

2018年广西贵港市覃塘区中考一模数学

一、选择题(本大题共12小题,每小题3分,共36分)每小题都给出标号为A、B、C、D的四个选项,其中只有一个是正确的.请考生用2B铅笔在答题卡上将选定的答案标号涂黑.

1. -8的相反数是()

A. -8

B. 8

C. $-\frac{1}{8}$

D. $\frac{1}{8}$

解析:由相反数的定义可知, -8的相反数是 $-(-8)=8$.

答案: B

2. 具有绿色低碳、方便快捷、经济环保等特点的共享单车行业近几年蓬勃发展,我国2017年全年共享单车用户达6170万人.将数据“6170万”用科学记数法表示为()

A. 6.17×10^3

B. 6.17×10^5

C. 6.17×10^7

D. 6.17×10^9

解析:科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式,其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数.确定 n 的值时,要看把原数变成 a 时,小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值大于10时, n 是正数;当原数的绝对值小于1时, n 是负数.

6170 万 $=6.17 \times 10^7$.

答案: C

3. 下列运算结果正确的是()

A. $2a+3b=5ab$

B. $(a-2)^2=a^2-4$

C. $a^3 \cdot (-2a)^2=4a^5$

D. $(a^2)^3=a^5$

解析:根据合并同类项法则,完全平方公式,幂的乘方和积的乘方,单项式乘以单项式分别求出每个式子的值,再判断即可.

A、 $2a$ 和 $3b$ 不能合并,故本选项不符合题意;

B、结果是 a^2-4a+4 ,故本选项不符合题意;

C、结果是 $4a^5$,故本选项符合题意;

D、结果是 a^6 ,故本选项不符合题意.

答案: C

4. 若一个几何体的主视图、左视图、俯视图是直径相等的圆,则这个几何体是()

A. 正方体

B. 圆锥

C. 圆柱

D. 球

解析：主视图、俯视图和左视图都是圆的几何体是球.

答案：D

5. 解分式方程 $\frac{1}{x-1} - 1 = 0$ ，正确的结果是()

A. $x=0$

B. $x=1$

C. $x=2$

D. 无解

解析：分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

去分母得： $1-x+1=0$,

解得： $x=2$,

经检验 $x=2$ 是分式方程的解.

答案：C

6. 平面直角坐标系中，已知平行四边形 ABCD 的三个顶点的坐标分别是 $A(m, n)$ ， $B(-2, 1)$ ， $C(-m, -n)$ ，则点 D 的坐标是()

A. $(2, -1)$

B. $(-2, -1)$

C. $(-1, 2)$

D. $(-1, -2)$

解析：由点的坐标特征得出点 A 和点 C 关于原点对称，由平行四边形的性质得出 D 和 B 关于原点对称，即可得出点 D 的坐标.

$\because A(m, n)$ ， $C(-m, -n)$ ，

\therefore 点 A 和点 C 关于原点对称，

\because 四边形 ABCD 是平行四边形，

\therefore D 和 B 关于原点对称，

$\because B(2, -1)$ ，

\therefore 点 D 的坐标是 $(-2, 1)$.

答案：A

7. 在 $-1, 1, 2$ 这三个数中任意抽取两个数 k, m ，则一次函数 $y=kx+m$ 的图象不经过第二象限的概率为()

A. $\frac{1}{6}$

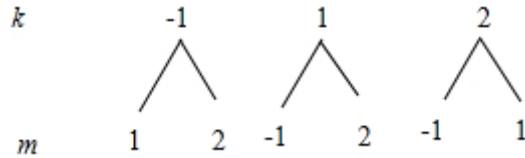
B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

解析：从三个数中选出两个数的可能有 6 种. 要使图象不经过第二象限，则 $k > 0$ ， $b < 0$ ，由此可找出满足条件的个数除以总的个数即可.

画树状图如下：



由树状图知共有 6 种等可能结果，其中一次函数 $y=kx+m$ 的图象不经过第二象限的有 $k=1$ 、 $m=-1$ 和 $k=2$ 、 $m=-1$ 这两种情况，

所以一次函数 $y=kx+m$ 的图象不经过第二象限的概率为 $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

答案：B

8. 能说明命题“如果 a 是任意实数，那么 $\sqrt{a^2} > -a$ ”是假命题的一个反例可以是()

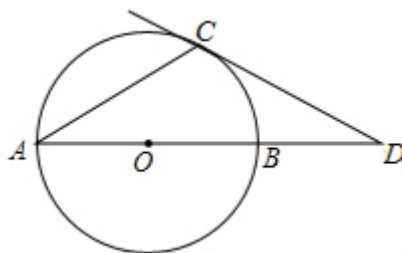
- A. $a = -\frac{1}{3}$
- B. $a = \frac{1}{2}$
- C. $a = 1$
- D. $a = \sqrt{3}$

解析： $a = -\frac{1}{3}$ 时，满足 a 是任意实数，但不满足 $\sqrt{a^2} > -a$ ，

所以 $a = -\frac{1}{3}$ 可作为说明命题“如果 a 是任意实数，那么 $\sqrt{a^2} > -a$ ”是假命题的一个反例.

答案：A

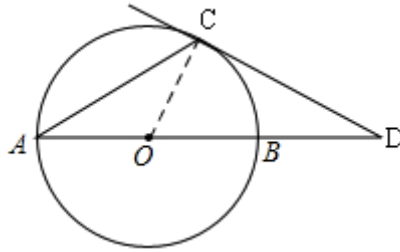
9. 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径， $\odot O$ 的切线 CD 与 AB 的延长线交于点 D ，点 C 为切点，联接 AC ，若 $\angle A = 26^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数是()



- A. 26°
- B. 38°
- C. 42°
- D. 64°

解析：先根据切线的性质得： $\angle OCD = 90^\circ$ ，由同圆的半径相等和外角的性质得： $\angle DOC = 2\angle A = 52^\circ$ ，最后根据直角三角形的两个锐角互余得结论.

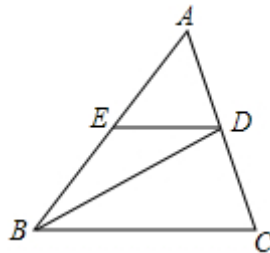
连接 OD ，



$\because \odot O$ 的切线 CD , C 为切点,
 $\therefore \angle OCD = 90^\circ$,
 $\because OA = OC$,
 $\therefore \angle A = \angle ACO$,
 $\because \angle A = 26^\circ$,
 $\therefore \angle DOC = 2\angle A = 52^\circ$,
 $\therefore \angle D = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$.

答案: B

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 平分 $\angle ABC$, $ED \parallel BC$, 若 $AB = 4$, $AD = 2$, 则 $\triangle AED$ 的周长是 ()



- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 10

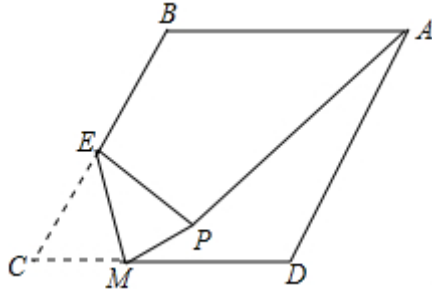
解析: 由平行线的性质和角平分线的定义可求得 $BE = DE$, 则可求得答案.

$\because ED \parallel BC$,
 $\therefore \angle EDB = \angle CBD$,
 $\because BD$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle CBD = \angle ABD$,
 $\therefore \angle EDB = \angle ABD$,
 $\therefore DE = BE$,
 $\therefore AE + ED + AD = AE + BE + AD = AB + AD = 4 + 2 = 6$,

即 $\triangle AED$ 的周长为 6,

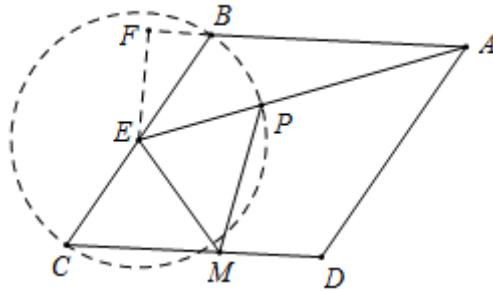
答案: A

11. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 边的中点, 动点 M 在 CD 边上运动, 以 EM 为折痕将 $\triangle CEM$ 折叠得到 $\triangle PEM$, 联接 PA , 若 $AB = 4$, $\angle BAD = 60^\circ$, 则 PA 的最小值是 ()



- A. $\sqrt{3}$
- B. 2
- C. $2\sqrt{7} - 2$
- D. 4

解析：如图， $EP=CE=\frac{1}{2}BC=2$ ，故点 P 在以 E 为圆心，EP 为半径的半圆上，



$\because AP+EP \geq AE$ ，
 \therefore 当 A, P, E 在同一直线上时，AP 最短，
 如图，过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F，
 \because 在边长为 4 的菱形 ABCD 中， $\angle BAD=60^\circ$ ，E 为 BC 的中点，
 $\therefore BE=\frac{1}{2}BC=2$ ， $\angle EBF=60^\circ$ ，
 $\therefore \angle BEF=30^\circ$ ， $BF=\frac{1}{2}BE=1$ ，
 $\therefore EF = \sqrt{BE^2 - BF^2} = \sqrt{3}$ ， $AF=5$ ，
 $\therefore AE = \sqrt{AF^2 + EF^2} = \sqrt{5^2 + (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7}$ ，
 \therefore AP 的最小值 $= AE - PE = 2\sqrt{7} - 2$ 。

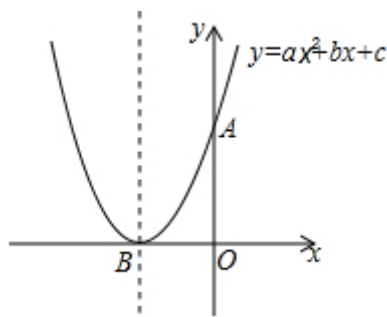
答案：C

12. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 y 轴的正半轴交于点 A，其顶点 B 在 x 轴的负半轴上，且 $OA=OB$ ，对于下列结论：① $a-b+c \geq 0$ ；② $2ac-b=0$ ；③ 关于 x 的方程 $ax^2+bx+c+3=0$ 无实数根；④ $\frac{a+b+c}{b-c}$ 的最小值为 3. 其中正确结论的个数为 ()

根；④ $\frac{a+b+c}{b-c}$ 的最小值为 3. 其中正确结论的个数为 ()

- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

解析：先画出二次函数的图象如下：



二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 y 轴的正半轴交于点 A ，其顶点 B 在 x 轴的负半轴上，

\therefore 图象开口向上，当 $x=-1$ 时， $y \geq 0$ ，即 $a-b+c \geq 0$ ，故①正确；

$\because OA=OB$ ，

$$\therefore \frac{b}{2a} = c,$$

$\therefore 2ac-b=0$ ，故②正确；

\because 抛物线 $y=ax^2+bx+c \geq 0$ ，

\therefore 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 $y=-3$ 无交点，

\therefore 方程 $ax^2+bx+c+3=0$ 无实数根，故③正确；

可知 $a < 0$ ，

与 y 轴的交点在 x 轴的下方，可知 $c < 0$ ，

又对称轴方程为 $x=2$ ，所以 $-\frac{b}{2a} > 0$ ，所以 $b > 0$ ，

$\therefore abc > 0$ ，故①正确；

由图象可知当 $x=3$ 时， $y > 0$ ，

$\therefore 9a+3b+c > 0$ ，故②错误；

由图象可知 $0A < 1$ ，

$\because OA=OC$ ，

$\therefore OC < 1$ ，即 $-c < 1$ ，

$\therefore c > -1$ ，故③正确；

假设方程的一个根为 $x = -\frac{1}{a}$ ，把 $x = -\frac{1}{a}$ 代入方程可得 $\frac{1}{a} - \frac{b}{a} + c = 0$ ，

整理可得 $ac-b+1=0$ ，

两边同时乘 c 可得 $ac^2-bc+c=0$ ，

即方程有一个根为 $x=-c$ ，

由②可知 $-c=OA$ ，而当 $x=OA$ 是方程的根，

$\therefore x=-c$ 是方程的根，即假设成立，故④正确；

综上所述可知正确的结论有 4 个。

答案：D

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

13. 函数 $y = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

解析：根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于或等于 0，分母不等于 0，可以求出 x 的范围.

根据题意得： $x \geq 0$ 且 $x-1 \neq 0$,

解得： $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$.

答案： $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$

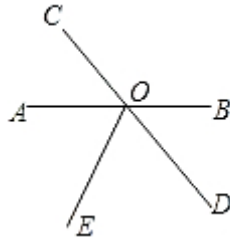
14. 因式分解： $2m^3-18m=$ _____.

解析：首先提公因式 $2m$ ，再利用平方差进行分解即可.

原式= $2m(m^2-9)=2m(m+3)(m-3)$.

答案： $2m(m+3)(m-3)$

15. 如图，已知直线 AB 与 CD 相交于点 O ， OA 平分 $\angle COE$ ，若 $\angle DOE=70^\circ$ ，则 $\angle BOD=$ _____.



解析：首先利用邻补角的定义得出 $\angle COE$ ，利用相交线的性质确定对顶角相等，然后根据角平分线定义得出所求角与已知角的关系转化求解.

由邻补角的定义，得

$$\angle COE = 180^\circ - \angle DOE = 110^\circ$$

$\because \angle COE = 110^\circ$ 且 OA 平分 $\angle COE$,

$$\therefore \angle COA = \angle AOE = 55^\circ,$$

又 $\because \angle COA$ 与 $\angle BOD$ 是对顶角，

$$\therefore \angle BOD = \angle COA = 55^\circ.$$

答案： 55°

16. 已知一组从小到大排列的数据：1, x , y , $2x$, 6, 10 的平均数与中位数都是 5，则这组数据的众数是_____.

解析：根据平均数与中位数的定义可以先求出 x , y 的值，进而就可以确定这组数据的众数.

\because 一组从小到大排列的数据：1, x , y , $2x$, 6, 10 的平均数与中位数都是 5，

$$\therefore \frac{1}{6}(1+x+y+2x+6+10) = \frac{1}{2}(2x+y) = 5,$$

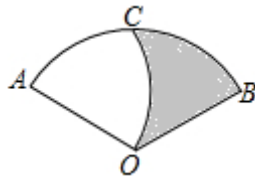
解得 $x=3$, $y=4$,

则这组数据为 1, 3, 4, 6, 6, 10,

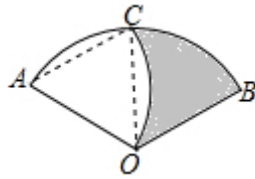
\therefore 这组数据的众数是 6.

答案：6

17. 如图, 在扇形 AOB 中, $\angle AOB=150^\circ$, 以点 A 为圆心, OA 的长为半径作 $\overset{\frown}{AC}$ 交 $\overset{\frown}{AB}$ 于点 C, 若 $OA=2$, 则图中阴影部分的面积为_____.



解析: 连接 OC、AC, 根据题意得到 $\triangle AOC$ 为等边三角形, $\angle BOC=90^\circ$, 分别求出扇形 COB 的面积、 $\triangle AOC$ 的面积、扇形 AOC 的面积, 计算即可.
连接 OC、AC,



由题意得 $OA=OC=AC=2$,

$\therefore \triangle AOC$ 为等边三角形, $\angle BOC=90^\circ$,

\therefore 扇形 COB 的面积为: $\frac{90 \times \pi \times 2^2}{360} = \pi$,

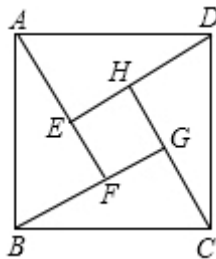
$\triangle AOC$ 的面积为: $\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$,

扇形 AOC 的面积为: $\frac{60 \times \pi \times 2^2}{360} = \frac{2}{3}\pi$,

则阴影部分的面积为: $\pi + \sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi = \sqrt{3} + \frac{1}{3}\pi$.

答案: $\sqrt{3} + \frac{1}{3}\pi$

18. 如图是我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”, 图中的四个直角三角形是全等的, 如果大正方形 ABCD 的面积是小正方形 EFGH 面积的 13 倍, 那么 $\tan \angle ADE$ 的值为_____.



解析: 设小正方形 EFGH 面积是 a^2 , 则大正方形 ABCD 的面积是 $13a^2$,

\therefore 小正方形 EFGH 边长是 a , 则大正方形 ABCD 的边长是 $\sqrt{13}a$,

∵图中的四个直角三角形是全等的,

∴AE=DH,

设 AE=DH=x,

在 Rt△AED 中, $AD^2=AE^2+DE^2$,

即 $13a^2=x^2+(x+a)^2$,

解得: $x_1=2a, x_2=-3a$ (舍去),

∴AE=2a, DE=3a,

$$\therefore \tan \angle ADE = \frac{AE}{DE} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3}.$$

答案: $\frac{2}{3}$

三、解答题(本大题共 8 小题, 满分 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. 计算.

(1) 计算: $(-2018)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} - 3 \tan 30^\circ + |1 - \sqrt{3}|.$

解析: (1) 直接利用零指数幂、负指数幂的性质以及特殊角的三角函数值和绝对值的性质分别化简得出答案.

答案: (1) 原式 = $1 - 8 - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} - 1 = -8.$

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 3(x+2) < x+8 \\ \frac{x}{2} \leq \frac{x-1}{3} \end{cases}$$
 并将解集在数轴上表示出来.

解析: (2) 先解不等式组中的每一个不等式, 再把不等式的解集表示在数轴上即可.

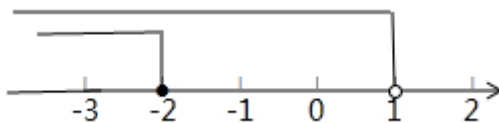
答案: (2)
$$\begin{cases} 3(x+2) < x+8 \text{ ①} \\ \frac{x}{2} \leq \frac{x-1}{3} \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得: $x < 1$;

不等式②得: $x \leq -2$;

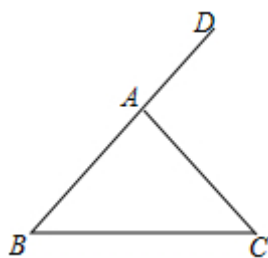
所以不等式组的解集是 $x \leq -2$.

数轴上表示为:



20. 根据要求尺规作图, 并在图中标明相应字母 (保留作图痕迹, 不写作法). 如图, 已知△

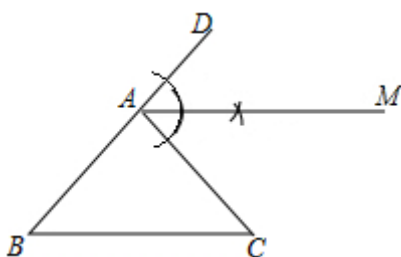
ABC 中， $AB=AC$ ，BD 是 BA 边的延长线.



(1) 作 $\angle DAC$ 的平分线 AM.

解析：(1) 直接利用角平分线的作法进而得出答案.

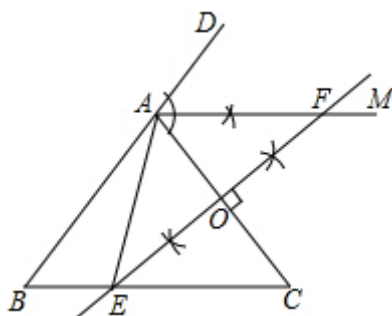
答案：(1) 如图所示：AM 即为所求.



(2) 作 AC 边的垂直平分线，与 AM 交于点 E，与 BC 边交于点 F.

解析：(2) 利用线段垂直平分线的作法得出即可.

答案：(2) 如图所示：EF，AE 即为所求.



(3) 联接 AF，则线段 AE 与 AF 的数量关系为_____.

解析：(3) 利用全等三角形的判定得出 $\triangle AEO \cong \triangle CEO$ (SAS)，进而求出 $\angle AEF = \angle AFE$ ，即可得出答案.

答案：(3) $AE=AF$,

理由： \because EF 垂直平分线段 AC，

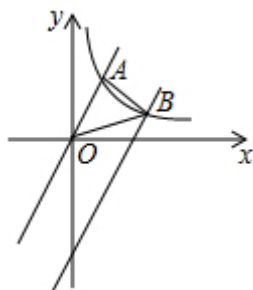
$\therefore AO=CO$,

在 $\triangle AEO$ 和 $\triangle CEO$ 中，

$$\begin{cases} AO = CO \\ \angle AOE = \angle COE, \\ EO = EO \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEO \cong \triangle CEO$ (SAS),
 $\therefore \angle AEO = \angle CEO$,
 $\therefore \angle B + \angle C = \angle DAC$,
 $\angle DAM = \angle MAC$,
 $\therefore \angle MAC = \angle C$,
 $\therefore AM \parallel BC$,
 $\therefore \angle AFE = \angle FEC$,
 $\therefore \angle AEF = \angle AFE$,
 $\therefore AE = AF$.
 故答案为: $AE = AF$.

21. 如图, 已知直线 $y = \frac{3}{2}x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于点 $A(2, m)$; 将直线 $y = \frac{3}{2}x$ 向下平移后与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于点 B , 且 $\triangle AOB$ 的面积为 3.



(1) 求 k 的值.

解析: (1) 先根据一次函数解析式求点 A 的坐标, 再利用待定系数法求 k 的值.

答案: (1) \because 点 $A(2, m)$ 在直线 $y = \frac{3}{2}x$ 上,

$\therefore m = \frac{3}{2} \times 2 = 3$, 则 $A(2, 3)$,

又点 $A(2, 3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上,

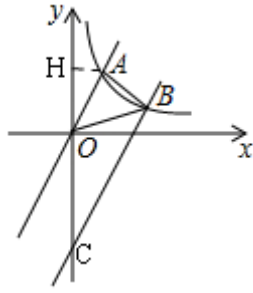
$\therefore 3 = \frac{k}{2}$, 则 $k = 6$.

(2) 求平移后所得直线的函数表达式.

解析: (2) 作辅助线 AH , 得 $AH = 2$, 根据同底等高的两个三角形面积相等得: $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} = 3$,

可得 $OC = 3$, 写出 $C(0, -3)$, 根据平行可设直线 BC 的函数表达式为 $y = \frac{3}{2}x + b$, 代入点 C 的坐标可得解析式.

答案: (2) 设平移后的直线与 y 轴交于点 C , 连接 AC , 过点 A 作 $AH \perp y$ 轴于 H ,



则 $AH=2$,

$\because BC \parallel OA$,

$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} = 3$,

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot OC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot OC \cdot 2 = 3,$$

则 $OC=3$,

\because 点 C 在 y 轴的负半轴上,

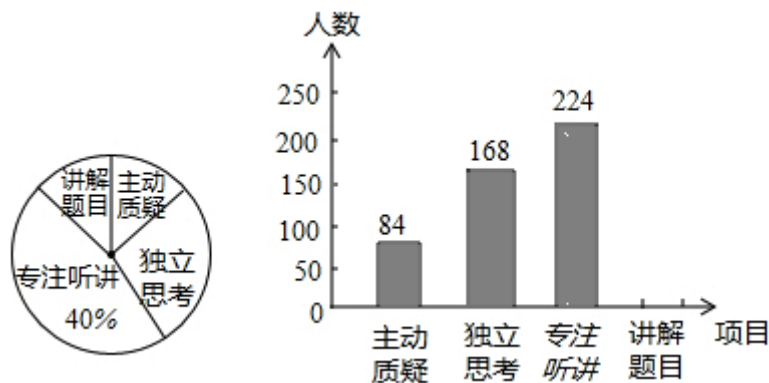
$\therefore C(0, -3)$,

设直线 BC 的函数表达式为 $y = \frac{3}{2}x + b$,

\therefore 将 $C(0, -3)$ 代入得: $b=-3$,

\therefore 平移后所得直线的函数表达式为 $y = \frac{3}{2}x - 3$.

22. 某地区教育部门为了解初中数学课堂中学生参与情况, 并按“主动质疑、独立思考、专注听讲、讲解题目”四个项目进行评价. 检测小组随机抽查部分学校若干名学生, 并将抽查学生的课堂参与情况绘制成如图所示的扇形统计图和条形统计图(均不完整). 请根据统计图中的信息解答下列问题:



(1) 本次抽查的样本容量是_____.

解析: (1) 根据专注听讲的人数是 224 人, 所占的比例是 40%, 即可求得抽查的总人数.

本次调查的样本容量为 $224 \div 40\% = 560$ (人),

答: 本次抽查的样本容量是 560.

答案: (1) 560

(2) 在扇形统计图中, “主动质疑” 对应的圆心角为_____度.

解析：(2) 利用 360° 乘以对应的百分比即可求解.

“主动质疑”所在的扇形的圆心角的度数是： $360^\circ \times \frac{84}{560} = 54^\circ$ ，

答：在扇形统计图中，“主动质疑”对应的圆心角为 54° .

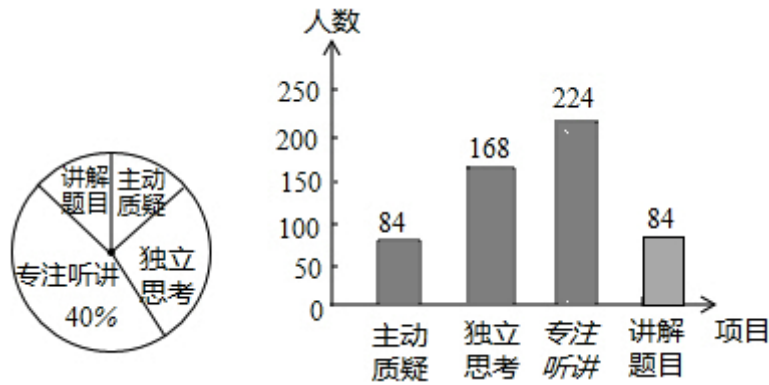
答案：(2) 54

(3) 将条形统计图补充完整.

解析：(3) 利用总人数减去其他各组的人数，即可求得讲解题目的人数，从而作出频数分布直方图.

答案：(3) “讲解题目”的人数是： $560 - 84 - 168 - 224 = 84$ (人).

补充条形统计图：



(4) 如果该地区初中学生共有 60000 名，那么在课堂中能“独立思考”的学生约有多少人？

解析：(4) 利用 60000 乘以对应的比例即可.

答案：(4) $60000 \times \frac{168}{560} = 18000$ (人)，

答：在试卷评讲课中，“独立思考”的初三学生约有 18000 人.

23. 小强在某超市同时购买 A, B 两种商品共三次，仅有第一次超市将 A, B 两种商品同时按 M 折价格出售，其余两次均按标价出售. 小强三次购买 A, B 商品的数量和费用如下表所示：

	A商品的数量 (个)	B商品的数量 (个)	购买总费用 (元)
第一次购买	8	6	930
第二次购买	6	5	980
第三次购买	3	8	1040

(1) 求 A, B 商品的标价.

解析：(1) 设商品 A 的标价为 x 元，商品 B 的标价为 y 元，根据图表中第二、三两次的总费用列出方程组求出 x 和 y 的值.

答案：(1) 设 A、B 商品的标价分别是 x 元、 y 元，

根据题意，得：
$$\begin{cases} 6x + 5y = 980 \\ 3x + 8y = 1040 \end{cases}$$
，

解方程组，得：
$$\begin{cases} x = 80 \\ y = 100 \end{cases}$$
，

答：A、B 商品的标价分别是 80 元、100 元。

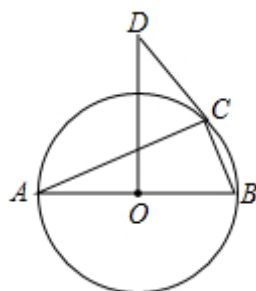
(2) 求 M 的值。

解析：(2) 根据打折之后购买 8 个 A 商品和 6 个 B 商品共花费 930 元，列出方程求解即可。

答案：(2) 根据题意，得： $(80 \times 8 + 100 \times 6) \times \frac{m}{10} = 930$ ，

解得： $m = 7.5$ 。

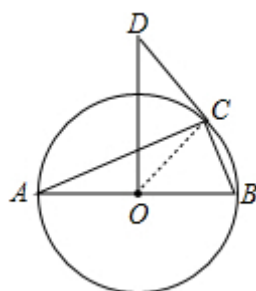
24. 如图，已知 $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形， AB 为 $\odot O$ 的直径， $OD \perp AB$ 于点 O ，且 $\angle ODC = 2\angle A$ 。



(1) 求证：CD 是 $\odot O$ 的切线。

解析：(1) 连接 OC ，求出 $\angle ODC = \angle B$ ，求出 $\angle OCD = 90^\circ$ ，根据切线的判定得出即可。

答案：(1) 证明：连接 OC ，



$\because OA = OC$ ，

$\therefore \angle A = \angle ACO$ ，

$\therefore \angle BOC = 2\angle A$ ，

又 $\because \angle ODC = 2\angle A$ ，

$\therefore \angle ODC = \angle BOC$ ，

$\because OD \perp AB$ ，即 $\angle BOC + \angle COD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ODC + \angle COD = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle OCD = 90^\circ,$$

即 $CD \perp OC$,

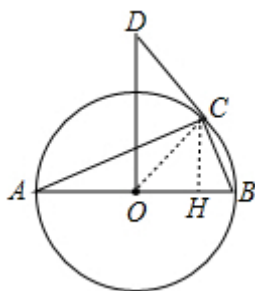
又 $\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $AB=6$, $\tan \angle A = \frac{1}{3}$, 求 CD 的长.

解析: (2) 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H , 解直角三角形求出 BC , 解直角三角形求出 CH 和 BH , 证 $\text{Rt} \triangle DOC \sim \text{Rt} \triangle OCH$, 得出比例式, 即可求出答案.

答案: (2) 如图, 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H ,



$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

又 $\because \angle CBH = \angle ABC$,

$$\therefore \angle BCH = \angle A,$$

在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $AB=6$, $\tan \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{3}$,

设 $BC=x$, 则 $AC=3x$, 由勾股定理得: $x^2 + (3x)^2 = 6^2$,

$$\text{解得: } x^2 = \frac{18}{5},$$

$$\text{即 } BC^2 = \frac{18}{5},$$

又在 $\text{Rt} \triangle BCH$ 中, $\tan \angle BCH = \frac{BH}{CH} = \frac{1}{3}$,

$$BH^2 + CH^2 = BC^2,$$

$$\text{即 } BH^2 + (3BH)^2 = \frac{18}{5},$$

$$\text{解得: } BH = \frac{3}{5}CH = \frac{9}{5},$$

$$\because OB = OC = 3,$$

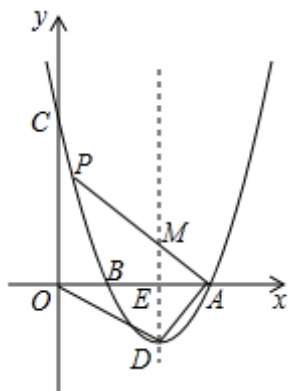
$$\therefore OH = \frac{12}{5},$$

又 $\because \text{Rt} \triangle DOC \sim \text{Rt} \triangle OCH$,

$$\therefore \frac{CD}{OC} = \frac{OH}{CH},$$

$$\text{则 } CD = \frac{OC \times OH}{CH} = 3 \times \frac{12}{5} \div \frac{9}{5} = 4.$$

25. 如图，抛物线 $y=mx^2-8mx+12m(m>0)$ 与 x 轴交于 A, B 两点(点 B 在点 A 的左侧)，与 y 轴交于点 C ，顶点为 D ，其对称轴与 x 轴交于点 E ，联接 AD, OD 。



(1) 求顶点 D 的坐标(用含 m 的式子表示)。

解析：(1) 把抛物线解析式配成顶点式得到 D 点坐标。

答案：(1) $\because y=m(x-4)^2-4m$,

\therefore 顶点 D 的坐标为 $(4, -4m)$ 。

(2) 若 $OD \perp AD$ ，求该抛物线的函数表达式。

解析：(2) 先解方程 $mx^2-8mx+12m=0$ 得到 $A(6, 0), B(2, 0)$ ，再证明 $\triangle DEO \sim \triangle AED$ ，利用相似比得到 $4m: 2=4: 4m$ ，然后求出 m 即可得到抛物线解析式。

答案：(2) 当 $y=0$ 时， $mx^2-8mx+12m=0$ ，解得 $x_1=2, x_2=6$ ，

$\therefore A(6, 0), B(2, 0)$ ，

$\therefore OA=6$ ，

\because 抛物线的对称轴为 $x=4$ ，

\therefore 点 $E(4, 0)$ ，

则 $OE=4, AE=2, DE=4m$ ，

$\because OD \perp AD$ ，

$\therefore \angle ADO=90^\circ$ ，即 $\angle ODE + \angle ADE=90^\circ$ ，

而 $\angle ODE + \angle DOE=90^\circ$ ，

$\therefore \angle DOE = \angle ADE$ ，

$\therefore \triangle DEO \sim \triangle AED$ ，

$\therefore DE: AE=OE: DE$ ，即 $4m: 2=4: 4m$ ，解得 $m_1=\frac{\sqrt{2}}{2}, m_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (舍去)，

\therefore 抛物线解析式为 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - 4\sqrt{2}x + 6\sqrt{2}$ 。

(3) 在(2)的条件下，设动点 P 在对称轴左侧该抛物线上， PA 与对称轴交于点 M ，若 $\triangle AME$ 与 $\triangle OAD$ 相似，求点 P 的坐标。

解析：(3) 由(2)得 $D(4, -2\sqrt{2})$ ，利用相似的传递性得到 $\triangle AME$ 与 $\triangle EAD$ 相似，由于 $\angle ADO=$

$\angle AEM=90^\circ$ ，根据相似三角形的判定，当 $\frac{AE}{DE} = \frac{EM}{AE}$ 时， $\triangle AEM \sim \triangle DEA$ ，即 $\frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{EM}{2}$ ，

当 $\frac{AE}{AE} = \frac{EM}{DE}$ ，则 $EM=DE=2\sqrt{2}$ ，分别确定对应 M 点的坐标，求出相应直线 AM 的解析式，然后把直线 AM 的解析式与抛物线解析式组成方程组，再解方程组可得到对应 P 点坐标。

答案：(3)由(2)得 $D(4, -2\sqrt{2})$ ，

$\because \triangle ADO$ 与 $\triangle AED$ 相似， $\triangle AME$ 与 $\triangle OAD$ 相似

$\therefore \triangle AME$ 与 $\triangle EAD$ 相似，

$\therefore \angle ADO = \angle AEM = 90^\circ$ ，

\therefore 当 $\frac{AE}{DE} = \frac{EM}{AE}$ 时， $\triangle AEM \sim \triangle DEA$ ，即 $\frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{EM}{2}$ ，解得 $EM = \sqrt{2}$ ，

$\therefore M(4, \sqrt{2})$ 或 $(4, -\sqrt{2})$

易得直线 AM 的解析式为 $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + 3\sqrt{2}$ 或 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - 3\sqrt{2}$ 。

$$\text{解方程组} \begin{cases} y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + 3\sqrt{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - 4\sqrt{2}x + 6\sqrt{2} \end{cases}, \text{得} \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{5\sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \end{cases},$$

$$\text{解方程组} \begin{cases} y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - 3\sqrt{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - 4\sqrt{2}x + 6\sqrt{2} \end{cases}, \text{得} \begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{3\sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \end{cases},$$

\therefore 此时 P 点坐标为 $(1, \frac{5\sqrt{2}}{2})$ 或 $(3, -\frac{3\sqrt{2}}{2})$ 。

当 $\frac{AE}{AE} = \frac{EM}{DE}$ ，则 $EM=DE=2\sqrt{2}$ ，

$\therefore M(4, 2\sqrt{2})$ ，

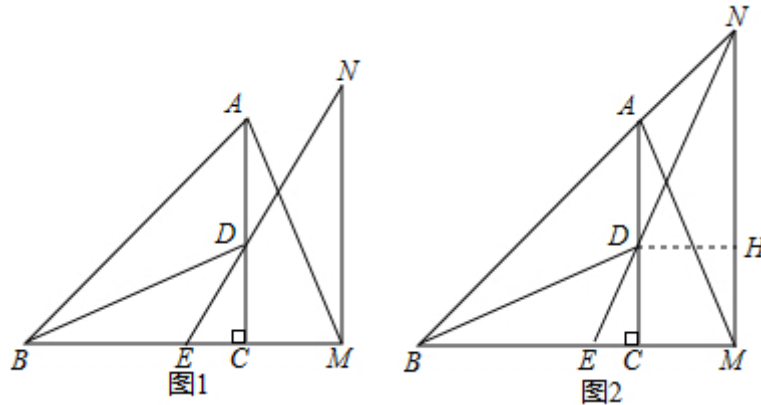
易得直线 AM 的解析式为 $y = -\sqrt{2}x + 6\sqrt{2}$ ，

$$\text{解方程组} \begin{cases} y = -\sqrt{2}x + 6\sqrt{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - 4\sqrt{2}x + 6\sqrt{2} \end{cases}, \text{得} \begin{cases} x = 0 \\ y = 6\sqrt{2} \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \end{cases},$$

\therefore 此时 P 点坐标为 $(0, 6\sqrt{2})$ ，

综上所述，点 P 的坐标 $(1, \frac{5\sqrt{2}}{2})$ 或 $(3, -\frac{3\sqrt{2}}{2})$ 或 $(0, 6\sqrt{2})$ 。

26. 已知：△ABC 是等腰直角三角形，∠ACB=90°，AB=4√2，将 AC 边所在直线向右平移，所得直线 MN 与 BC 边的延长线相交于点 M，点 D 在 AC 边上，CD=CM，过点 D 的直线平分 ∠BDC，与 BC 交于点 E，与直线 MN 交于点 N，联接 AM。



(1) 若 $CM=\sqrt{3}$ ，则 $AM=$ _____。

解析：(1) 根据等腰直角三角形的性质求出 AC，根据勾股定理计算求出 AM。

答案：(1) 在 Rt△ABC 中，AC=BC，AB=4√2，

$$\therefore AC=BC=4,$$

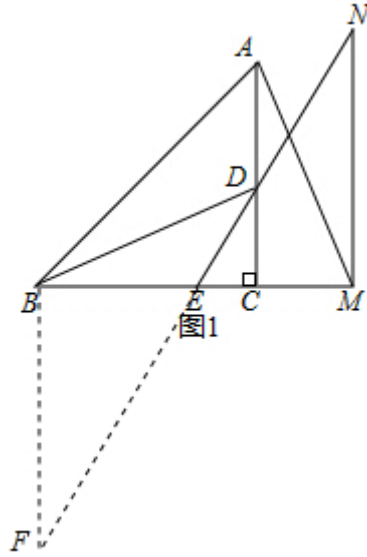
$$\therefore AM = \sqrt{AC^2 + CM^2} = \sqrt{19}.$$

故答案为：√19。

(2) 如图 1，若点 E 是 BM 的中点，求证：MN=AM。

解析：(2) 过点 B 作 BF⊥BC 与 NE 的延长线交于点 F，证明△BEF≌△MEN，得到 BF=MN，根据 Rt△BDC≌Rt△AMC，得到 BD=AM，等量代换即可。

答案：(2) 证明：如图 1，过点 B 作 BF⊥BC 与 NE 的延长线交于点 F，



$\because \angle ACB=90^\circ$, $MN \parallel AC$,
 $\therefore \angle FBE=\angle NME=90^\circ$,
 在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle MEN$ 中,

$$\begin{cases} \angle BEF = \angle MEN \\ BE = ME \\ \angle FBE = \angle NME \end{cases} ,$$

$\therefore \triangle BEF \cong \triangle MEN$,
 $\therefore BF=MN$,
 $\because CD=CM$, $BC=AC$,
 $\therefore \text{Rt} \triangle BDC \cong \text{Rt} \triangle AMC$,
 $\therefore BD=AM$,
 $\because NF$ 平分 $\angle BDC$,
 $\therefore \angle BDF=\angle FDC$,
 $\because BF \parallel AC$,
 $\therefore \angle F=\angle FDC$,
 $\therefore \angle BDF=\angle F$,
 $\therefore BD=BF$,
 $\therefore MN=AM$.

(3) 如图 2, 若点 N 落在 BA 的延长线上, 求 AM 的长.

解析: (3) 过点 D 作 $DH \perp MN$ 于点 H, 证明 $\text{Rt} \triangle BDC \cong \text{Rt} \triangle AMC \cong \text{Rt} \triangle NDH$, 根据三角形内角和定理得到 $\angle DBC=30^\circ$, 根据直角三角形的性质计算.

答案: (3) 如图 2, 过点 D 作 $DH \perp MN$ 于点 H,

$\because MN \parallel AC$, $\angle ACB=90^\circ$, $CD=CM$,
 \therefore 四边形 CDHM 是正方形, 又点 N 在 BA 的延长线上,
 $\therefore \triangle BNM \sim \triangle BAC$,
 $\because AC=BC$,
 $\therefore NM=BN$, 又 $MH=CM=DH$,
 $\therefore NH=BC$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle BDC \cong \text{Rt}\triangle AMC \cong \text{Rt}\triangle NDH,$$

$$\therefore BD=AM=ND, \quad \angle CBD=\angle HND,$$

$$\text{又 } \angle BDE=\angle EDC, \quad \angle EDC=\angle HND,$$

$$\therefore \angle BDE=\angle EDC=\angle CBD,$$

$$\because \angle BDE+\angle EDC+\angle CBD=90^\circ, \quad ,$$

$$\therefore \angle BDE=\angle EDC=\angle CBD=30^\circ, \quad ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $AB=4\sqrt{2}$,

$$\therefore AC=BC=4,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BDC \text{ 中, } BD = \frac{BC}{\cos \angle CBD} = \frac{8\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AM = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$