2017年湖南省益阳市中考真题数学

一、选择题(本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1.下列四个实数中，最小的实数是(　　)

A.－2

B.2

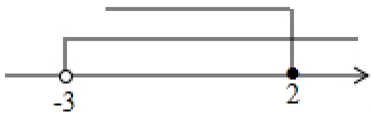
C.－4

D.－1

解析：∵－4＜－2＜－1＜2.

答案：C.

2.如图表示下列四个不等式组中其中一个的解集，这个不等式组是(　　)



A. $\begin{cases} x \ge 2 \\ x > -3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x \le 2 \\ x < -3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x \ge 2 \\ x < -3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x \le 2 \\ x > -3 \end{cases}$

解析：∵－3处是空心圆点，且折线向右，2处是实心圆点，且折线向左，

∴这个不等式组的解集是－3＜x≤2.

答案：D.

3.下列性质中菱形不一定具有的性质是(　　)

A.对角线互相平分

B.对角线互相垂直

C.对角线相等

D.既是轴对称图形又是中心对称图形

解析：A、菱形的对角线互相平分，此选项正确；

B、菱形的对角线互相垂直，此选项正确；

C、菱形的对角线不一定相等，此选项错误；

D、菱形既是轴对称图形又是中心对称图形，此选项正确.

答案：C.

4.目前，世界上能制造出的最小晶体管的长度只有0.00000004m，将0.00000004用科学记数法表示为(　　)

A.4×10^{8}

B.4×10^{-8}

C.0.4×10^{8}

D.-4×10^{8}

解析：$0.00000004=4\times10^{-8}$.

答案：B.

5.下列各式化简后的结果为$3\sqrt{2}$的是(　　)

A. $\sqrt{6}$

B. $\sqrt{12}$

C. $\sqrt{18}$

D. $\sqrt{36}$

解析：A、$\sqrt{6}$不能化简；

B、$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，此选项错误；

C、$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$，此选项正确；

D、$\sqrt{36}$=6，此选项错误.

答案：C.

6.关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的两根为$x_1=1$，$x_2=-1$，那么下列结论一定成立的是(　　)

A. $b^2-4ac>0$

B. $b^2-4ac=0$

C. $b^2-4ac<0$

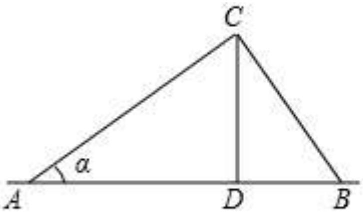
D. $b^2-4ac\leqslant 0$

解析：∵关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的两根为$x_1=1$，$x_2=-1$，

∴$b^2-4ac>0$.

答案：A

7.如图，电线杆CD的高度为h，两根拉线AC与BC相互垂直，∠CAB=α，则拉线BC的长度为(A、D、B在同一条直线上)（　　）



A. $\dfrac{h}{\sin\alpha}$

B. $\dfrac{h}{\cos\alpha}$

C. $\dfrac{h}{\tan\alpha}$

D. $h\cdot\cos\alpha$

解析：∵∠CAD+∠ACD=90°，∠ACD+∠BCD=90°，

∴∠CAD=∠BCD，

在Rt△BCD中，∵$\cos\angle BCD=\dfrac{CD}{BC}$，

∴$BC=\dfrac{CD}{\cos\angle BCD}=\dfrac{h}{\cos\alpha}$.

答案：B.

8.如图，空心卷筒纸的高度为12cm，外径(直径)为10cm，内径为4cm，在比例尺为1：4的三视图中，其主视图的面积是(　　)

A. $\dfrac{21\pi}{4}$ cm^2

B. $\dfrac{21\pi}{16}$ cm^2

C. 30cm^2

D. 7.5cm^2

解析：12×$\dfrac{1}{4}$=3(cm)

10×$\dfrac{1}{4}$=2.5(cm)

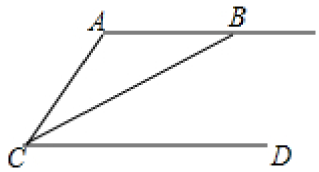
3×2.5=7.5(cm^2)

答：其主视图的面积是7.5cm^2.

答案：D.

二、填空题(本大题共6小题，每小题5分，共30分.把答案填在答题卡中对应题号后的横线上)

9.如图，AB∥CD，CB平分∠ACD.若∠BCD=28°，则∠A的度数为____.



解析：∵AB∥CD，

∴∠ABC=∠BCD=28°，

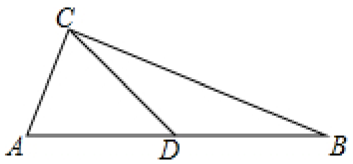
∵CB平分∠ACD，

∴∠ACB=∠BCD=28°，

∴∠A=180°－∠ABC－∠ACB=124°.

答案：124°.

10.如图，△ABC中，AC=5，BC=12，AB=13，CD是AB边上的中线.则CD=____.



解析：∵在△ABC中，AC=5，BC=12，AB=13，

∴$AC^2+BC^2=5^2+12^2=13^2=AB^2$，

∴△ABC为直角三角形，且∠ACB=90°，

∵CD是AB边上的中线，

∴CD=6.5.

答案：6.5.

11.代数式$\dfrac{\sqrt{3-2x}}{x-2}$有意义，则x的取值范围是____.

解析：由题意可知：$\begin{cases}3-2x\ge 0\\x-2\ne 0\end{cases}$

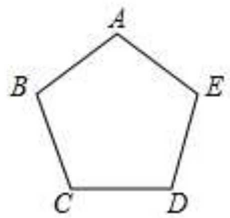
∴x≤$\dfrac{3}{2}$且 x≠2，

∴x 的取值范围为：x≤$\dfrac{3}{2}$

答案：$x\le\dfrac{3}{2}$

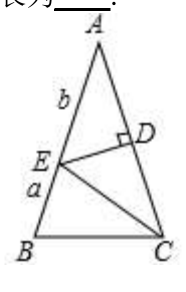
12.学习委员调查本班学生课外阅读情况，对学生喜爱的书籍进行分类统计，其中“古诗词类”的频数为 12 人，频率为 0.25，那么被调查的学生人数为____.
解析：设被调查的学生人数为 x 人，
则有$\dfrac{12}{x}$=0.25，
解得 x=48，
经检验 x=48 是方程的解.
答案：48

13.如图，多边形 ABCDE 的每个内角都相等，则每个内角的度数为____.



解析：∵五边形的内角和=(5﹣2)•180°=540°，
又∵五边形的每个内角都相等，
∴每个内角的度数=540°÷5=108°.
答案：108°.

14.如图，在△ABC 中，AB=AC，∠BAC=36°，DE 是线段 AC 的垂直平分线，若 BE=a，AE=b，则用含 a、b 的代数式表示△ABC 的周长为____.



解析：∵AB=AC，
BE=a，AE=b，
∴AC=AB=a+b，
∵DE 是线段 AC 的垂直平分线，
∴AE=CE=b，
∴∠ECA=∠BAC=36°，
∵∠BAC=36°，
∴∠ABC=∠ACB=72°，
∴∠BCE=∠ACB﹣∠ECA=36°，
∴∠BEC=180°﹣∠ABC﹣∠ECB=72°，

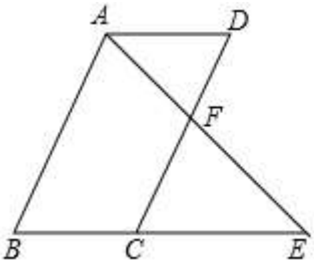
∴CE=BC=b，
∴△ABC 的周长为：AB+AC+BC=2a+3b
答案：2a+3b.

三、解答题(本大题 8 个小题，共 80 分)

15.计算：$|-4|-2\cos60°+(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{0}-(-3)^{2}$.
解析：根据实数运算法则、零指数幂和特殊三角形函数值得有关知识计算即可.
答案：原式$=4-2\times\frac{1}{2}+1-9$，
$=-5$.

16.先化简，再求值：$\frac{x^{2}+2x+1}{x+1}+\frac{x^{2}-1}{x-1}$，其中 x=－2.
解析：根据分式的运算法则先化简单，再代入求值即可.
答案：原式$=\frac{(x+1)^{2}}{x+1}+\frac{(x+1)(x-1)}{x-1}$
$=x+1+x+1=2x+2$.
当 x=－2 时，原式=－2.

17.如图，四边形 ABCD 为平行四边形，F 是 CD 的中点，连接 AF 并延长与 BC 的延长线交于点 E.求证：BC=CE.

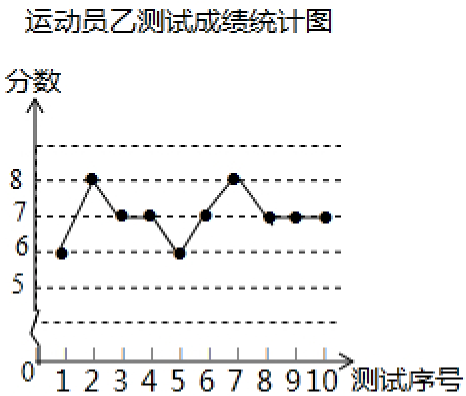


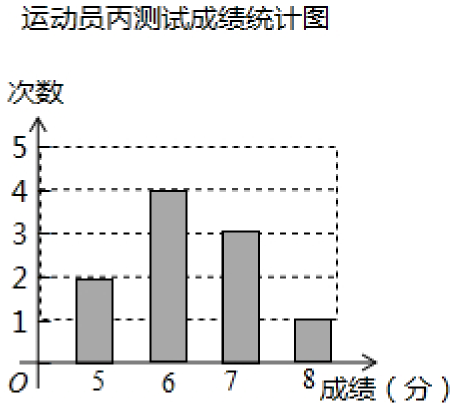
解析：根据平行四边形的对边平行且相等可得 AD=BC，AD∥BC，根据两直线平行，内错角相等可得∠DAF=∠E，∠ADF=∠ECF，根据线段中点的定义可得 DF=CF，然后利用“角角边”证明△ADF≌△ECF，根据全等三角形对应边相等可得 AD=CE，从而得证.
答案：如图，∵四边形 ABCD 是平行四边形，
∴AD=BC，AD∥BC，
∴∠DAF=∠E，∠ADF=∠ECF，
又∵F 是 CD 的中点，即 DF=CF，
∴△ADF≌△ECF，
∴AD=CE，
∴BC=CE.

18.垫球是排球队常规训练的重要项目之一.下列图表中的数据是甲、乙、丙三人每人十次垫球测试的成绩.测试规则为连续接球 10 个，每垫球到位 1 个记 1 分.

运动员甲测试成绩表

测试序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
成绩(分)	7	6	8	7	7	5	8	7	8	7





(1)写出运动员甲测试成绩的众数和中位数；
(2)在他们三人中选择一位垫球成绩优秀且较为稳定的接球能手作为自由人，你认为选谁更合适？为什么？(参考数据：三人成绩的方差分别为 $S_{甲}^2=0.8$、$S_{乙}^2=0.4$、$S_{丙}^2=0.8$)
(3)甲、乙、丙三人相互之间进行垫球练习，每个人的球都等可能的传给其他两人，球最先从甲手中传出，第三轮结束时球回到甲手中的概率是多少？(用树状图或列表法解答)
解析：(1)观察表格可知甲运动员测试成绩的众数和中位数都是(7 分)；
(2)易知 $\overline{x_{甲}}=7$ (分)，$\overline{x_{乙}}=7$ (分)，$\overline{x_{丙}}=6.3$ (分)，根据题意不难判断；
(3)画出树状图，即可解决问题；
答案：(1)甲运动员测试成绩的众数和中位数都是(7 分).
(2)∵ $\overline{x_{甲}}=7$ (分)，$\overline{x_{乙}}=7$ (分)，$\overline{x_{丙}}=6.3$ (分)，
∴ $\overline{x_{甲}}=\overline{x_{乙}}>\overline{x_{丙}}$，$S_{甲}^2>S_{乙}^2$
∴选乙运动员更合适.
(3)树状图如图所示，

第三轮结束时球回到甲手中的概率是 $p=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

19. 我市南县大力发展农村旅游事业，全力打造“洞庭之心湿地公园”，其中罗文村的“花海、涂鸦、美食”特色游享誉三湘，游人如织. 去年村民罗南洲抓住机遇，返乡创业，投入 20 万元创办农家乐(餐饮+住宿)，一年时间就收回投资的 80%，其中餐饮利润是住宿利润的 2 倍还多 1 万元.
(1)求去年该农家乐餐饮和住宿的利润各为多少万元？
(2)今年罗南洲把去年的餐饮利润全部用于继续投资，增设了土特产的实体店销售和网上销售项目. 他在接受记者采访时说：“我预计今年餐饮和住宿的利润比去年会有 10%的增长，加上土特产销售的利润，到年底除收回所有投资外，还将获得不少于 10 万元的纯利润.”请问今年土特产销售至少有多少万元的利润？
解析：(1)设去年餐饮利润为 x 万元，住宿利润为 y 万元，根据题意列出方程组，求出方程组的解即可得到结果；
(2)设今年土特产的利润为 m 万元，根据题意列出不等式，求出不等式的解集即可得到结果.
答案：(1)设去年餐饮利润 x 万元，住宿利润 y 万元，
依题意得：$\begin{cases} x+y=20\times 80\% \\ x=2y+1 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=11\\y=5\end{cases}$，

答：去年餐饮利润 11 万元，住宿利润 5 万元；

(2)设今年土特产利润 m 万元，

依题意得：16+16×(1+10%)+m－20－11≥10，

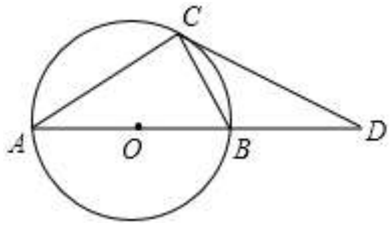
解之得，m≥7.4，

答：今年土特产销售至少有 7.4 万元的利润.

20.如图，AB 是⊙O 的直径，C 是⊙O 上一点，D 在 AB 的延长线上，且∠BCD=∠A.

(1)求证：CD 是⊙O 的切线；

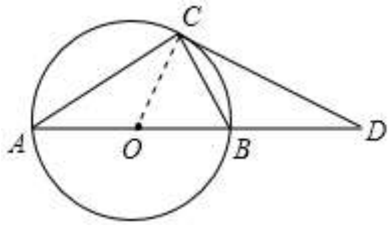
(2)若⊙O 的半径为 3，CD=4，求 BD 的长.



解析：(1)连接 OC，由 AB 是⊙O 的直径可得出∠ACB=90°，即∠ACO+∠OCB=90°，由等腰三角形的性质结合∠BCD=∠A，即可得出∠OCD=90°，即 CD 是⊙O 的切线；

(2)在 Rt△OCD 中，由勾股定理可求出 OD 的值，进而可得出 BD 的长.

答案：(1)证明：如图，连接 OC.



∵AB 是⊙O 的直径，C 是⊙O 上一点，

∴∠ACB=90°，即∠ACO+∠OCB=90°.

∵OA=OC，∠BCD=∠A，

∴∠ACO=∠A=∠BCD，

∴∠BCD+∠OCB=90°，即∠OCD=90°，

∴CD 是⊙O 的切线.

(2)在 Rt△OCD 中，∠OCD=90°，OC=3，CD=4，

∴OD=$\sqrt{OC^2+CD^2}$=5，

∴BD=OD－OB=5－3=2.

21.在平面直角坐标系中，将一点(横坐标与纵坐标不相等)的横坐标与纵坐标互换后得到的点叫这一点的“互换点”，如(－3，5)与(5，－3)是一对“互换点”.

(1)任意一对“互换点”能否都在一个反比例函数的图象上？为什么？

(2)M、N 是一对“互换点”，若点 M 的坐标为(m，n)，求直线 MN 的表达式(用含 m、n 的代数式表示)；

(3)在抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的图象上有一对“互换点”A、B，其中点 A 在反比例函数 $y=-\dfrac{2}{x}$ 的图象上，直线 AB 经过点 P($\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}$)，求此抛物线的表达式.

解析：(1)设这一对“互换点”的坐标为(a，b)和(b，a).①当 ab=0 时，它们不可能在反比例函数的图象上，②当 ab≠0 时，由 $b=\dfrac{k}{a}$ 可得 $a=\dfrac{k}{b}$，于是得到结论；

(2)把 M(m，n)，N(n，m)代入 y=cx+d，即可得到结论；

(3)设点 A(p，q)，则$q=-\frac{2}{p}$，由直线 AB 经过点 P($\frac{1}{2}$,$\frac{1}{2}$)，得到 p+q=1，得到 q=﹣1 或 q=2，将这一对“互换点”代入 $y=x^2+bx+c$ 得，于是得到结论.

答案：(1)不一定，

设这一对“互换点”的坐标为(a，b)和(b，a).

①当 ab=0 时，它们不可能在反比例函数的图象上，

②当 ab≠0 时，由$b=\frac{k}{a}$可得$a=\frac{k}{b}$，即(a，b)和(b，a)都在反比例函数$y=\frac{k}{x}$(k≠0)的图象上；

(2)由 M(m，n)得 N(n，m)，设直线 MN 的表达式为 y=cx+d(c≠0).

则有$\begin{cases} mc+d=n \\ nc+d=m \end{cases}$解得$\begin{cases} c=-1 \\ d=m+n \end{cases}$，

∴直线 MN 的表达式为 y=﹣x+m+n；

(3)设点 A(p，q)，则$q=-\frac{2}{p}$，

∵直线 AB 经过点 P($\frac{1}{2}$,$\frac{1}{2}$)，由(2)得$\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}+p+q$，

∴p+q=1，

∴$p-\frac{2}{p}=1$，

解并检验得：p=2 或 p=﹣1，

∴q=﹣1 或 q=2，

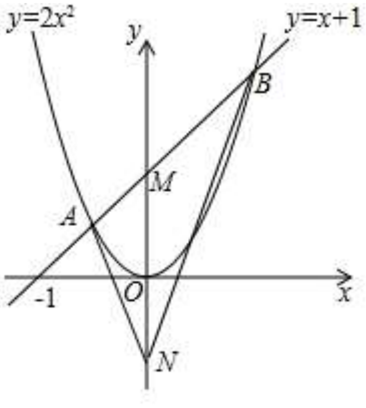
∴这一对“互换点”是(2，﹣1)和(﹣1，2)，

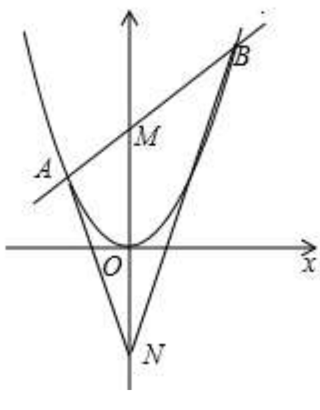
将这一对“互换点”代入 $y=x^2+bx+c$ 得，

∴$\begin{cases} 1-b+c=2 \\ 4+2b+c=-1 \end{cases}$解得$\begin{cases} b=-2 \\ c=-1 \end{cases}$，

∴此抛物线的表达式为 $y=x^2-2x-1$.

22.如图 1，直线 y=x+1 与抛物线 $y=2x^2$ 相交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 M，M、N 关于 x 轴对称，连接 AN、BN.





(1)①求 A、B 的坐标；②求证：∠ANM=∠BNM；

(2)如图 2，将题中直线 y=x+1 变为 y=kx+b(b＞0)，抛物线 $y=2x^2$ 变为 $y=ax^2$(a＞0)，其他条件不变，那么∠ANM=∠BNM 是否仍然成立？请说明理由.

解析：(1)①联立直线和抛物线解析式可求得 A、B 两点的坐标；②过 A 作 AC⊥y 轴于 C，过 B 作 BD⊥y 轴于 D，可分别求得∠ANM 和∠BNM 的正切值，可证得结论；
(2)当 k=0 时，由对称性可得出结论；当 k≠0 时，过 A 作 AE⊥y 轴于 E，过 B 作 BF⊥y 轴于 F，设 $A\left(x_1,\ a{x_1}^2\right)$、$B\left(x_2,\ a{x_2}^2\right)$，联立直线和抛物线解析式，消去 y，利用根与系数的关系，可求得 $\frac{NF}{BF}=\frac{NE}{AE}$，则可证明 Rt△AEN∽Rt△BFN，可得出结论.

答案：(1)①由已知得 $2x^2=x+1$，解得 $x=-\frac{1}{2}$ 或 x=1，

当 $x=-\frac{1}{2}$ 时，$y=\frac{1}{2}$，当 x=1 时，y=2，

∴A、B 两点的坐标分别为($-\frac{1}{2},\frac{1}{2}$)，(1，2)；

②如图 1，过 A 作 AC⊥y 轴于 C，过 B 作 BD⊥y 轴于 D，

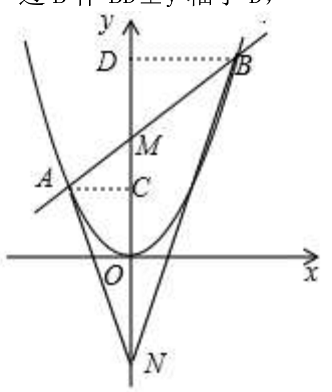


图1

由①及已知有 A($-\frac{1}{2},\frac{1}{2}$)，B(1，2)，且 OM=ON=1，

$$\therefore \tan\angle ANM=\frac{AC}{CN}=\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{1}{3},\ \tan\angle BNM=\frac{BD}{DN}=\frac{1}{1+2}=\frac{1}{3},$$

∴tan∠ANM=tan∠BNM，
∴∠ANM=∠BNM；

(2)∠ANM=∠BNM 成立，
①当 k=0，△ABN 是关于 y 轴的轴对称图形，
∴∠ANM=∠BNM；
②当 k≠0，根据题意得：OM=ON=b，设 $A\left(x_1,\ a{x_1}^2\right)$、$B\left(x_2,\ a{x_2}^2\right)$.
如图 2，过 A 作 AE⊥y 轴于 E，过 B 作 BF⊥y 轴于 F，

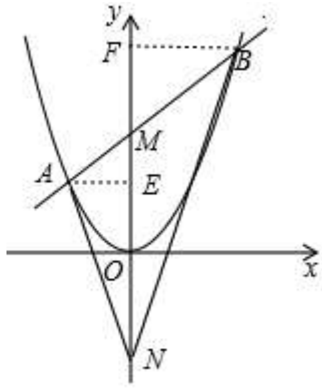


图2

由题意可知：ax²=kx+b，即 ax² - kx - b=0，

∴ $x_1+x_2=\frac{k}{a}$，$x_1x_2=-\frac{b}{a}$，

∵ $\frac{NF}{BF}-\frac{NE}{AE}=\frac{b+ax_2^{\ 2}}{x_2}-\frac{b+ax_1^{\ 2}}{-x_1}=\frac{bx_1+ax_1x_2^{\ 2}+bx_2+ax_2x_1^{\ 2}}{x_1x_2}=\frac{\left(x_1+x_2\right)\left(ax_1x_2+b\right)}{x_1x_2}$ = $\frac{\frac{k}{a}\left[a\cdot\left(-\frac{b}{a}\right)+b\right]}{\left(-\frac{b}{a}\right)}=0$，

∴ $\frac{NF}{BF}=\frac{NE}{AE}$，

∴Rt△AEN∽Rt△BFN，

∴∠ANM=∠BNM.