

一. 选择题(每小题3分, 共36分, 在每小题给出的四个选项中只有一个是符合要求的)

1. 下列图形中, 是轴对称图形的是( )



解析: A、不是轴对称图形, 故错误;

B、不是轴对称图形, 故错误;

C、是轴对称图形, 故正确;

D、不是轴对称图形, 故错误.

答案: C.

2. 下列实数中, 无理数是( )

A. -1

B.  $\frac{1}{2}$

C. 5

D.  $\sqrt{3}$

解析: -1,  $\frac{1}{2}$ , 5 是有理数, 只有  $\sqrt{3}$  是无理数.

答案: D

3. 计算  $(a^3)^2$  的结果是( )

A.  $a^9$

B.  $a^6$

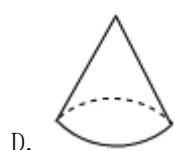
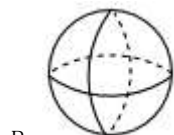
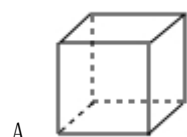
C.  $a^5$

D. a

解析: 根据幂的乘方法则: 幂的乘方, 底数不变指数相乘,  $(a^3)^2 = a^{3 \times 2} = a^6$ .

答案: B

4. 下列几何体中，主视图是圆的是( )



解析：A、正方体的主视图是正方形，故 A 错误；

B、球的主视图是圆，故 B 正确.

C、三棱柱的几何体是矩形，故 C 错误；

D、圆锥的主视图是等腰三角形，故 D 错误.

答案：B

5. 国家统计局 4 月 15 日发布数据，初步核算，2015 年一季度全国国内生产总值为 140667 亿元，其中数据 140667 用科学记数法表示为( )

A.  $1.40667 \times 10^5$

B.  $1.40667 \times 10^6$

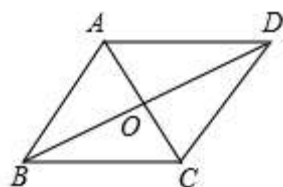
C.  $14.0667 \times 10^4$

D.  $0.140667 \times 10^6$

解析：140667 用科学记数法表示为  $1.40667 \times 10^5$ .

答案：A

6. 如图，要使  $\square ABCD$  成为菱形，则需添加的一个条件是( )



A.  $AC=AD$

B.  $BA=BC$

C.  $\angle ABC=90^\circ$

D.  $AC=BD$

解析：邻边相等的平行四边形为菱形. 要使  $\square ABCD$  成为菱形，则需添加的一个条件是  $BA=BC$ .

答案：B

7. 用配方法解方程  $x^2+10x+9=0$ ，配方后可得( )

A.  $(x+5)^2=16$

B.  $(x+5)^2=1$

C.  $(x+10)^2=91$

D.  $(x+10)^2=109$

解析：方程  $x^2+10x+9=0$ ，

整理得： $x^2+10x=-9$ ，

配方得： $x^2+10x+25=16$ ，即  $(x+5)^2=16$ 。

答案：A

8. 在平面直角坐标系中，将点  $A(x, y)$  向左平移 5 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度后与点  $B(-3, 2)$  重合，则点  $A$  的坐标是( )

A.  $(2, 5)$

B.  $(-8, 5)$

C.  $(-8, -1)$

D.  $(2, -1)$

解析：在坐标系中，点  $(-3, 2)$  先向右平移 5 个单位得  $(2, 2)$ ，再把  $(2, 2)$  向下平移 3 个单位后的坐标为  $(2, -1)$ ，则  $A$  点的坐标为  $(2, -1)$ 。

答案：D

9. 对于函数  $y=\frac{4}{x}$ ，下列说法错误的是( )

A. 这个函数的图象位于第一、第三象限

B. 这个函数的图象既是轴对称图形又是中心对称图形

C. 当  $x>0$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大

D. 当  $x<0$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小

解析：函数  $y=\frac{4}{x}$  的图象位于第一、第三象限，A 正确；

图象既是轴对称图形又是中心对称图形，B 正确；

当  $x>0$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小，C 错误；

当  $x<0$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小，D 正确，

由于该题选择错误的。

答案：C

10. 在一个不透明的盒子里有 2 个红球和  $n$  个白球，这些球除颜色外其余完全相同，摇匀后随机摸出一个，摸到红球的概率是  $\frac{1}{5}$ ，则  $n$  的值为( )

A. 3

B. 5

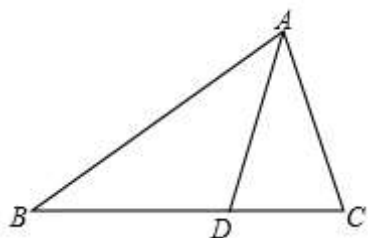
C. 8

D. 10

解析：∵摸到红球的概率为  $\frac{1}{5}$ ，∴ $P(\text{摸到黄球})=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ ，∴ $\frac{n}{2+n}=\frac{4}{5}$ ，解得  $n=8$ .

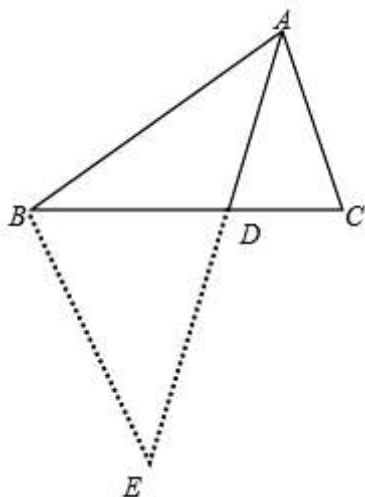
答案：C

11. 如图，AD 是  $\triangle ABC$  的角平分线，则 AB: AC 等于( )



- A. BD: CD
- B. AD: CD
- C. BC: AD
- D. BC: AC

解析：如图，过点 B 作  $BE \parallel AC$  交 AD 延长线于点 E，



∵ $BE \parallel AC$ ，∴ $\angle DBE = \angle C$ ， $\angle E = \angle CAD$ ，∴ $\triangle BDE \sim \triangle CDA$ ，∴ $\frac{BD}{CD} = \frac{BE}{AC}$ ，

又∵AD 是角平分线，∴ $\angle E = \angle DAC = \angle BAD$ ，∴ $BE = AB$ ，∴ $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ ，∴ $AB: AC = BD: CD$ .

答案：A

12. 对于任意的正数  $m$ 、 $n$  定义运算  $\ast$  为： $m \ast n = \begin{cases} \sqrt{m} - \sqrt{n} (m \geq n), \\ \sqrt{m} + \sqrt{n} (m < n), \end{cases}$  计算  $(3 \ast 2) \times (8 \ast 12)$  的

结果为( )

- A.  $2-4\sqrt{6}$
- B. 2
- C.  $2\sqrt{5}$

D. 20

解析:  $\because 3 > 2, \therefore 3 \times 2 = \sqrt{3} - \sqrt{2},$

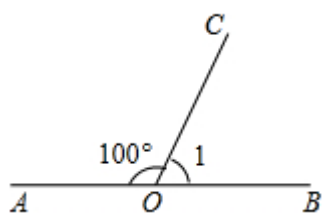
$\because 8 < 12, \therefore 8 \times 12 = \sqrt{8} + \sqrt{12} = 2 \times (\sqrt{2} + \sqrt{3}),$

$\therefore (3 \times 2) \times (8 \times 12) = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \times 2 \times (\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 2.$

答案: B

二. 填空题(共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. 如图, 直线 AB 和 OC 相交于点 O,  $\angle AOC = 100^\circ$ , 则  $\angle 1 =$  \_\_\_\_\_ 度.



解析: 由邻补角互补, 得  $\angle 1 = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ.$

答案: 80.

14. 一组数据 3, 5, 5, 4, 5, 6 的众数是 \_\_\_\_\_.

解析: 这组数据中出现次数最多的数据为: 5. 故众数为 5.

答案: 5

15. 一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过 A(1, 0) 和 B(0, 2) 两点, 则它的图象不经过第 \_\_\_\_\_ 象限.

解析: 将 A(1, 0) 和 B(0, 2) 代入一次函数  $y = kx + b$  中得: 
$$\begin{cases} k + b = 0, \\ b = 2, \end{cases} \text{解得: } \begin{cases} k = -2, \\ b = 2, \end{cases}$$

$\therefore$  一次函数解析式为  $y = -2x + 2$  不经过第三象限.

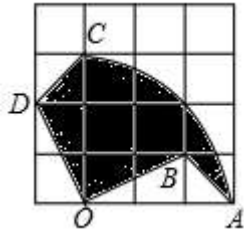
答案: 三

16. 当  $m = 2015$  时, 计算:  $\frac{m^2}{m+2} - \frac{4}{m+2} =$  \_\_\_\_\_.

解析: 原式  $= \frac{m^2 - 4}{m+2} = \frac{(m+2)(m-2)}{m+2} = m-2$ , 当  $m = 2015$  时, 原式  $= 2015 - 2 = 2013$ .

答案: 2013.

17. 如图, 在  $4 \times 4$  的正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1, 将  $\triangle AOB$  绕点 O 逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle COD$ , 则旋转过程中形成的阴影部分的面积为 \_\_\_\_\_.

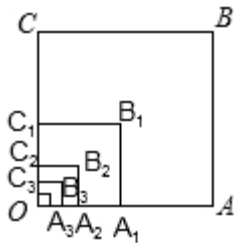


解析：将 $\triangle AOB$ 绕点 $O$ 逆时针旋转 $90^\circ$ 得到 $\triangle COD$ ，所以 $S_{\triangle DOC}=S_{\triangle AOB}$ ，

可得：旋转过程中形成的阴影部分的面积= $S_{\text{扇形}AOC}+S_{\triangle DOC}-S_{\triangle AOB}=S_{\text{扇形}AOC}=\frac{1}{4}\pi\times 3^2=\frac{9}{4}\pi$ 。

答案： $\frac{9}{4}\pi$

18. 如图，以 $O$ 为位似中心，将边长为 $256$ 的正方形 $OABC$ 依次作位似变换，经第一次变化后得正方形 $OA_1B_1C_1$ ，其边长 $OA_1$ 缩小为 $OA$ 的 $\frac{1}{2}$ ，经第二次变化后得正方形 $OA_2B_2C_2$ ，其边长 $OA_2$ 缩小为 $OA_1$ 的 $\frac{1}{2}$ ，经第三次变化后得正方形 $OA_3B_3C_3$ ，其边长 $OA_3$ 缩小为 $OA_2$ 的 $\frac{1}{2}$ ， $\dots$ ，依次规律，经第 $n$ 次变化后，所得正方形 $OA_nB_nC_n$ 的边长为正方形 $OABC$ 边长的倒数，则 $n=$ \_\_\_\_\_。



解析：由图形的变化规律可得 $(\frac{1}{2})^n\times 256=\frac{1}{256}$ ，解得 $n=16$ 。

答案：16

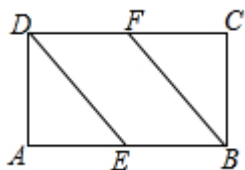
三. 解答题(本大题共 8 题，共 66 分)

19. 计算： $5^0+|-4|-2\times(-3)$

解析：先算 $0$ 指数幂，绝对值与乘法，再算加减，由此顺序计算即可。

答案：原式= $1+4+6=11$ 。

20. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 $E$ 、 $F$ 分别是边 $AB$ 、 $CD$ 的中点. 求证： $DE=BF$ 。



解析：根据矩形的性质和已知证明 $DF=BE$ ， $AB\parallel CD$ ，得到四边形 $DEBF$ 是平行四边形，根据

平行四边形的性质得到答案.

答案:  $\because$  四边形 ABCD 是矩形,  $\therefore AB \parallel CD$ ,  $AB=CD$ , 又 E、F 分别是边 AB、CD 的中点,  
 $\therefore DF=BE$ , 又  $AB \parallel CD$ ,  $\therefore$  四边形 DEBF 是平行四边形,  $\therefore DE=BF$ .

21. 抛物线  $y=x^2-4x+3$  与  $x$  轴交于 A、B 两点(点 A 在点 B 的左侧), 点 C 是此抛物线的顶点.

(1) 求点 A、B、C 的坐标;

(2) 点 C 在反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象上, 求反比例函数的解析式.

解析: (1) 令抛物线解析式中  $y=0$  得到关于  $x$  的方程, 求出方程的解得到  $x$  的值, 确定出 A 与 B 坐标即可; 配方后求出 C 坐标即可;

(2) 将求得的点 C 的坐标代入反比例函数的解析式即可求得  $k$  值.

答案: (1) 令  $y=0$ , 得到  $x^2-4x+3=0$ , 即  $(x-1)(x-3)=0$ , 解得:  $x=1$  或  $3$ ,  
则 A(1, 0), B(3, 0),

$\because y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$ ,  $\therefore$  顶点 C 的坐标为(2, -1).

(2)  $\because$  点 C(2, -1) 在反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象上,  $\therefore k=-1 \times 2=-2$ ,

$\therefore$  反比例函数的解析式为  $y=-\frac{2}{x}$ .

22. 某体育馆计划从一家体育用品商店一次性购买若干个气排球和篮球(每个气排球的价格都相同, 每个篮球的价格都相同). 经洽谈, 购买 1 个气排球和 2 个篮球共需 210 元; 购买 2 个气排球和 3 个篮球共需 340 元.

(1) 每个气排球和每个篮球的价格各是多少元?

(2) 该体育馆决定从这家体育用品商店一次性购买气排球和篮球共 50 个, 总费用不超过 3200 元, 且购买气排球的个数少于 30 个, 应选择哪种购买方案可使总费用最低? 最低费用是多少元?

解析: (1) 设每个气排球的价格是  $x$  元, 每个篮球的价格是  $y$  元, 根据购买 1 个气排球和 2 个篮球共需 210 元; 购买 2 个气排球和 3 个篮球共需 340 元列方程组求解即可;

(2) 设购买气排球  $x$  个, 则购买篮球  $(50-x)$  个, 根据总费用不超过 3200 元, 且购买气排球的个数少于 30 个确定出  $x$  的范围, 从而可计算出最低费用.

答案: (1) 设每个气排球的价格是  $x$  元, 每个篮球的价格是  $y$  元.

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} x+2y=210, \\ 2x+3y=340, \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} x=50, \\ y=80, \end{cases}$$

所以每个气排球的价格是 50 元, 每个篮球的价格是 80 元.

(2) 设购买气排球  $x$  个, 则购买篮球  $(50-x)$  个.

$$\text{根据题意得: } 50x+80(50-x) \leq 3200 \text{ 解得 } x \geq 26\frac{2}{3},$$

又  $\because$  排球的个数小于 30 个,  $\therefore$  排球的个数可以为 27, 28, 29,

$\because$  排球比较便宜, 则购买排球越多, 总费用越低,

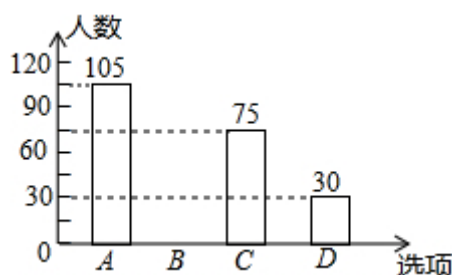
$\therefore$  当购买排球 29 个, 篮球 21 个时, 费用最低.

$$29 \times 50 + 21 \times 80 = 1450 + 1680 = 3130 \text{ 元.}$$

23. 某校决定在 6 月 8 日“世界海洋日”开展系列海洋知识的宣传活动, 活动有 A. 唱歌、

B. 舞蹈、C. 绘画、D. 演讲四项宣传方式. 学校围绕“你最喜欢的宣传方式是什么?” 在全校学生中进行随机抽样调查(四个选项中必选且只选一项), 根据调查统计结果, 绘制了如下两种不完整的统计图表:

选项	方式	百分比
A	唱歌	35%
B	舞蹈	a
C	绘画	25%
D	演讲	10%



请结合统计图表, 回答下列问题:

- (1) 本次抽查的学生共\_\_\_\_\_人,  $a=_____$ , 并将条形统计图补充完整;
- (2) 如果该校学生有 1800 人, 请你估计该校喜欢“唱歌”这项宣传方式的学生约有多少人?
- (3) 学校采用抽签方式让每班在 A、B、C、D 四项宣传方式中随机抽取两项进行展示, 请用树状图或列表法求某班所抽到的两项方式恰好是“唱歌”和“舞蹈”的概率.

解析: (1) 用 D 类学生数除以它所占的百分比即可得到总人数, 再用 1 分别减去 A、C、D 类的百分比即可得到 a 的值, 然后用 a 乘以总人数得到 B 类人数, 再补全条形统计图;

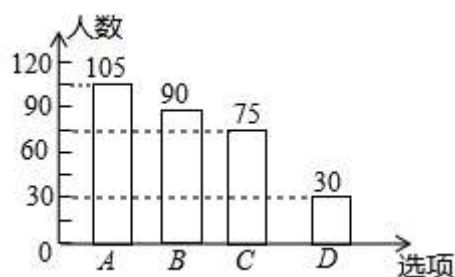
(2) 估计样本估计总体, 用 1800 乘以 A 类的百分比即可;

(3) 先画树状图展示所有 12 种等可能的结果数, 再找出含 A 和 B 的结果数, 然后根据概率公式求解.

答案: (1) 本次抽查的学生数  $=30 \div 10\% = 300$  (人),  $a = 1 - 35\% - 25\% - 10\% = 30\%$ ;

$300 \times 30\% = 90$ , 即 D 类学生人数为 90 人,

如图,

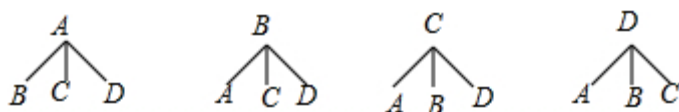


故答案为: 300, 30%.

(2)  $1800 \times 35\% = 630$  (人),

所以可估计该校喜欢“唱歌”这项宣传方式的学生约有 630 人.

(3) 画树状图为:

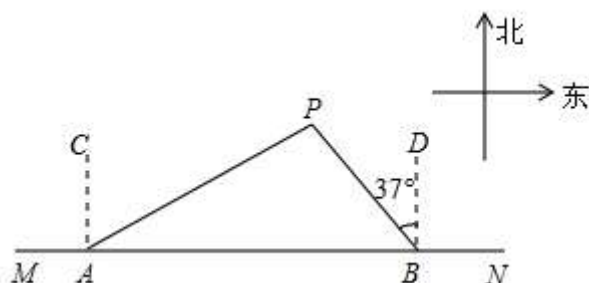


共有 12 种等可能的结果数, 其中含 A 和 B 的结果数为 2,



所以某班所抽到的两项方式恰好是“唱歌”和“舞蹈”的概率= $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ .

24. 如图，船 A、B 在东西方向的海岸线 MN 上，均收到已触礁搁浅的船 P 的求救信号，已知船 P 在船 A 的北偏东  $60^\circ$  方向上，在船 B 的北偏西  $37^\circ$  方向上，AP=30 海里.



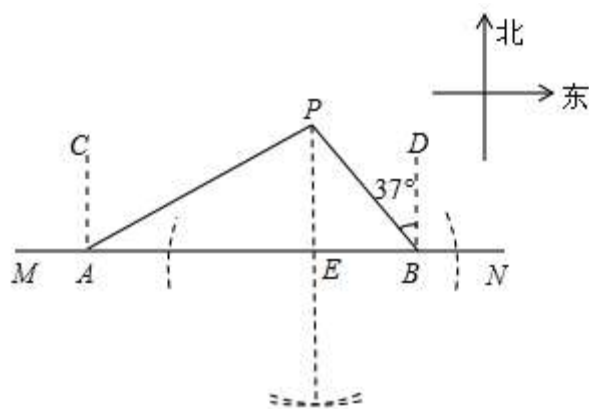
- (1) 尺规作图：过点 P 作 AB 所在直线的垂线，垂足为 E (要求：保留作图痕迹，不写作法)；
- (2) 求船 P 到海岸线 MN 的距离 (即 PE 的长)；
- (3) 若船 A、船 B 分别以 20 海里/时、15 海里/时的速度同时出发，匀速直线前往救援，试通过计算判断哪艘船先到达船 P 处. (参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ )

解析：(1) 利用直角三角板中  $90^\circ$  的直角直接过点 P 作 AB 所在直线的垂线即可；

(2) 解  $\text{Rt}\triangle APE$  求出 PE 即可；

(3) 在  $\text{Rt}\triangle BPE$  中，求出 BP，分别计算出两艘船需要的时间，即可作出判断.

答案：(1) 如图所示：



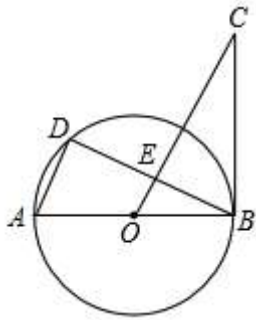
(2) 由题意得， $\angle PAE=30^\circ$ ，AP=30 海里，  
在  $\text{Rt}\triangle APE$  中， $PE=AP\sin\angle PAE=AP\sin 30^\circ=15$  海里.

(3) 在  $\text{Rt}\triangle BPE$  中，PE=15 海里， $\angle PBE=53^\circ$ ，则  $BP=\frac{PE}{\sin\angle PBE}=\frac{75}{4}$  海里，

A 船需要的时间为： $30 \div 20=1.5$  小时，B 船需要的时间为： $\frac{4}{15}=1.25$  小时，

$\because 1.5 > 1.25$ ， $\therefore$  B 船先到达.

25. 如图，AB 为  $\odot O$  的直径，AD 为弦， $\angle DBC=\angle A$ .



(1) 求证: BC 是  $\odot O$  的切线;

(2) 连接 OC, 如果 OC 恰好经过弦 BD 的中点 E, 且  $\tan C = \frac{1}{2}$ ,  $AD = 3$ , 求直径 AB 的长.

解析: (1) 由 AB 为  $\odot O$  的直径, 可得  $\angle D = 90^\circ$ , 继而可得  $\angle ABD + \angle A = 90^\circ$ , 又由  $\angle DBC = \angle A$ , 即可得  $\angle DBC + \angle ABD = 90^\circ$ , 则可证得 BC 是  $\odot O$  的切线;

(2) 根据点 O 是 AB 的中点, 点 E 是 BD 的中点可知 OE 是  $\triangle ABD$  的中位线, 故  $AD \parallel OE$ , 则  $\angle A = \angle BOC$ , 再由 (1)  $\angle D = \angle OBC = 90^\circ$ , 故  $\angle C = \angle ABD$ , 由  $\tan C = \frac{1}{2}$  可知  $\tan \angle ABD = \frac{AD}{BD} = \frac{1}{2}$ , 由此

可得出结论.

答案: (1)  $\because AB$  为  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle D = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle ABD + \angle A = 90^\circ$ ,

$\because \angle DBC = \angle A$ ,  $\therefore \angle DBC + \angle ABD = 90^\circ$ , 即  $AB \perp BC$ ,  $\therefore BC$  是  $\odot O$  的切线.

(2)  $\because$  点 O 是 AB 的中点, 点 E 是 BD 的中点,

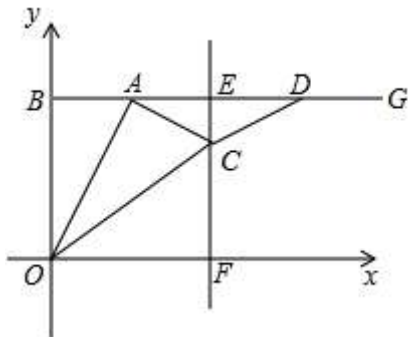
$\therefore OE$  是  $\triangle ABD$  的中位线,  $\therefore AD \parallel OE$ ,  $\therefore \angle A = \angle BOC$ .

$\because$  由 (1)  $\angle D = \angle OBC = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle C = \angle ABD$ ,

$\because \tan C = \frac{1}{2}$ ,  $\therefore \tan \angle ABD = \frac{AD}{BD} = \frac{1}{2} = \frac{3}{BD}$ , 解得  $BD = 6$ ,

$\therefore AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$ .

26. 如图, 在平面直角坐标系中, 以点 B(0, 8) 为端点的射线  $BG \parallel x$  轴, 点 A 是射线 BG 上一个动点 (点 A 与点 B 不重合), 在射线 AG 上取  $AD = OB$ , 作线段 AD 的垂直平分线, 垂足为 E, 且与 x 轴交于点 F, 过点 A 作  $AC \perp OA$ , 交射线 EF 于点 C, 连接 OC、CD. 设点 A 的横坐标为 t.



(1) 用含 t 的式子表示点 E 的坐标为 \_\_\_\_\_;

(2) 当 t 为何值时,  $\angle OCD = 180^\circ$  ?

(3) 当点 C 与点 F 不重合时, 设  $\triangle OCF$  的面积为 S, 求 S 与 t 之间的函数解析式.

解析: (1) 由点 B 坐标为 (0, 8), 可知  $OB = 8$ , 根据线段垂直平分线的定义可知:  $AE = 4$ , 从而

求得：BE=t+4，故此点E的坐标为(t+4, 8)；

(2) 过点D作DH⊥OF，垂足为H. 先证明△OBA∽△AEC，由相似三角形的性质可知  $\frac{EC}{AB} = \frac{AE}{OB}$ ，

可求得  $EC = \frac{1}{2}t$ ，从而得到点C的坐标为  $(t+4, 8 - \frac{1}{2}t)$ ，因为∠OCD=180°，CF∥DH，可知

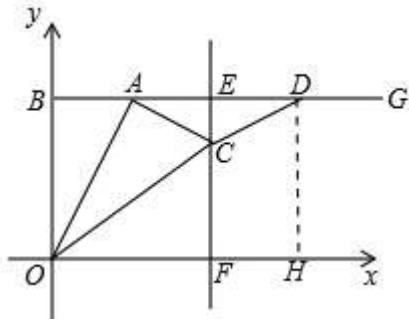
$\frac{OF}{OH} = \frac{FC}{DH}$ ，即  $\frac{t+4}{t+8} = \frac{8 - \frac{1}{2}t}{8}$  从而可解得t的值；

(3) 三角形OCF的面积 =  $\frac{1}{2} \times OF \cdot FC$ ，从而可得S与t的函数关系式。

答案：(1) ∵点B坐标为(0, 8)，∴OB=8.

∵AD=OB，EF垂直平分AD，∴AE=4. ∴BE=t+4. ∴点E的坐标为(t+4, 8).

(2) 如图所示；过点D作DH⊥OF，垂足为H.



∵AC⊥OA，∴∠OAC=90° ∴∠BAO+∠EAC=90° .

又∵∠BOA+∠BAO=90°，∴∠EAC=∠BOA.

又∵∠OBA=∠AEC，∴△OBA∽△AEC. ∴  $\frac{EC}{AB} = \frac{AE}{OB}$ ，即  $\frac{EC}{t} = \frac{4}{8}$ . ∴ $EC = \frac{1}{2}t$ .

∴点C的坐标为  $(t+4, 8 - \frac{1}{2}t)$

∵∠OCD=180°，∴点C在OD上.

∵CF∥DH，∴  $\frac{OF}{OH} = \frac{FC}{DH}$ ，即  $\frac{t+4}{t+8} = \frac{8 - \frac{1}{2}t}{8}$ . 解得： $t_1 = 4\sqrt{5} - 4$ ， $t_2 = -4\sqrt{5} - 4$  (舍去).

所以当  $t = 4\sqrt{5} - 4$  时，∠OCD=180°.

(3) 三角形OCF的面积 =  $\frac{1}{2} \times OF \cdot FC = \frac{1}{2} \times (t+4) (8 - \frac{1}{2}t) = -\frac{1}{4}t^2 + 3t + 16$ ,

∴s与t的函数关系式为  $s = -\frac{1}{4}t^2 + 3t + 16$ .