# 2018年湖北省随州市中考真题数学

一、选择题(本大题共10小题，每小题3分，共30分，每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的)

1.$-\frac{1}{2}$的相反数是(　　)

A.$-\frac{1}{2}$

B.$\frac{1}{2}$

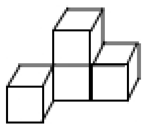
C.-2

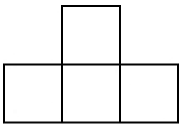
D.2

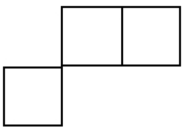
解析：只有符号不同的两个数互为相反数.$-\frac{1}{2}$的相反数是$\frac{1}{2}$.

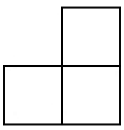
答案：B

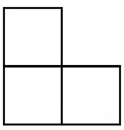
2.如图是一个由4个相同正方体组成的立体图形，它的左视图是　　)



A.

B.

C.

D.

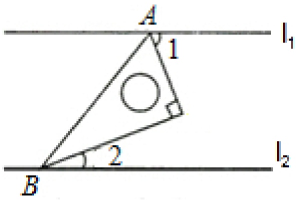
解析：从左边看第一层是两个小正方形，第二层左边一个小正方形.

答案：D

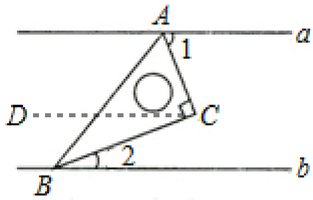
3.下列运算正确的是(　　)

A. $a^2 \cdot a^3=a^6$
B. $a^3 \div a^{-3}=1$
C. $(a-b)^2=a^2-ab+b^2$
D. $(-a^2)^3=-a^6$
解析：A、$a^2 \cdot a^3=a^5$，此选项错误；
B、$a^3 \div a^{-3}=a^6$，此选项错误；
C、$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，此选项错误；
D、$(-a^2)^3=-a^6$，此选项正确.
答案：D

4.如图，在平行线 $l_1$、$l_2$之间放置一块直角三角板，三角板的锐角顶点 A，B 分别在直线 $l_1$、$l_2$上，若∠1=65°，则∠2 的度数是(　　)



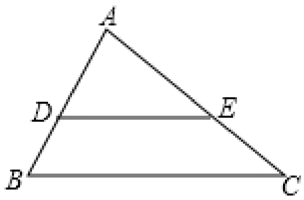

A. 25°
B. 35°
C. 45°
D. 65°
解析：如图，过点 C 作 CD∥a，则∠1=∠ACD.




∵a∥b，∴CD∥b，∴∠2=∠DCB.
∵∠ACD+∠DCB=90°，∴∠1+∠2=90°，
又∵∠1=65°，∴∠2=25°.
答案：A

5.某同学连续 6 次考试的数学成绩分别是 85，97，93，79，85，95，则这组数据的众数和中位数分别为(　　)
A. 85 和 89
B. 85 和 86
C. 89 和 85
D. 89 和 86
解析：将数据重新排列为 79、85、85、93、95、97，则这组数据的中位数为$\frac{85+93}{2}$=89，众数为 85.
答案：A

6.如图，平行于 BC 的直线 DE 把△ABC 分成面积相等的两部分，则 $\frac{BD}{AD}$ 的值为(　　)




A. 1

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\sqrt{2}$ −1

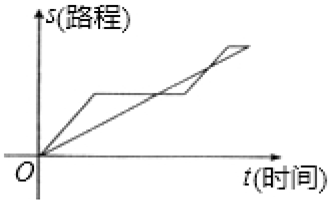
D. $\sqrt{2}$ +1

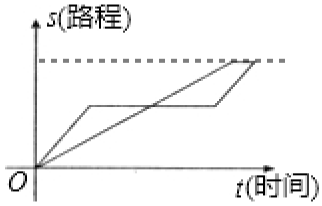
解析：∵DE∥BC，∴∠ADE=∠B，∠AED=∠C，∴△ADE∽△ABC，∴$\left(\frac{AD}{AB}\right)^2=\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}$.

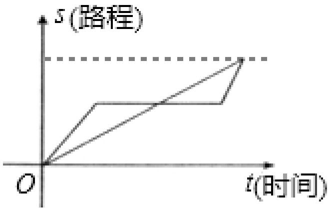
∵$S_{\triangle ADE}=S_{四边形BCED}$，∴$\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,∴$\frac{BD}{AD}=\frac{AB-AD}{AD}=\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$.

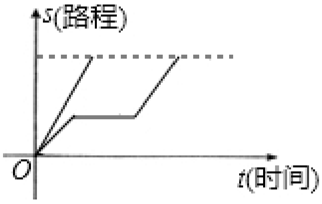
答案：C

7.“龟兔赛跑”这则寓言故事讲述的是比赛中兔子开始领先，但它因为骄傲在途中睡觉，而乌龟一直坚持爬行最终赢得比赛，下列函数图象可以体现这一故事过程的是(　　)

A. 


B. 

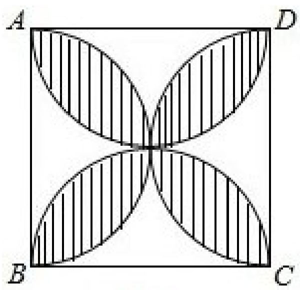
C. 


D. 


解析：由于兔子在图中睡觉，所以兔子的路程在一段时间内保持不变，所以 D 选项错误；因为乌龟最终赢得比赛，即乌龟比兔子所用时间少，所以 A、C 均错误.

答案：B

8.正方形 ABCD 的边长为 2，以各边为直径在正方形内画半圆，得到如图所示阴影部分，若随机向正方形 ABCD 内投一粒米，则米粒落在阴影部分的概率为(　　)



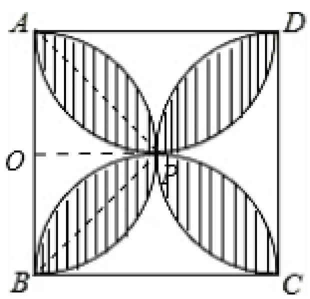

A. $\frac{\pi-2}{2}$

B. $\frac{\pi-2}{4}$

C. $\frac{\pi-2}{8}$

D. $\frac{\pi-2}{16}$

解析：如图，连接 PA、PB、OP；



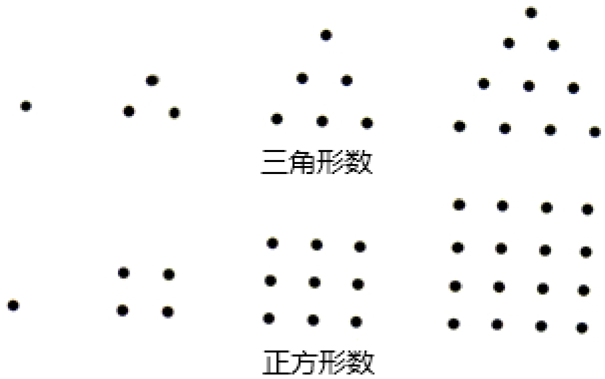
则 $S_{半圆O}=\dfrac{\pi\cdot1^2}{2}=\dfrac{\pi}{2}$，$S_{\triangle ABP}=\dfrac{1}{2}\times2\times1=1$，

由题意得：图中阴影部分的面积$=4(S_{半圆O}-S_{\triangle ABP})=4(\dfrac{\pi}{2}-1)=2\pi-4$，

∴米粒落在阴影部分的概率为$\dfrac{2\pi-4}{4}=\dfrac{\pi-2}{2}$.

答案：A

9.我们将如图所示的两种排列形式的点的个数分别称作“三角形数”(如 1，3，6，10…)和“正方形数”(如 1，4，9，16…)，在小于 200 的数中，设最大的“三角形数”为 m，最大的“正方形数”为 n，则 m+n 的值为(　　)




A.33

B.301

C.386

D.571

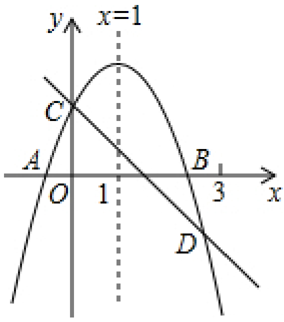
解析：由图形知第 n 个三角形数为 $1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$，第 n 个正方形数为 $n^2$，

当 n=19 时，$\dfrac{n(n+1)}{2}=190<200$，当 n=20 时，$\dfrac{n(n+1)}{2}=210>200$，所以最大的三角形数 m=190；

当 n=14 时，$n^2=196<200$，当 n=15 时，$n^2=225>200$，所以最大的正方形数 n=196，则 m+n=386.

答案：C

10.如图所示，已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C 对称轴为直线 x=1.直线 $y=-x+c$ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 交于 C、D 两点，D 点在 x 轴下方且横坐标小于 3，则下列结论：①$2a+b+c>0$；②$a-b+c<0$；③$x(ax+b)\leqslant a+b$；④$a<-1$.其中正确的有(　　)




A. 4 个
B. 3 个
C. 2 个
D. 1 个
解析：∵抛物线与 y 轴的交点在 x 轴上方，∴c＞0，
∵抛物线的对称轴为直线 x=$-\dfrac{b}{2a}$=1，∴b=-2a，∴2a+b+c=2a-2a+c=c＞0，所以①正确；
∵抛物线与 x 轴的一个交点在点(3，0)左侧，而抛物线的对称轴为直线 x=1，
∴抛物线与 x 轴的另一个交点在点(-1，0)右侧，∴当 x=-1 时，y＜0，∴a-b+c＜0，所以②正确；
∵x=1 时，二次函数有最大值，∴$ax^2+bx+c \leqslant a+b+c$，∴$ax^2+bx \leqslant a+b$，所以③正确；
∵直线 y=-x+c 与抛物线 y=ax2+bx+c 交于 C、D 两点，D 点在 x 轴下方且横坐标小于 3，
∴x=3 时，一次函数值比二次函数值大，即 9a+3b+c＜-3+c，
而 b=-2a，∴9a-6a＜-3，解得 a＜-1，所以④正确.
答案：A

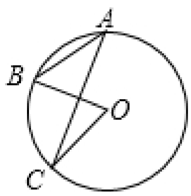
二.填空题(本大题共 6 小题、每小题 3 分，共 18 分，只需要将结果直接填在答卡对应题号处的横线上)

11.计算：$\sqrt{8}-\left|2-2\sqrt{2}\right|$+2tan45°=_______.

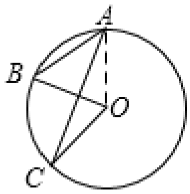
解析：原式=$2\sqrt{2}-\left(2\sqrt{2}-2\right)+2\times1=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}$+2+2=4.

答案：4

12.如图，点 A，B，C 在⊙O 上，∠A=40 度，∠C=20 度，则∠B=_______度.




解析：如图，连接 OA，




∵OA=OC，∴∠OAC=∠C=20°，∴∠OAB=60°，

∵OA=OB，∴∠B=∠OAB=60°.

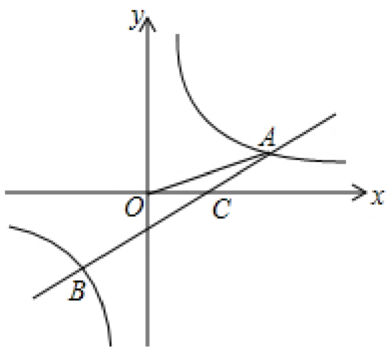
答案：60

13.已知$\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$是关于x，y的二元一次方程组$\begin{cases}ax+by=7,\\ax-by=1\end{cases}$的一组解，则a+b=______.

解析：∵$\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$是关于x，y的二元一次方程组$\begin{cases}ax+by=7,\\ax-by=1\end{cases}$的一组解，∴$\begin{cases}2a+b=7,\\2a-b=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=2,\\b=3,\end{cases}$∴a+b=5.

答案：5

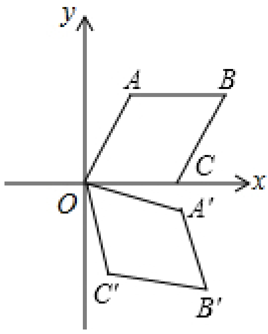
14.如图，一次函数y=x-2的图象与反比例函数y=$\frac{k}{x}$(k＞0)的图象相交于A、B两点，与x轴交与点C，若tan∠AOC=$\frac{1}{3}$，则k的值为______.



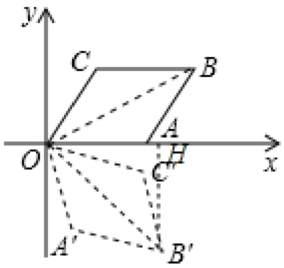

解析：设点A的坐标为(3a，a)，∵一次函数y=x-2的图象与反比例函数y=$\frac{k}{x}$(k＞0)的图象相交于A、B两点，∴a=3a-2，得a=1，∴1=$\frac{k}{3}$，得k=3.

答案：3

15.如图，在平面直角坐标系xOy中，菱形OABC的边长为2，点A在第一象限，点C在x轴正半轴上，∠AOC=60°，若将菱形OABC绕点O顺时针旋转75°，得到四边形OA′B′C′，则点B的对应点B′的坐标为________.




解析：作 B′ H⊥x 轴于 H 点，连结 OB，OB′，如图，




∵四边形 OABC 为菱形，∴∠AOC=180°－∠C=60°，OB 平分∠AOC，∴∠AOB=30°，
∵菱形 OABC 绕原点 O 顺时针旋转 75°至第四象限 OA′ B′ C′ 的位置，

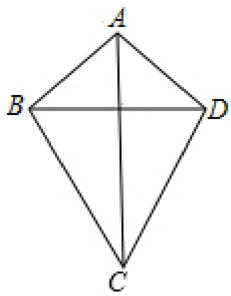
∴∠BOB′ =75°，OB′ =OB=2$\sqrt{3}$，

∴∠AOB′ =∠BOB′ －∠AOB=45°，∴△OBH 为等腰直角三角形，

∴OH=B′ H=$\frac{\sqrt{2}}{2}OB'=\sqrt{6}$，∴点 B′ 的坐标为($\sqrt{6},-\sqrt{6}$).

答案：($\sqrt{6},-\sqrt{6}$)

16.如图，在四边形 ABCD 中，AB=AD=5，BC=CD 且 BC＞AB，BD=8.给出以下判断：




①AC 垂直平分 BD；
②四边形 ABCD 的面积 S=AC•BD；
③顺次连接四边形 ABCD 的四边中点得到的四边形可能是正方形；
④当 A，B，C，D 四点在同一个圆上时，该圆的半径为$\frac{25}{6}$；
⑤将△ABD 沿直线 BD 对折，点 A 落在点 E 处，连接 BE 并延长交 CD 于点 F，当 BF⊥CD 时，点 F 到直线 AB 的距离为$\frac{678}{125}$.

其中正确的是__________.(写出所有正确判断的序号)

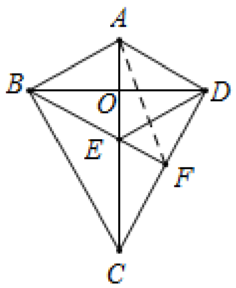
解析：∵在四边形 ABCD 中，AB=AD=5，BC=CD，∴AC 是线段 BD 的垂直平分线，故①正确；

四边形 ABCD 的面积 S=$\frac{AC\cdot BD}{2}$，故②错误；

当 AC=BD 时，顺次连接四边形 ABCD 的四边中点得到的四边形是正方形，故③正确；

当 A，B，C，D 四点在同一个圆上时，设该圆的半径为 r，则 $r^2=(r-3)^2+4^2$，得 r=$\frac{25}{6}$，故④正确；

将△ABD 沿直线 BD 对折，点 A 落在点 E 处，连接 BE 并延长交 CD 于点 F，如图所示，连接 AF，设点 F 到直线 AB 的距离为 h，




由折叠可得，四边形 ABED 是菱形，AB=BE=5=AD=GD，BO=DO=4，∴AO=EO=3，

∵$S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}\times BD\times OE=\frac{1}{2}\times BE\times DF$，∴$DF=\frac{BD\times EO}{BE}=\frac{24}{5}$，

∵BF⊥CD，BF∥AD，∴AD⊥CD，GF=$\sqrt{DG^2-DF^2}=\frac{7}{5}$，

∵$S_{\triangle ABF}=S_{梯形ABFD}-S_{\triangle ADF}$，∴$\frac{1}{2}\times5h=\frac{1}{2}\left(5+5+\frac{7}{5}\right)\times\frac{24}{5}-\frac{1}{2}\times5\times\frac{24}{5}$，解得 h=$\frac{768}{125}$，故⑤错误.

答案：①③④

三、解答题(本人题共 8 小题，共 72 分，解答应写出必要的演算步骤、文字说明或证明过程)

17.先化简，再求值：$\frac{x^2}{x^2-1}\div\left(\frac{1}{x-1}+1\right)$，其中 x 为整数且满足不等式组$\begin{cases}x-1>1,\\8-2x\geq2.\end{cases}$

解析：根据分式的除法和加法可以化简题目中的式子，由 x 为整数且满足不等式组$\begin{cases}x-1>1,\\8-2x\geq2\end{cases}$可以求得 x 的值，从而可以解答本题.

答案：$\frac{x^2}{x^2-1}\div\left(\frac{1}{x-1}+1\right)=\frac{x^2}{(x+1)(x-1)}\div\frac{1+x-1}{x-1}=\frac{x^2}{(x+1)(x-1)}\cdot\frac{x-1}{x}=\frac{x}{x+1}$，

由$\begin{cases}x-1>1,\\8-2x\geq2\end{cases}$得，2＜x≤3，∵x 是整数，∴x=3，∴原式=$\frac{3}{3+1}=\frac{3}{4}$.

18.已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2k+3)x+k^2=0$ 有两个不相等的实数根 $x_1$，$x_2$.

(1)求 k 的取值范围；

(2)若 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$，求 k 的值.

解析：(1)根据方程的系数结合根的判别式△＞0，即可得出关于 k 的一元一次方程，解之即可得出 k 的取值范围；

(2)根据根与系数的关系可得出 $x_1+x_2=-2k-3$、$x_1x_2=k^2$，结合 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-1$ 即可得出关于 k 的分式方程，解之经检验即可得出结论.

答案：(1)∵关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2k+3)x+k^2=0$ 有两个不相等的实数根，

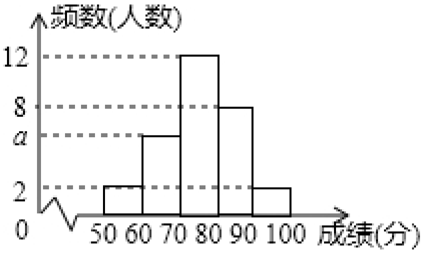
∴$\triangle=(2k+3)^2-4k^2>0$，解得：$k>-\frac{3}{4}$.

(2)∵$x_1$、$x_2$ 是方程 $x^2+(2k+3)x+k^2=0$ 的实数根，

∴$x_1+x_2=-2k-3$、$x_1x_2=k^2$，∴$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=-\frac{-(2k+3)}{k^2}=-1$，解得：$k_1=3$，$k_2=-1$，

经检验，$k_1=3$，$k_2=-1$ 都是原分式方程的根.又∵$k>-\frac{3}{4}$，∴k=3.

19.为了解某次“小学生书法比赛”的成绩情况，随机抽取了 30 名学生的成绩进行统计，并将统计情况绘成如图所示的频数分布直方图，已知成绩 x(单位：分)均满足“50≤x＜100”.根据图中信息回答下列问题：




(1)图中 a 的值为_______；

(2)若要绘制该样本的扇形统计图，则成绩 x 在“70≤x＜80”所对应扇形的圆心角度数为度；

(3)此次比赛共有 300 名学生参加，若将“x≥80”的成绩记为“优秀”，则获得“优秀“的学生大约有______人；

(4)在这些抽查的样本中，小明的成绩为 92 分，若从成绩在“50≤x＜60”和“90≤x＜100”的学生中任选 2 人，请用列表或画树状图的方法，求小明被选中的概率.

解析：(1)用总人数减去其他分组的人数即可求得 60≤x＜70 的人数 a；

(2)用 360°乘以成绩在 70≤x＜80 的人数所占比例可得；

(3)用总人数乘以样本中优秀人数所占比例即可得；

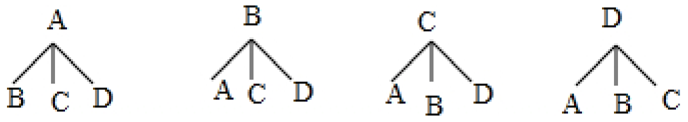
(4)先画出树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出有 C 的结果数，然后根据概率公式求解.

答案：(1)a=30-(2+12+8+2)=6.

(2)成绩 x 在“70≤x＜80”所对应扇形的圆心角度数为 $360° \times \frac{12}{30}=144°$ .

(3)获得“优秀“的学生大约有 $300\times \frac{8+2}{30}=100$ 人.

(4)50≤x＜60 的两名同学用 A、B 表示，90≤x＜100 的两名同学用 C、D 表示(小明用 C 表示)，画树状图为：




共有 12 种等可能的结果数，其中有 C 的结果数为 6，所以小明被选中的概率为 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

20.随州市新㵐水一桥(如图 1)设计灵感来源于市花--兰花，采用蝴蝶兰斜拉桥方案，设计长度为 258 米，宽 32 米，为双向六车道，2018 年 4 月 3 日通车.斜拉桥又称斜张桥，主要由索塔、主梁、斜拉索组成.某座斜拉桥的部分截面图如图 2 所示，索塔 AB 和斜拉索(图中只画出最短的斜拉索 DE 和最长的斜拉索 AC)均在同一水平面内，BC 在水平桥面上.已知∠ABC=∠DEB=45°，∠ACB=30°，BE=6 米，AB=5BD.


图1

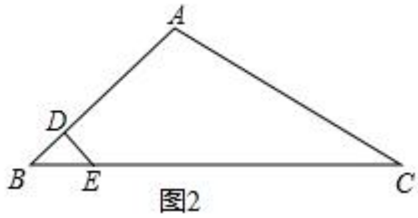


图2

(1)求最短的斜拉索 DE 的长；
(2)求最长的斜拉索 AC 的长.
解析：(1)根据等腰直角三角形的性质计算 DE 的长；

(2)作 AH⊥BC 于 H，如图 2，由于 BD=DE=$3\sqrt{2}$，则 AB=3BD=$15\sqrt{2}$，在 Rt△ABH 中，根据等腰直角三角形的性质可计算出 BH=AH=15，然后在 Rt△ACH 中利用含 30 度的直角三角形三边的关系即可得到 AC 的长.

答案:(1)∵∠ABC=∠DEB=45°，∴△BDE 为等腰直角三角形，∴DE=$\frac{\sqrt{2}}{2}BE=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 6=3\sqrt{2}$ .

答：最短的斜拉索 DE 的长为 $3\sqrt{2}$ m；

(2)作 AH⊥BC 于 H，如图 2，

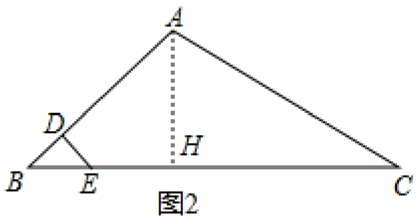


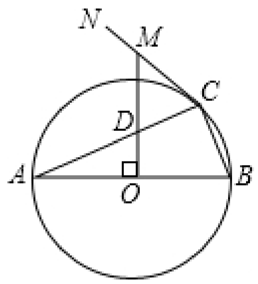
图2

∵BD=DE=3$\sqrt{2}$，∴AB=3BD=5×3$\sqrt{2}=15\sqrt{2}$，

在 Rt△ABH 中，∵∠B=45°，∴BH=AH=$\frac{\sqrt{2}}{2}AB=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 15\sqrt{2}$=15，

在 Rt△ACH 中，∵∠C=30°，∴AC=2AH=30.
答：最长的斜拉索 AC 的长为 30m.

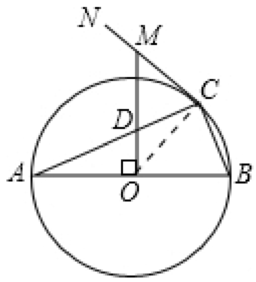
21.如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 为⊙O 上一点，CN 为⊙O 的切线，OM⊥AB 于点 O，分别交 AC、CN 于 D、M 两点.




(1)求证：MD=MC；

(2)若⊙O 的半径为 5，AC=4$\sqrt{5}$，求 MC 的长.

解析：(1)连接 OC，利用切线的性质证明即可；
(2)根据相似三角形的判定和性质以及勾股定理解答即可.
答案：(1)连接 OC，




∵CN 为⊙O 的切线，∴OC⊥CM，∠OCA+∠ACM=90°，
∵OM⊥AB，∴∠OAC+∠ODA=90°，
∵OA=OC，∴∠OAC=∠OCA，∴∠ACM=∠ODA=∠CDM，∴MD=MC；

(2)由题意可知 AB=5×2=10，AC=4$\sqrt{5}$，

∵AB 是⊙O 的直径，∴∠ACB=90°，∴BC=$\sqrt{10^2-\left(4\sqrt{5}\right)^2}=2\sqrt{5}$，

∵∠AOD=∠ACB，∠A=∠A，∴△AOD∽△ACB，∴$\frac{OD}{BC}=\frac{AO}{AC}$，即$\frac{OD}{2\sqrt{5}}=\frac{5}{4\sqrt{5}}$，

可得：OD=2.5，设 MC=MD=x，在 Rt△OCM 中，由勾股定理得：$(x+2.5)^2=x^2+5^2$，

解得：x=$\frac{15}{4}$，即 MC=$\frac{15}{4}$.

22.为迎接“世界华人炎帝故里寻根节”，某工厂接到一批纪念品生产订单，按要求在 15 天内完成，约定这批纪念品的出厂价为每件 20 元，设第 x 天(1≤x≤15，且 x 为整数)每件产品的成本是 p 元，p 与 x 之间符合一次函数关系，部分数据如表：

| 天数（x） | 1 | 3 | 6 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 每件成本p（元） | 7.5 | 8.5 | 10 | 12 |

任务完成后，统计发现工人李师傅第 x 天生产的产品件数 y(件)与 x(天)满足如下关系：y=

$$\begin{cases}2x+20(1\le x<10，且x为整数),\\40(10\le x\le 15，且x为整数)\end{cases}$$

设李师傅第 x 天创造的产品利润为 W 元.

(1)直接写出 p 与 x，W 与 x 之间的函数关系式，并注明自变量 x 的取值范围；

(2)求李师傅第几天创造的利润最大？最大利润是多少元？

(3)任务完成后.统计发现平均每个工人每天创造的利润为 299 元.工厂制定如下奖励制度：如果一个工人某天创造的利润超过该平均值，则该工人当天可获得 20 元奖金.请计算李师傅共可获得多少元奖金？

解析：(1)根据题意和表格中的数据可以求得 p 与 x，W 与 x 之间的函数关系式，并注明自变量 x 的取值范围：

(2)根据题意和题目中的函数表达式可以解答本题；

(3)根据(2)中的结果和不等式的性质可以解答本题.

答案：(1)设 p 与 x 之间的函数关系式为 p=kx+b，$\begin{cases}k+b=7.5,\\3k+b=8.5,\end{cases}$解得，$\begin{cases}k=0.5,\\b=7,\end{cases}$即 p 与 x 的函数关系式为 p=0.5x+7(1≤x≤15，x 为整数)，

当 1≤x＜10 时，W=[20-(0.5x+7)](2x+20)=$-x^2$+16x+260，

当 10≤x≤15 时，W=[20-(0.5x+7)]×40=-20x+520，

即 W=$\begin{cases}-x^2+16x+260(1\le x<10，x为整数),\\-20x+520(10\le x\le 15，x为整数);\end{cases}$

(2)当 1≤x＜10 时，W=$-x^2$+16x+260=$-(x-8)^2$+324，∴当 x=8 时，W 取得最大值，此时 W=324，

当 10≤x≤15 时，W=-20x+520，∴当 x=10 时，W 取得最大值，此时 W=320，

∵324＞320，∴李师傅第 8 天创造的利润最大，最大利润是 324 元；

(3)当 1≤x＜10 时，令$-x^2$+16x+260=299，得 $x_1=3$，$x_2=13$，

当 W＞299 时，3＜x＜13，∵1≤x＜10，∴3＜x＜10，

当 10≤x≤15 时，令 W=-20x+520＞299，得 x＜11.05，∴10≤x≤11，

由上可得，李师傅获得奖金的月份是 4 月到 11 月，李师傅共获得奖金为：20×(11-3)=160(元)，即李师傅共可获得 160 元奖金.

23.我们知道，有理数包括整数、有限小数和无限循环小数，事实上，所有的有理数都可以化为分数形式(整数可看作分母为 1 的分数)，那么无限循环小数如何表示为分数形式呢？请看以下示例：

例：将 $0.\dot{7}$ 化为分数形式由于 $0.\dot{7}=0.777\cdots$，设 $x=0.777\cdots$①，

则 $10x=7.777\cdots$②，

②-①得 $9x=7$，解得 $x=\frac{7}{9}$，于是得 $0.\dot{7}=\frac{7}{9}$.

同理可得 $0.\dot{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}, 1.\dot{4}=1+0.\dot{4}=1+\frac{4}{9}=\frac{13}{9}$.

根据以上阅读，回答下列问题：(以下计算结果均用最简分数表示)

【基础训练】

(1) $0.\dot{5}=$________，$5.\dot{8}=$__________；

(2)将 $0.\dot{2}\dot{3}$ 化为分数形式，写出推导过程；

【能力提升】

(3) $0.\dot{3}1\dot{5}=$___________，$2.0\dot{1}\dot{8}=$__________；(注：$0.\dot{3}1\dot{5}=0.315315\cdots$，$2.0\dot{1}\dot{8}=2.01818\cdots$)

【探索发现】

(4)①试比较 $0.\dot{9}$ 与 1 的大小：$0.\dot{9}$ ________ 1(填“＞”、“＜”或“=”)

②若已知 $0.\dot{2}8571\dot{4}=\frac{2}{7}$，则 $3.\dot{7}1428\dot{5}=$_________.(注：$0.\dot{2}8571\dot{4}=0.285714285714\cdots$)

解析：根据阅读材料可知，每个整数部分为零的无限循环小数都可以写成分式形式，如果循环节有 n 位，则这个分数的分母为 n 个 9，分子为循环节.

答案：(1)由题意知 $0.\dot{5}=\frac{5}{9}, 5.\dot{8}=5+\frac{8}{9}=\frac{53}{9}$.

(2) $0.\dot{2}\dot{3}=0.232323\cdots\cdots$，

设 $x=0.232323\cdots\cdots$①，

则 $100x=23.2323\cdots\cdots$②，

②-①，得：$99x=23$，

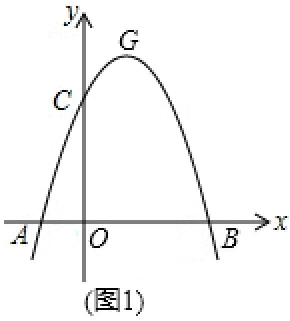
解得：$x=\frac{23}{99}$，$\therefore 0.\dot{2}\dot{3}=\frac{23}{99}$；

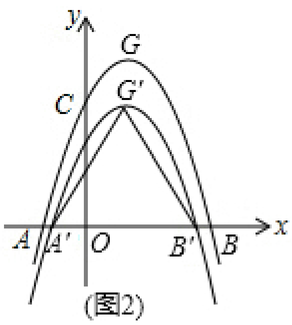
(3)同理 $0.\dot{3}1\dot{5}=315999=35111$，$2.0\dot{1}\dot{8}=2+110\times1899=11155$.

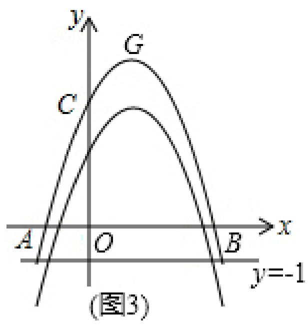
(4)① $0.\dot{9}=\frac{9}{9}=1$；

② $3.\dot{7}1428\dot{5}=3+\frac{714285}{999999}=3+\frac{5}{7}=\frac{26}{7}$.

24.如图 1，抛物线 $C_1$：$y=ax^2-2ax+c$ ($a<0$) 与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C.已知点 A 的坐标为(-1，0)，点 O 为坐标原点，OC=3OA，抛物线 $C_1$ 的顶点为 G.








(1)求出抛物线 $C_1$ 的解析式，并写出点 G 的坐标；

(2)如图 2，将抛物线 $C_1$ 向下平移 k(k＞0)个单位，得到抛物线 $C_2$，设 $C_2$ 与 x 轴的交点为 A′、B′，顶点为 G′，当△A′B′G′是等边三角形时，求 k 的值；

(3)在(2)的条件下，如图 3，设点 M 为 x 轴正半轴上一动点，过点 M 作 x 轴的垂线分别交抛物线 $C_1$、$C_2$ 于 P、Q 两点，试探究在直线 y=-1 上是否存在点 N，使得以 P、Q、N 为顶点的三角形与△AOQ 全等，若存在，直接写出点 M，N 的坐标：若不存在，请说明理由.

解析：(1)由点 A 的坐标及 OC=3OA 得点 C 坐标，将 A、C 坐标代入解析式求解可得；

(2)设抛物线 $C_2$ 的解析式为 $y=-x^2+2x+3-k$，即 $y=-(x-1)^2+4-k$，′作 G′D⊥x 轴于点 D，设 BD′=m，由等边三角形性质知点 B′的坐标为(m+1，0)，点 G′的坐标为(1，$\sqrt{3}$m)，代入所设解析式求解可得；

(3)设 M(x，0)，则 P(x，$-x^2+2x+3$)、Q(x，$-x^2+2x+2$)，根据 PQ=OA=1 且∠AOQ、∠PQN 均为钝角知△AOQ≌△PQN，延长 PQ 交直线 y=-1 于点 H，证△OQM≌△QNH，根据对应边相等建立关于 x 的方程，解之求得 x 的值从而进一步求解.

解析：(1)∵点 A 的坐标为(-1，0)，∴OA=1，∴OC=3OA，∴点 C 的坐标为(0，3)，

将 A、C 坐标代入 $y=ax^2-2ax+c$，得：$\begin{cases} a+2a+c=0, \\ c=3, \end{cases}$ 解得：$\begin{cases} a=-1, \\ c=3, \end{cases}$ ∴抛物线 $C_1$ 的解析式为 $y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$，所以点 G 的坐标为(1，4).

(2)设抛物线 $C_2$ 的解析式为 $y=-x^2+2x+3-k$，即 $y=-(x-1)^2+4-k$，过点 G′作 G′D⊥x 轴于点 D，设 BD′=m，

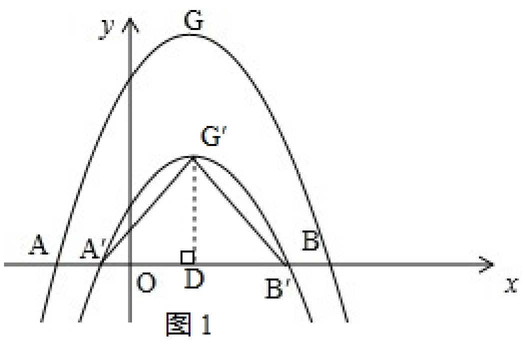


图 1

∵△A′B′G′为等边三角形，∴G′D=$\sqrt{3}B'D=\sqrt{3}$m，

则点 B′的坐标为(m+1，0)，点 G′的坐标为(1，$\sqrt{3}$m)，

将点 B′、G′的坐标代入 $y=-(x-1)^2+4-k$，

得：$\begin{cases}-m^2+4-k=0,\\4-k=\sqrt{3}m,\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}m_1=0,\\k_1=4(舍),\end{cases}$ $\begin{cases}m_2=\sqrt{3},\\k_2=1,\end{cases}$ ∴k=1；

(3)设 M(x，0)，则 P(x，$-x^2+2x+3$)、Q(x，$-x^2+2x+2$)，∴PQ=OA=1，

∵∠AOQ、∠PQN 均为钝角，∴△AOQ≌△PQN，

如图 2，延长 PQ 交直线 y=-1 于点 H，

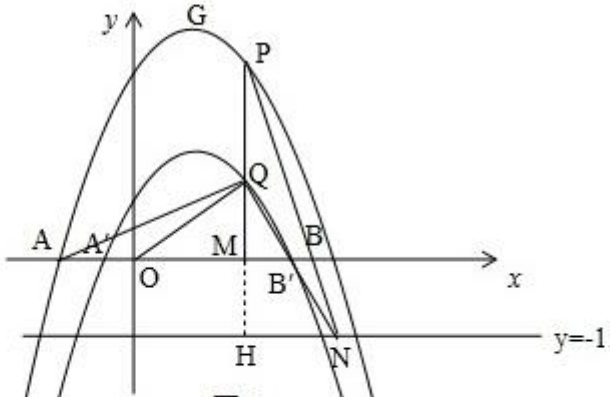


图 2

则∠QHN=∠OMQ=90°，

又∵△AOQ≌△PQN，∴OQ=QN，∠AOQ=∠PQN，∴∠MOQ=∠HQN，∴△OQM≌△QNH(AAS)，

∴OM=QH，即 $x=-x^2+2x+2+1$，解得：$x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$(负值舍去)，

当 $x=\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ 时，HN=QM=$-x^2+2x+2=\frac{\sqrt{13}-1}{2}$，点 M($\frac{1+\sqrt{13}}{2}$，0)，∴点 N 坐标为

($\frac{1+\sqrt{13}}{2}+\frac{\sqrt{13}-1}{2}$，-1)，

即($\sqrt{13}$，-1)；或($\frac{1+\sqrt{13}}{2}-\frac{\sqrt{13}-1}{2}$，-1)，即(1，-1)；如图 3，

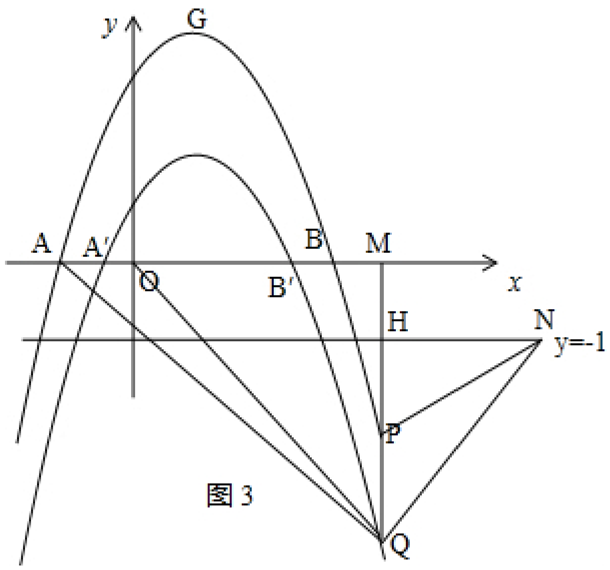



图 3

同理可得△OQM≌△PNH，∴OM=PH，即 $x=-(-x^2+2x+2)-1$，解得：$x=-1$(舍)或 $x=4$，
当 $x=4$ 时，点 M 的坐标为(4，0)，$HN=QM=-(-x^2+2x+2)=6$，
∴点 N 的坐标为(4+6，-1)即(10，-1)，或(4-6，-1)即(-2，-1)；

综上点 $M_1(\frac{1+\sqrt{13}}{2}，0)$、$N_1(\sqrt{13}，-1)$；$M_2(\frac{1+\sqrt{13}}{2}，0)$、$N_2(1，-1)$；$M_3(4，0)$、$N_3(10，-1)$；$M_4(4，0)$、$N_4(-2，-1)$.