16，k=1，n 不满足第二判断框中的条件，
n 满足第一判断框中的条件，n=8，k=2，n 不满足第二判断框中的条件，
n 满足第一判断框中的条件，n=4，k=3，n 不满足第二判断框中的条件，
n 满足第一判断框中的条件，n=2，k=4，n 不满足第二判断框中的条件，
n 满足第一判断框中的条件，n=1，k=5，n 满足第二判断框中的条件，
退出循环，
即输出的结果为 k=5.
答案：A

5. 已知函数 f(x)= $\begin{cases} x^2-2x, & x\le 0 \\ 1+\dfrac{1}{x}, & x>0 \end{cases}$ 则函数 y=f(x)+3x 的零点个数是(　)
A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
解析：画出函数 y=f(x)与 y=-3x 的图象，判断函数的零点个数即可.

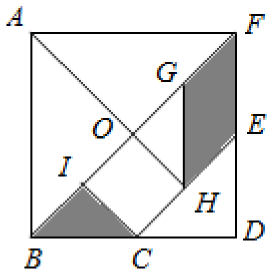
函数 f(x)=$\begin{cases} x^2-2x, & x\le 0 \\ 1+\dfrac{1}{x}, & x>0 \end{cases}$，

函数 y=f(x)+3x 的零点个数，
就是函数 y=f(x)与 y=-3x
两个函数的图象的交点个数：
如图：



由函数的图象可知，零点个数为 2 个.
答案：C

6.七巧板是我们祖先的一项创造，被誉为“东方魔板”，它是由五块等腰直角三角形(两块全等的小三角形、一块中三角形和两块全等的大三角形)、一块正方形和一块平行四边形组成的.如图是一个用七巧板拼成的正方形中任取一点，则此点取自黑色部分的概率是(　)



A. $\dfrac{3}{16}$

B. $\dfrac{3}{8}$

C. $\dfrac{1}{4}$

D. $\dfrac{1}{8}$

解析：设边长 AB=2，求出△BCI 和平行四边形 EFGH 的面积，计算对应的面积比即可.

设 AB=2，则 BC=CD=DE=EF=1，

∴ $S_{\triangle BCI}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{4}$，

$S_{平行四边形EFGH}=2S_{\triangle BCI}=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$，

∴所求的概率为

$$P=\frac{S_{\triangle BCI}+S_{平行四边形EFGH}}{S_{正方形ABCD}}=\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{2\times 2}=\frac{3}{16}.$$

答案：A

7.“直线 m 与平面α 内无数条直线平行”是“直线 m∥平面α ”的( )

A.充要条件

B.充分不必要条件

C.必要不充分条件

D.既不充分也不必要条件

解析：利用线面平行的判定定理性质定理、充分必要条件即可判断出结论.

由“直线 m∥平面α ”，可得“直线 m 与平面α 内无数条直线平行”，反之不成立.

∴“直线 m 与平面α 内无数条直线平行”是“直线 m∥平面α ”的必要不充分条件.

答案：C

8.若将函数 y=sin2x 的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，则平移后图象的对称轴方程为( )

A. $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}$ (k∈Z)

B. $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{2}$ (k∈Z)

C. $x=\frac{k\pi}{2}$ (k∈Z)

D. $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$ (k∈Z)

解析：利用函数 y=Asin(ωx+φ)的图象变换规律，正弦函数的图象的对称性，得出结论.

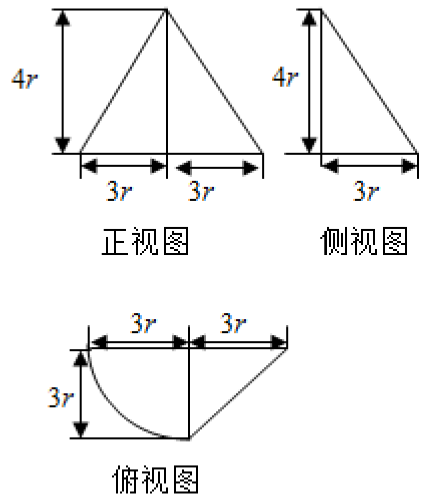
将函数 y=sin2x 的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，则平移后图象对应的函数解析式为 y=sin(2x+$\frac{\pi}{3}$)，

令 $2x+\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，求得 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$，k∈Z，故所得图象的对称轴方程为 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$，k∈Z.

答案：D

9.已知一个简单几何的三视图如图所示，若该几何体的体积为 24π+48，则该几何体的表面

积为( )



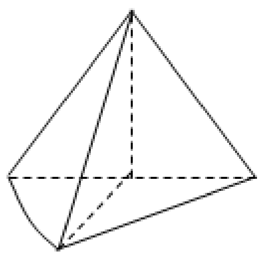
A. 24π +48

B. 24π +90+6$\sqrt{41}$

C. 48π +48

D. 24π +66+6$\sqrt{41}$

解析：由题意，直观图为$\frac{1}{4}$圆锥与三棱锥的组合体，



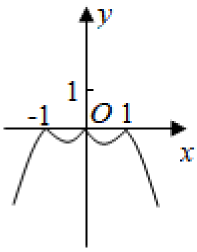
该几何体的体积为$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\pi\times 9r^{2}\times 4r+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 3r\times 3r\times 4r=24\pi+48$，∴r=2，

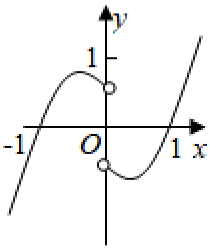
∴ 该 几 何 体 的 表 面 积 为

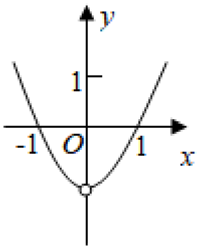
$\frac{1}{2}\times 1 \quad 2\times \sqrt{2}\frac{1}{2}\ \sqrt{8}+\quad -\pi \quad \times 6-\frac{1}{4}\quad \times\frac{}{4}\ 8\quad \pi\ \frac{1}{2}{2}+\quad \sqrt{31}$.

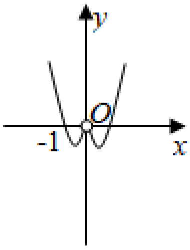
答案：D

10. 函数 $y=\frac{x^{2}\ln|x|}{|x|}$ 的图象大致是( )

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：根据掌握函数的奇偶性和函数的单调性即可判断.

当 x＞0 时，y=xlnx，y′=1+lnx，

即 0＜x＜$\frac{1}{e}$时，函数 y 单调递减，当 x＞$\frac{1}{e}$，函数 y 单调递增，

因为函数 y 为偶函数.

答案：D

11.在 1 和 17 之间插入 n 个数，使这 n+2 个数成等差数列，若这 n 个数中第一个为 a，第 n 个为 b，当$\frac{1}{a}+\frac{25}{b}$取最小值时，n=(　)

A.4

B.5

C.6

D.7

解析：利用等差数列的性质可得 a+b=18，再利用“乘 1 法”与基本不等式的性质即可得出.

由已知得 a+b=1+17=18，

则$\frac{1}{a}+\frac{25}{b}=\left(\frac{1}{a}+\frac{25}{b}\right)\times\frac{a+b}{18}=\frac{1}{18}\left(25+1+\frac{25a}{b}+\frac{b}{a}\right)\geq\frac{1}{18}(26+10)=2$，

当且仅当 b=5a 时取等号，此时 a=3，b=15，可得 n=7.

答案：D

12.已知函数$f(x)=\frac{\ln x-2ax}{x}$，若有且仅有一个整数 k，使得 f(k)＞1，则实数 a 的取值范围是(　)

A.(1，3]

B.[$\frac{1}{4}\ln 2-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{6}\ln 3-\frac{1}{2}$)

C.[$\frac{1}{2}\ln 2-1$，$\frac{1}{3}\ln 3-1$)

D.($\frac{1}{e}$-1，e-1]

解析：由$\frac{\ln x-2ax}{x}$＞1，得$2a+1<\frac{\ln x}{x}$，

令 g(x)=$\frac{\ln x}{x}$，则 g′(x)=$\frac{1-\ln x}{x^2}$，

令 g′(x)＞0，解得：0＜x＜e，

令 g′(x)＜0，解得：x＞e，

故 g(x)在(0，e)递增，在(e，+∞)递减，

而 g(2)=$\frac{\ln 2}{2}$≈0.345，g(3)=$\frac{\ln 3}{3}$≈0.366，

故 g(3)＞g(2)，

故 g(2)≤2a+1＜g(3)，

故$\frac{1}{4}\ln 2-\frac{1}{2}\leq a<\frac{1}{6}\ln 3-\frac{1}{2}$.

答案：B

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，将正确答案填在答题卡的横线上)

13.若数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_2=\frac{1}{2}$，$a_{n+1}^2=a_n\cdot a_{n+2}$(n∈N*)，则数列$\{a_n\}$的前 n 项和$S_n=$______.

解析：利用等比数列的定义、求和公式即可得出.

∵数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_2=\frac{1}{2}$，$a_{n+1}^2=a_n\cdot a_{n+2}$(n∈N*)，

∴数列$\{a_n\}$是等比数列，公比$q=\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{2}$.

可得前 n 项和 $S_n=\dfrac{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n}{1-\dfrac{1}{2}}=2\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right]$.

答案：$2\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right]$

14.已知 f(x)=f(4-x)，当 x≤2 时，f(x)=e^x，f′(3)+f(3)=______.
解析：由 f(x)=f(4-x)可得，
函数 f(x)的图象关于直线 x=2 对称，
当 x≤2 时，f(x)=e^x，f′(x)=e^x，
∴f(3)=f(1)=e，
f′(3)=-f′(1)=-e，
故 f′(3)+f(3)=0.
答案：0

15.已知抛物线 y=ax^2(a＞0)的准线为 l，l 与双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 的两条渐近线分别交于 A，B 两点，若|AB|=4，则 a=______.

解析：抛物线 y=ax^2(a＞0)的准线 l：y=$-\dfrac{1}{4a}$，

双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 的两条渐近线分别为 y=$\dfrac{1}{2}$x，y=$-\dfrac{1}{2}$x，

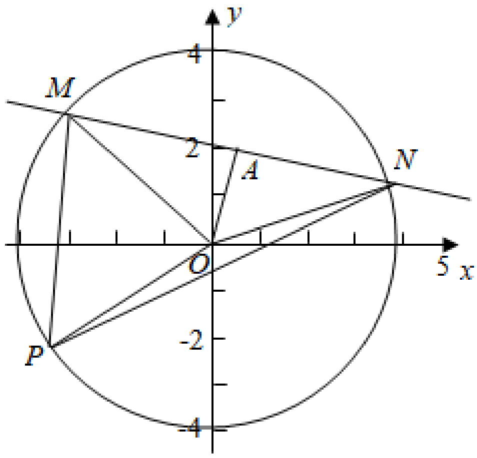
可得 $x_A=-\dfrac{1}{2a}$，$x_B=\dfrac{1}{2a}$，可得|AB|=$\dfrac{1}{2a}-\left(-\dfrac{1}{2a}\right)$=4，则 a=$\dfrac{1}{4}$.

答案：$\dfrac{1}{4}$

16.直线 ax+by+c=0 与圆 O：$x^2+y^2=16$ 相交于两点 M、N，若 $c^2=a^2+b^2$，P 为圆 O 上任意一点，则 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的取值范围是______.

解析：取 MN 的中点 A，连接 OA，则 OA⊥MN.由点到直线的距离公式算出 OA=1，从而在 Rt△AON 中，得到 cos∠AON=$\dfrac{1}{4}$，得 cos∠MON=$-\dfrac{7}{8}$，最后根据向量数量积的公式即可算出 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}$ 的值，运用向量的加减运算和向量数量积的定义，可得 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$=2-8cos∠AOP，考虑 $\overrightarrow{OP}$，$\overrightarrow{OA}$ 同向和反向，可得最值，即可得到所求范围.

取 MN 的中点 A，连接 OA，则 OA⊥MN，



∵$c^2=a^2+b^2$,

∴O 点到直线 MN 的距离 $OA=\frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=1$,

$x^2+y^2=16$ 的半径 r=4,

∴Rt△AON 中，设∠AON=θ ，得 $\cos\theta=\frac{OA}{ON}=\frac{1}{4}$,

$\cos\angle MON=\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1=\frac{1}{8}-1=-\frac{7}{8}$,

由此可得，$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=|\overrightarrow{OM}|\cdot|\overrightarrow{ON}|\cos\angle MON=4\times4\times\left(-\frac{7}{8}\right)=-14$,

则 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=\left(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OP}\right)\cdot\left(\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OP}\right)=\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OP}^2-\overrightarrow{OP}\cdot\left(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON}\right)$

$=-14+16-2\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}=2-2|\overrightarrow{OP}|\cdot|\overrightarrow{OA}|\cos\angle AOP=2-8\cos\angle AOP$,

当 $\overrightarrow{OP}$ ， $\overrightarrow{OA}$ 同向时，取得最小值且为 2-8=-6，

当 $\overrightarrow{OP}$ ， $\overrightarrow{OA}$ 反向时，取得最大值且为 2+8=10.

则 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的取值范围是[-6，10].

答案：[-6，10]

三、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分，第 17~21 题为必考题，每小题 12 分，第 22、23 题为选考题，有 10 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin^2 x+\sin x\cos x$.

(1)求函数 f(x)的最小正周期.

解析：(1)利用三角恒等变换化简函数的解析式，利用三角函数的周期公式即可得解.

答案：(1) ∵

$$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin^2 x+\sin x\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}\sin 2x=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2},$$

∴函数 f(x)的最小正周期 T=$\frac{2\pi}{2}$=π.

(2)已知△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $f\left(\frac{A}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，a=4，b+c=5，求△ABC 的面积.

解析：(2)由 $f\left(\frac{A}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 求得 A 的值，利用余弦定理求得 bc 的值，可得△ABC 的面积 S=$\frac{1}{2}$bc•sinA 的值.

答案：(2)∵ $f\left(\frac{A}{2}\right)=\sin\left(A-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

∴ $\sin\left(A-\frac{\pi}{3}\right)=0$,

∴A−$\frac{\pi}{3}$=0，

∴A=$\frac{\pi}{3}$，

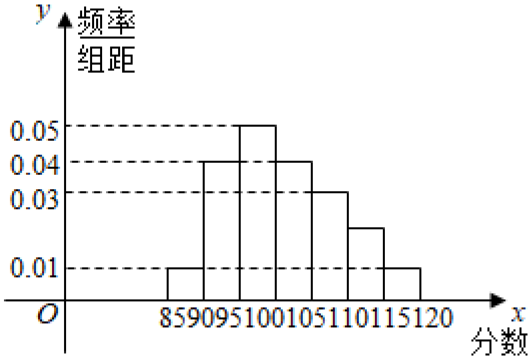
又∵a=4，b+c=5，

∴$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A=(b+c)^2-3bc=25-3bc=16$，

∴bc=3，

∴△ABC 的面积 $S=\frac{1}{2}bc\cdot\sin A=\frac{1}{2}\times 3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

18.某校高二奥赛班 N 名学生的物理测评成绩(满分 120 分)分布直方图如图，已知分数在 100-110 的学生数有 21 人.



(1)求总人数 N 和分数在 110-115 分的人数 n.

解析：(1)求出该班总人数、分数在 110-115 内的学生的频率，即可得出分数在 110-115 内的人数.
答案：(1)分数在 100-110 内的学生的频率为 P1=(0.04+0.03)×5=0.35，

所以该班总人数为 N=$\frac{21}{0.35}$=60，

分数在 110-115 内的学生的频率为 P_2=1-(0.01+0.04+0.05+0.04+0.03+0.01)×5=0.1，分数在 110-115 内的人数 n=60×0.1=6.

(2)现准备从分数在 110-115 的 n 名学生(女生占$\frac{1}{3}$)中任选 2 人，求其中恰好含有一名女生的概率.
解析：(2)利用列举法确定基本事件的个数，即可求出其中恰好含有一名女生的概率.
答案：(2)由题意分数在 110-115 内有 6 名学生，其中女生有 2 名，
设男生为 A_1，A_2，A_3，A_4，女生为 B_1，B_2，
从 6 名学生中选出 3 人的基本事件为：
(A_1，A_2)，(A_1，A_3)，(A_1，A_4)，(A_1，B_1)，(A_1，B_2)，
(A_2，A_3)，(A_2，A_4)，(A_2，B_1)，(A_2，B_2)，(A_3，A_4)，
(A_3，B_1)，(A_3，B_2)，(A_4，B_1)，(A_4，B_2)，(B_1，B_2)共 15 个.
其中恰 好含有一名女生的基本事件为
(A_1，B_1)，(A_1，B_2)，(A_2，B_2)，(A_2，B_1)，(A_3，B_1)，
(A_3，B_2)，(A_4，B_1)，(A_4，B_2)，共 8 个，

所以所求的概率为 P=$\frac{8}{15}$.

(3)为了分析某个学生的学习状态，对其下一阶段的学生提供指导性建议，对他前 7 次考试的数学成绩 x(满分 150 分)，物理成绩 y 进行分析，下面是该生 7 次考试的成绩.

数学	88	83	117	92	108	100	112
物理	94	91	108	96	104	101	106

已知该生的物理成绩 y 与数学成绩 x 是线性相关的，求出 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$.

若该生的数学成绩达到 130 分，请你估计他的物理成绩大约是多少？

(参考公式：$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$)

解析：(3)分别求出回归学生的值，代入从而求出线性回归方程，将 x=130 代入，从而求出 y 的值.

答案：(3) $\overline{x}$=100，$\overline{y}$=100；

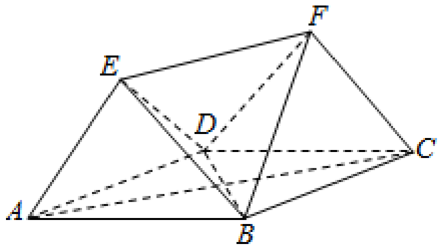
由于 x 与 y 之间具有线性相关关系，根据回归系数公式得到

$\hat{b}=\frac{497}{994}=0.5$，$\hat{a}$=100-0.5×100=50，

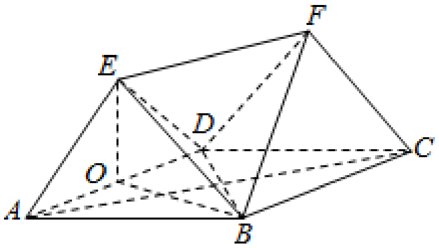
∴线性回归方程为$\hat{y}$=0.5x+50，

∴当 x=130 时，$\hat{y}$=115.

19.如图，多面体 ABCDEF 中，四边形 ABCD 为菱形，且∠DAB=60°，EF∥AC，AD=2，EA=ED=EF=$\sqrt{3}$.



(1)求证：AD⊥BE.
解析：(1)取 AD 中点 O，连结 EO，BO.证明 EO⊥AD.BO⊥AD.说明 AD⊥平面 BEO，即可证明 AD⊥BE.
答案：(1)如图，取 AD 中点 O，连结 EO，BO.



∵EA=ED，∴EO⊥AD.
∵四边形 ABCD 为菱形，
∴AB=AD，
又∠DAB=60°，∴△ABD 为等边三角形，∴BA=BD，
∴BO⊥AD.
∵BO∩EO=O，BO⊂平面 BEO，EO⊂平面 BEO，∴AD⊥平面 BEO，
∵BE⊂平面 BEO，∴AD⊥BE.

(2)若 BE=$\sqrt{5}$，求三棱锥 F-BCD 的体积.

解析：(2)解法一：证明 EO⊥OB，然后证明 EO⊥平面 ABCD.通过 $V_{F-BCD}=V_{E-BCD}$ 求解即可.
解法二：解法二：证明 EO⊥OB，利用 AD⊥平面 EOB，以及 $V_{F-BCD}=V_{E-BCD}=V_{E-ABD}$ 求解即可.

答案：(2)解法一：在△EAD 中，EA=ED=$\sqrt{3}$，AD=2，

$\therefore EO=\sqrt{AE^2-AO^2}=\sqrt{2}$，

∵△ABD 为等边三角形，∴AB=BD=AD=2，∴BO=$\sqrt{3}$.

又 BE=$\sqrt{5}$，∴$EO^2+OB^2=BE^2$，∴EO⊥OB，

∵AD∩OB=O，AD⊂平面 ABCD，BO⊂平面 ABCD，
∴EO⊥平面 ABCD.

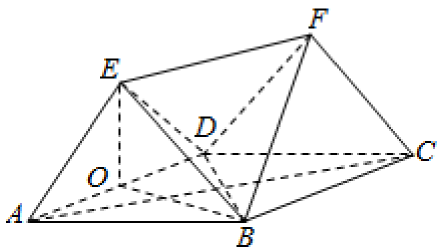
又 $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\cdot AD\cdot OB=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$，

∴$S_{\triangle BCD}=S_{\triangle ABD}=\sqrt{3}$.

又∵EF∥AC，

∴$V_{F-BCD}=V_{E-BCD}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCD}\cdot EO=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

解法二：在△EAD 中，EA=ED=$\sqrt{3}$，AD=2，



∴ $EO=\sqrt{AE^2-AO^2}=\sqrt{2}$，

∵△ABD 为等边三角形，

∴AB=BD=AD=2，∴BO=$\sqrt{3}$.

又 BE=$\sqrt{5}$，∴$EO^2+OB^2=BE^2$，∴EO⊥OB，

所以 $S_{\triangle EOB}=\frac{1}{2}\cdot EO\cdot OB=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

又 $S_{\triangle BCD}=S_{\triangle ABD}$，EF∥AC，AD⊥平面 EOB，

∴$V_{F-BCD}=V_{E-BCD}=V_{E-ABD}=\frac{1}{3}S_{\triangle EOB}\cdot AD=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{6}}{2}\times 2=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

20.如图，A，B 是椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$长轴的两个端点，P，Q 是椭圆 C 上都不与 A，B 重合的两点，记直线 BQ，AQ，AP 的斜率分别是 kBQ，kAQ，kAP.

(1)求证：$k_{BQ}\cdot k_{AQ}=-\frac{1}{4}$.

解析：(1)设 Q(x_1，y_1)，由题意方程求出 A，B 的坐标，代入斜率公式即可证明 $k_{BQ}\cdot k_{AQ}=-\frac{1}{4}$.

答案：(1)证明：设 Q(x_1，y_1)，

由椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，得 B(-2，0)，A(2，0)，

$$\therefore k_{BQ} g k_{AQ}=\frac{y_1}{x_1+2} g \frac{y_1}{x_1-2}=\frac{y_1^{\,2}}{x_1^{\,2}-4}=\frac{1-\frac{x_1^{\,2}}{4}}{x_1^{\,2}-4}=-\frac{1}{4}.$$

(2)若 $k_{AP}=4k_{BQ}$，求证：直线 PQ 恒过定点，并求出定点坐标.

解析：(2)由(1)结合 $k_{AP}=4k_{BQ}$，可得 $k_{AP}\cdot k_{AQ}=-1$，设 P(x_2，y_2)，直线 PQ：x=ty+m，联立直线方程与椭圆方程，利用根与系数的关系及 $k_{AP}\cdot k_{AQ}=-1$ 列式求得 m 值，则可证明直线 PQ 恒过定点，并求出定点坐标.

答案：(2)由(1)知：$k_{BQ}=\frac{1}{4}k_{BQ}\Rightarrow \frac{1}{4}k_{AP} g k_{AQ}=-\frac{1}{4}\Rightarrow$ $k_{AP}\cdot k_{AQ}=-1$.

设 P(x_2，y_2)，直线 PQ：x=ty+m，

代入 $x^2+4y^2=4$，得 $(t^2+4)y^2+2mty+m^2-4=0$，

$$\therefore y_1+y_2=\frac{-2mt}{t^2+4},\quad y_1y_2=\frac{m^2-4}{t^2+4},$$

由 $k_{AP}\cdot k_{AQ}=-1$ 得：$(x_1-2)(x_2-2)+y_1y_2=0$，

$\therefore(t^2+1)y_1y_2+(m-2)t(y_1+y_2)+(m-2)^2=0$，

$\therefore(t^2+1)(m^2-4)+(m-2)t(-2mt)+(m-2)^2(t^2+4)=0$，

$\therefore 5m^2-16m+12=0$，解得 m=2 或 $m=\frac{6}{5}$.

$\because m\neq 2$，$\therefore m=\frac{6}{5}$，

∴直线 PQ：$x=ty+\frac{6}{5}$，恒过定点($\frac{6}{5}$，0).

21.已知函数 $f(x)=ax^2+\ln x+2$.

(1)若 a∈R，讨论函数 f(x)的单调性.

解析：(1)求出函数的导数，通过讨论 a 的范围，求出函数的单调区间即可.

答案：(1) $f'(x)=2ax+\frac{1}{x}=\frac{2ax^2+1}{x}$，(x＞0)，

a≥0 时，恒有 f′(x)＞0，f(x)在(0，+∞)递增，

a＜0 时，令 f′(x)＞0，即 $2ax^2+1>0$，解得：$0<x<\sqrt{-\frac{1}{2a}}$，

令 f′(x)＜0，即 $2ax^2+1<0$，解得：x＞$\sqrt{-\frac{1}{2a}}$，

综上，a≥0 时，f(x)在(0，+∞)递增，

a＜0 时，f(x)在(0，$\sqrt{-\frac{1}{2a}}$)递增，在($\sqrt{-\frac{1}{2a}}$，+∞)递减.

(2)曲线 $g(x)=f(x)-ax^2$ 与直线 l 交于 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，两点，其中 $x_1<x_2$，若直线 l 斜率为 k，求证：$x_1<\frac{1}{k}<x_2$.

解析：(2)问题等价于$1<\frac{\frac{x_2}{x_1}-1}{\ln\frac{x_2}{x_1}}<x_2x_1$，令 $t=\frac{x_2}{x_1}$，则 t＞1，问题转化为只需证 $1<\frac{t-1}{\ln t}<t$，根据函数的单调性证明即可.

答案：(2)证明：$k=\frac{g\left(x_2\right)-g\left(x_1\right)}{x_2-x_1}=\frac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}$，

要证 $x_1<\frac{1}{k}<x_2$，即证 $x_1<\frac{x_2-x_1}{\ln x_2-\ln x_1}<x_2$，

等价于$1<\frac{\frac{x_2}{x_1}-1}{\ln\frac{x_2}{x_1}}<x_2x_1$，

令 $t=\frac{x_2}{x_1}$，则 t＞1，只需证 $1<\frac{t-1}{\ln t}<t$，

由 t＞1 知 lnt＞0，故等价于 lnt＜t-1＜tlnt，

设φ(t)=t-1-lnt，则φ′(t)=1-$\frac{1}{t}$＞0，

所以φ(t)在(1，+∞)上单增，

所以φ(t)＞φ(1)=0，

即 t-1＞lnt 又设 h(t)=tlnt-(t-1)，

则 h′(t)=lnt＞0，

所以 h(t)在(1，+∞)上单增，

所以 h(t)＞h(1)=0，

即 tlnt＞t-1，

故 $x_1<\frac{1}{k}<x_2$.

请考生在22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.作答时请写清题号.

[选修4-4：坐标系与参数方程]

22.已知曲线C的极坐标方程是ρ=2cosθ，若以极点为平面直角坐标系的原点，极轴为x轴的正半轴，且取相同的单位长度建立平面直角坐标系，则直线l的参数方程是$\begin{cases} x=\frac{\sqrt{3}}{2}t+m \\ y=\frac{1}{2}t \end{cases}$(t为参数).

(1)求曲线C的直角坐标方程与直线l的普通方程.

解析：(1)由x=ρcosθ，y=ρsinθ，$x^2+y^2=\rho^2$，可得曲线C的普通方程；运用代入法，可得直线l的普通方程.

答案：(1)由x=ρcosθ，y=ρsinθ，$x^2+y^2=\rho^2$，

曲线C的极坐标方程是ρ=2cosθ，即为$\rho^2=2\rho\cos\theta$，

即有$x^2+y^2=2x$，即圆$(x-1)^2+y^2=1$；

由直线l的参数方程是$\begin{cases} x=\frac{\sqrt{3}}{2}t+m \\ y=\frac{1}{2}t \end{cases}$(t为参数)，

可得$x-\sqrt{3}y-m=0$.

(2)设点P(m，0)，若直线l与曲线C交于A，B两点，且|PA|•|PB|=1，求非负实数m的值.

解析：(2)将直线l的参数方程代入曲线的普通方程，运用判别式大于0，韦达定理，结合参数的几何意义，解方程，即可得到所求m的值.

答案：(2)将$\begin{cases} x=\frac{\sqrt{3}}{2}t+m \\ y=\frac{1}{2}t \end{cases}$代入圆$(x-1)^2+y^2=1$，

可得$t^2+\sqrt{3}(m-1)t+m^2-2m=0$，

由$\triangle=3(m-1)^2-4(m^2-2m)>0$，可得$-1<m<3$，

由m为非负数，可得$0\leqslant m<3$.

设t_1，t_2是方程的两根，可得$t_1t_2=m^2-2m$，

|PA|•|PB|=1，可得$|m^2-2m|=1$，

解得m=1或$1\pm\sqrt{2}$，

由$0\leqslant m<3$.可得m=1或$1+\sqrt{2}$.

[选修 4-5：不等式选讲]

23. 已知函数 f(x)=|2x+2|-|2x-2|，x∈R.

(1)求不等式 f(x)≤3 的解集.

解析：(1)通过讨论 x 的范围，得到关于 x 的不等式组，求出不等式的解集即可.

答案：(1)原不等式等价于$\begin{cases} x<-1 \\ -4\le 3 \end{cases}$或$\begin{cases} -1\le x\le 1 \\ 4x\le 3 \end{cases}$或$\begin{cases} x>1 \\ 4\le 3 \end{cases}$，

解得：x<-1 或-1≤x≤$\frac{3}{4}$，

∴不等式 f(x)≤3 的解集为(-∞，$\frac{3}{4}$].

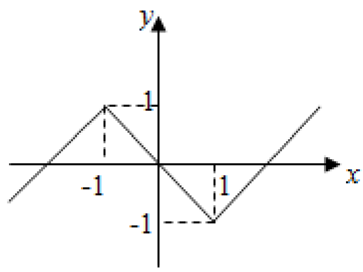
(2)若方程$\frac{f(x)}{2}+a=x$有三个实数根，求实数 a 的取值范围.

解析：(2)分离 a，得到 a=x+|x-1|-|x+1|，令 h(x)=x+|x-1|-|x+1|，结合函数的图象求出 a 的范围即可.

答案：(2)由方程$\frac{f(x)}{2}+a=x$可变形为 a=x+|x-1|-|x+1|，

令$h(x)=x+|x-1|-|x+1|=\begin{cases} x+2，x<-1 \\ -x,-1\le x\le 1 \\ x-2，x>1 \end{cases}$，

作出图象如下：



于是由题意可得-1<a<1.