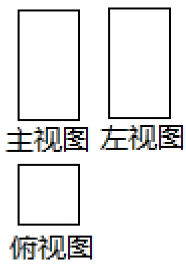
2018年福建省中考真题数学(A卷)

一、选择题(每题只有一个正确选项，本题共10小题，每题4分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1.在实数|-3|，-2，0，π中，最小的数是(　)
A.|-3|
B.-2
C.0
D.π
解析：直接利用利用绝对值的性质化简，进而比较大小得出答案.
在实数|-3|，-2，0，π中，
|-3|=3，则-2＜0＜|-3|＜π，
故最小的数是：-2.
答案：B

2.几何体的三视图如图所示，则该几何体是(　)



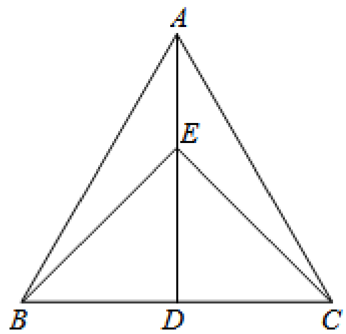
A.圆柱
B.三棱柱
C.长方体
D.四棱锥
解析：根据常见几何体的三视图逐一判断即可得.
A、圆柱的主视图和左视图是矩形，但俯视图是圆，不符合题意；
B、三棱柱的主视图和左视图是矩形，但俯视图是三角形，不符合题意；
C、长方体的主视图、左视图及俯视图都是矩形，符合题意；
D、四棱锥的主视图、左视图都是三角形，而俯视图是四边形，不符合题意.
答案：C

3.下列各组数中，能作为一个三角形三边边长的是(　)
A.1，1，2
B.1，2，4
C.2，3，4
D.2，3，5
解析：根据三角形中任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边.即可求解.
A、1+1=2，不满足三边关系，故错误；
B、1+2＜4，不满足三边关系，故错误；

C、2+3＞4，满足三边关系，故正确；
D、2+3=5，不满足三边关系，故错误.
答案：C

4.一个n边形的内角和为360°，则n等于( )
A.3
B.4
C.5
D.6
解析：n边形的内角和是(n-2)·180°，如果已知多边形的内角和，就可以得到一个关于边数的方程，解方程就可以求n.
根据n边形的内角和公式，得：(n-2)·180=360，
解得n=4.
答案：B

5.如图，等边三角形ABC中，AD⊥BC，垂足为D，点E在线段AD上，∠EBC=45°，则∠ACE等于( )



A.15°
B.30°
C.45°
D.60°
解析：∵等边三角形ABC中，AD⊥BC，
∴BD=CD，即：AD是BC的垂直平分线，
∵点E在AD上，
∴BE=CE，
∴∠EBC=∠ECB，
∵∠EBC=45°，
∴∠ECB=45°，
∵△ABC是等边三角形，
∴∠ACB=60°，
∴∠ACE=∠ACB-∠ECB=15°.
答案：A

6.投掷两枚质地均匀的骰子，骰子的六个面上分别刻有1到6的点数，则下列事件为随机事件的是( )

A.两枚骰子向上一面的点数之和大于 1
B.两枚骰子向上一面的点数之和等于 1
C.两枚骰子向上一面的点数之和大于 12
D.两枚骰子向上一面的点数之和等于 12
解析：根据事先能肯定它一定会发生的事件称为必然事件，事先能肯定它一定不会发生的事件称为不可能事件，在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件，称为随机事件进行分析即可.
A、两枚骰子向上一面的点数之和大于 1，是必然事件，故此选项错误；
B、两枚骰子向上一面的点数之和等于 1，是不可能事件，故此选项错误；
C、两枚骰子向上一面的点数之和大于 12，是不可能事件，故此选项错误；
D、两枚骰子向上一面的点数之和等于 12，是随机事件，故此选项正确.
答案：D

7.已知$m=\sqrt{4}+\sqrt{3}$，则以下对 m 的估算正确的( )

A.2＜m＜3
B.3＜m＜4
C.4＜m＜5
D.5＜m＜6

解析：直接化简二次根式，得出$\sqrt{3}$的取值范围，进而得出答案.

∵$m=\sqrt{4}+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$，1＜$\sqrt{3}$＜2，

∴3＜m＜4.
答案：B

8.我国古代数学著作《增删算法统宗》记载”绳索量竿”问题：“一条竿子一条索，索比竿子长一托.折回索子却量竿，却比竿子短一托“其大意为：现有一根竿和一条绳索，用绳索去量竿，绳索比竿长 5 尺；如果将绳索对半折后再去量竿，就比竿短 5 尺.设绳索长 x 尺，竿长 y 尺，则符合题意的方程组是( )

A.$\begin{cases} x=y+5 \\ \frac{1}{2}x=y-5 \end{cases}$

B.$\begin{cases} x=y-5 \\ \frac{1}{2}x=y+5 \end{cases}$

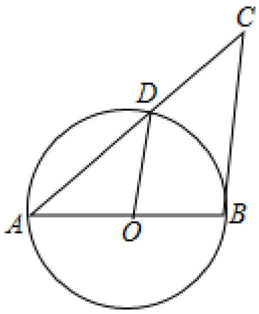
C.$\begin{cases} x=y+5 \\ 2x=y-5 \end{cases}$

D.$\begin{cases} x=y-5 \\ 2x=y+5 \end{cases}$

解析：设索长为 x 尺，竿子长为 y 尺，根据“索比竿子长一托，折回索子却量竿，却比竿子短一托”，即可得出关于 x、y 的二元一次方程组：$\begin{cases} x = y + 5 \\ \frac{1}{2}x = y - 5 \end{cases}$.

答案：A

9.如图，AB 是⊙O 的直径，BC 与⊙O 相切于点 B，AC 交⊙O 于点 D，若∠ACB=50°，则∠BOD 等于( )



A.40°
B.50°
C.60°
D.80°
解析：根据切线的性质得到∠ABC=90°，根据直角三角形的性质求出∠A，根据圆周角定理计算即可.
∵BC 是⊙O 的切线，
∴∠ABC=90°，
∴∠A=90°-∠ACB=40°，
由圆周角定理得，∠BOD=2∠A=80°.
答案：D

10.已知关于 x 的一元二次方程 $(a+1)x^2+2bx+(a+1)=0$ 有两个相等的实数根，下列判断正确的是( )
A.1 一定不是关于 x 的方程 $x^2+bx+a=0$ 的根
B.0 一定不是关于 x 的方程 $x^2+bx+a=0$ 的根
C.1 和-1 都是关于 x 的方程 $x^2+bx+a=0$ 的根
D.1 和-1 不都是关于 x 的方程 $x^2+bx+a=0$ 的根
解析：∵关于 x 的一元二次方程 $(a+1)x^2+2bx+(a+1)=0$ 有两个相等的实数根，

∴$\begin{cases} a+1 \neq 0 \\ \text{V}=(2b)^2-4(a+1)^2=0 \end{cases}$，

∴b=a+1 或 b=-(a+1).
当 b=a+1 时，有 a-b+1=0，此时-1 是方程 $x^2+bx+a=0$ 的根；
当 b=-(a+1)时，有 a+b+1=0，此时 1 是方程 $x^2+bx+a=0$ 的根.
∵a+1≠0，
∴a+1≠-(a+1)，

∴1 和-1 不都是关于 x 的方程 $x^2+bx+a=0$ 的根.
答案：D

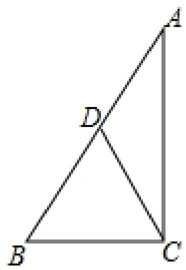
二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，请把答案填在答题卷相应题号的横线上)

11. 计算：$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^0-1=$______.

解析：根据零指数幂：$a^0=1(a\neq0)$进行计算即可.
原式=1-1=0.
答案：0

12. 某 8 种食品所含的热量值分别为：120，134，120，119，126，120，118，124，则这组数据的众数为______.
解析：根据众数的定义：一组数据中出现次数最多的数据即为众数.
∵这组数据中 120 出现次数最多，有 3 次，
∴这组数据的众数为 120.
答案：120

13. 如图，Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AB=6，D 是 AB 的中点，则 CD=______.



解析：根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半解答.
∵∠ACB=90°，D 为 AB 的中点，
∴$CD=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}\times6=3$.
答案：3

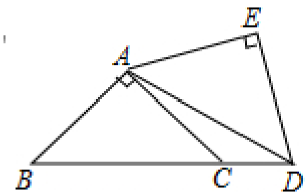
14. 不等式组$\begin{cases}3x+1>x+3\\x-2>0\end{cases}$的解集为______.

解析：先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集即可.

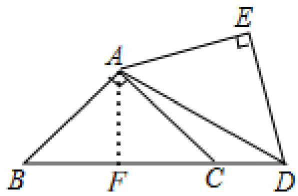
$\begin{cases}3x+1>x+3①\\x-2>0②\end{cases}$，

∵解不等式①得：x＞1，解不等式②得：x＞2，
∴不等式组的解集为 x＞2.
答案：x＞2

15.把两个同样大小的含 45° 角的三角尺按如图所示的方式放置，其中一个三角尺的锐角顶点与另一个的直角顶点重合于点 A，且另三个锐角顶点 B，C，D 在同一直线上.若 AB=$\sqrt{2}$，则 CD=_____.



解析：如图，过点 A 作 AF⊥BC 于 F，



在 Rt△ABC 中，∠B=45°，

∴BC=$\sqrt{2}$ AB=2，BF=AF=$\frac{\sqrt{2}}{2}$AB=1，

∵两个同样大小的含 45° 角的三角尺，

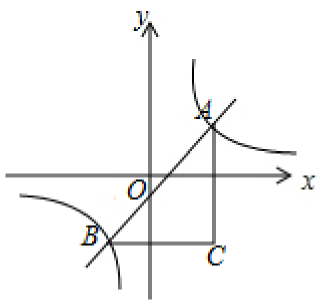
∴AD=BC=2，

在 Rt△ADF 中，根据勾股定理得，$DF=\sqrt{AD^2-AF^2}=\sqrt{3}$，

∴$CD=BF+DF-BC=1+\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-1$.

答案：$\sqrt{3}-1$

16.如图，直线 y=x+m 与双曲线$y=\frac{3}{x}$相交于 A，B 两点，BC∥x 轴，AC∥y 轴，则△ABC 面积的最小值为_____.



解析：设 A(a，$\frac{3}{a}$)，B(b，$\frac{3}{b}$)，则 C(a，$\frac{3}{b}$).

将 y=x+m 代入 $y=\dfrac{3}{x}$，得 $x+m=\dfrac{3}{x}$，

整理，得 $x^2+mx-3=0$，

则 a+b=-m，ab=-3，

∴ $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=m^2+12$.

∵ $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AC\cdot BC$

$=\dfrac{1}{2}\left(3a-3b\right)\left(a-b\right)$

$=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3\left(b-a\right)}{ab}\cdot\left(a-b\right)$

$=\dfrac{1}{2}\left(a-b\right)^2$

$=\dfrac{1}{2}\left(m^2+12\right)$

$=\dfrac{1}{2}m^2+6$

∴当 m=0 时，△ABC 的面积有最小值 6.

答案：6

三、解答题(本大题共 9 小题，满分 86 分，请认真读题，冷静思考解答题应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤，请把解题过程写在答题卷相应题号的位置)

17.解方程组：$\begin{cases}x+y=1\\4x+y=10\end{cases}$.

解析：方程组利用加减消元法求出解即可.

答案：$\begin{cases}x+y=1①\\4x+y=10②\end{cases}$，

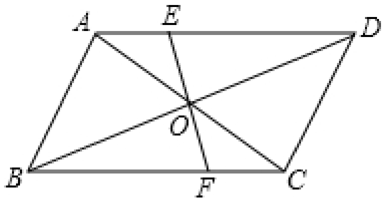
②-①得：3x=9，

解得：x=3，

把 x=3 代入①得：y=-2，

则方程组的解为 $\begin{cases}x=3\\y=-2\end{cases}$.

18.如图，Y ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，EF 过点 O 且与 AD，BC 分别相交于点 E，F.
求证：OE=OF.



解析：由四边形 ABCD 是平行四边形，可得 OA=OC，AD∥BC，继而可证得△AOE≌△COF(ASA)，则可证得结论.

答案：证明：∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴OA=OC，AD∥BC，

∴∠OAE=∠OCF，

在△OAE 和△OCF 中，

$$\begin{cases}\angle OAE=\angle OCF \\ OA=OC \\ \angle AOE=\angle COF\end{cases},$$

∴△AOE≌△COF(ASA)，

∴OE=OF.

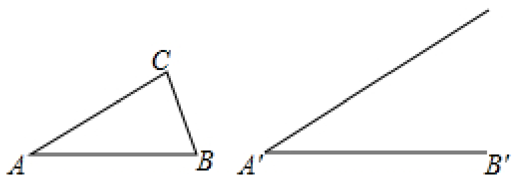
19.先化简，再求值：$\left(\dfrac{2m+1}{m}-1\right)\div\dfrac{m^2-1}{m}$，其中 $m=\sqrt{3}+1$.

解析：根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子，然后将 m 的值代入即可解答本题.

答案：$\left(\dfrac{2m+1}{m}-1\right)\div\dfrac{m^2-1}{m}=\dfrac{2m+1-m}{m}\cdot\dfrac{m}{(m+1)(m-1)}=\dfrac{m+1}{m}\cdot\dfrac{m}{(m+1)(m-1)}=\dfrac{m}{m-1}$，

当 $m=\sqrt{3}+1$ 时，原式 $=\dfrac{1}{\sqrt{3}+1-1}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

20.求证：相似三角形对应边上的中线之比等于相似比.

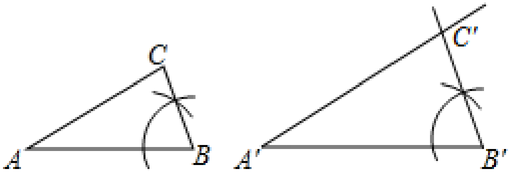


要求：

(1)根据给出的△ABC 及线段 A′B′，∠A′(∠A′=∠A)，以线段 A′B′为一边，在给出的图形上用尺规作出△A′B′C′，使得△A′B′C′∽△ABC，不写作法，保留作图痕迹.

解析：(1)作∠A′B′C=∠ABC，即可得到△A′B′C′.

答案：(1)如图所示，△A′B′C′即为所求.

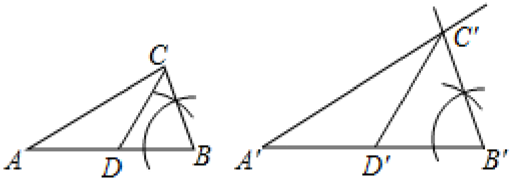


(2)在已有的图形上画出一组对应中线，并据此写出已知、求证和证明过程.

解析：(2)依据 D 是 AB 的中点，D′ 是 A′ B′ 的中点，即可得到$\frac{A'D'}{AD}=\frac{A'B'}{AB}$，根据△ABC∽△A′ B′ C′ ，即可得到$\frac{A'B'}{AB}=\frac{A'C'}{AC}$，∠A′ =∠A，进而得出△A′ C′ D′ ∽△ACD，可得$\frac{C'D'}{CD}=\frac{A'C'}{AC}=k$.

答案：(2)已知，如图，△ABC∽△A′ B′ C′ ，则$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC}=k$，D 是 AB 的中点，D′ 是 A′ B′ 的中点.

求证：$\frac{C'D'}{CD}=k$.



证明：∵D 是 AB 的中点，D′ 是 A′ B′ 的中点，

∴AD=$\frac{1}{2}$AB，A′ D′ =$\frac{1}{2}$A′ B′ ，

∴$\frac{A'D'}{AD}=\frac{\frac{1}{2}A'B'}{\frac{1}{2}AB}=\frac{A'B'}{AB}$，

∵△ABC∽△A′ B′ C′ ，

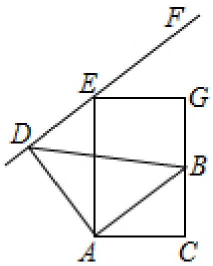
∴$\frac{A'B'}{AB}=\frac{A'C'}{AC}$，∠A′ =∠A，

∵$\frac{A'D'}{AD}=\frac{A'C'}{AC}$，∠A′ =∠A，

∴△A′ C′ D′ ∽△ACD，

∴$\frac{C'D'}{CD}=\frac{A'C'}{AC}=k$.

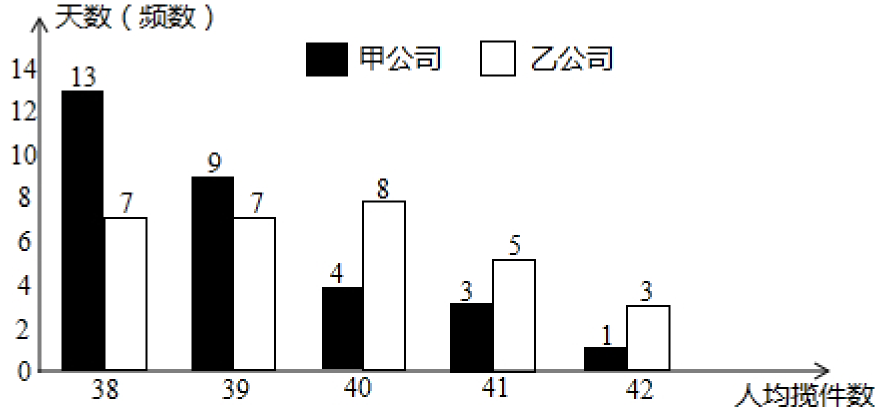
21.如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AB=10，AC=8.线段 AD 由线段 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转 90°得到，△EFG 由△ABC 沿 CB 方向平移得到，且直线 EF 过点 D.



(1)求∠BDF 的大小.
解析：(1)由旋转的性质得，AD=AB=10，∠ABD=45°，再由平移的性质即可得出结论.
答案：(1)∵线段 AD 是由线段 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转 90°得到，
∴∠DAB=90°，AD=AB=10，
∴∠ABD=45°，
∵△EFG 是△ABC 沿 CB 方向平移得到，
∴AB∥EF，
∴∠BDF=∠ABD=45°.

(2)求 CG 的长.
解析：(2)先判断出∠ADE=∠ACB，进而得出△ADE∽△ACB，得出比例式求出 AE，即可得出结论.
答案：(2)由平移的性质得，AE∥CG，AB∥EF，
∴∠DEA=∠DFC=∠ABC，∠ADE+∠DAB=180°，
∵∠DAB=90°，
∴∠ADE=90°，
∵∠ACB=90°，
∴∠ADE=∠ACB，
∴△ADE∽△ACB，
∴$\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$，
∵AB=8，AB=AD=10，
∴AE=12.5，
由平移的性质得，CG=AE=12.5.

22.甲、乙两家快递公司揽件员(揽收快件的员工)的日工资方案如下：
甲公司为“基本工资+揽件提成”，其中基本工资为 70 元/日，每揽收一件提成 2 元；
乙公司无基本工资，仅以揽件提成计算工资.若当日揽件数不超过 40，每件提成 4 元；若当日揽件数超过
40，超过部分每件多提成 2 元.
如图是今年四月份甲公司揽件员人均揽件数和乙公司揽件员人均揽件数的条形统计图：

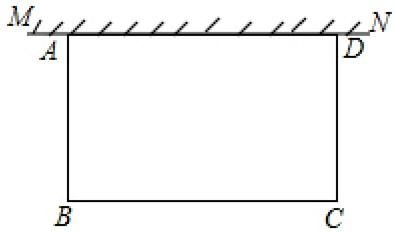


(1)现从今年四月份的30天中随机抽取1天，求这一天甲公司揽件员人均揽件数超过40(不含40)的概率.
解析：(1)根据概率公式计算可得.
答案：(1)因为今年四月份甲公司揽件员人均揽件数超过40的有4天，
所以甲公司揽件员人均揽件数超过40(不含40)的概率为$P=\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$.
答：甲公司揽件员人均揽件数超过40(不含40)的概率为$\frac{2}{15}$.

(2)根据以上信息，以今年四月份的数据为依据，并将各公司揽件员的人均揽件数视为该公司各揽件员的揽件数，解决以下问题：
①估计甲公司各揽件员的日平均件数.
②小明拟到甲、乙两家公司中的一家应聘揽件员，如果仅从工资收入的角度考虑，请利用所学的统计知识帮他选择，并说明理由.
解析：(2)分别根据平均数的定义及其意义解答可得.
答案：(2)①甲公司各揽件员的日平均件数为$\frac{38\times13+39\times9+40\times4+41\times3+42\times1}{30}=39$(件).
答：甲公司各揽件员的日平均件数为39件.
②甲公司揽件员的日平均工资为70+39×2=148元，
乙公司揽件员的日平均工资为$\frac{\left[38\times7+39\times7+40\times\left(8+5+3\right)\right]\times4+\left(1\times5+2\times3\right)\times6}{30}$

$=\left[40+\frac{\left(-2\right)\times7+\left(-1\right)\times7}{30}\right]\times4+\frac{1\times5+2\times3}{30}\times6=159.4$（元），
因为159.4＞148，
所以仅从工资收入的角度考虑，小明应到乙公司应聘.

23.如图，在足够大的空地上有一段长为a米的旧墙MN，某人利用旧墙和木栏围成一个矩形菜园ABCD，其中AD≤MN，已知矩形菜园的一边靠墙，另三边一共用了100米木栏.



(1)若 a=20，所围成的矩形菜园的面积为 450 平方米，求所利用旧墙 AD 的长.

解析：(1)设 AB=xm，则 BC=(100-2x)m，利用矩形的面积公式得到 x(100-2x)=450，解方程得 x1=5，x2=45，然后计算 100-2x 后与 20 进行大小比较即可得到 AD 的长.

答案：(1)设 AB=xm，则 BC=(100-2x)m，

根据题意得 x(100-2x)=450，解得 $x_1=5$，$x_2=45$，

当 x=5 时，100-2x=90＞20，不合题意舍去；

当 x=45 时，100-2x=10，

答：AD 的长为 10m.

(2)求矩形菜园 ABCD 面积的最大值.

解析：(2)设 AD=xm，利用矩形面积得到 $S=\frac{1}{2}x\left(100-x\right)$，配方得到 $S=-\frac{1}{2}\left(x-50\right)^2+1250$，讨论：当 a≥50 时，根据二次函数的性质得 S 的最大值为 1250；当 0＜a＜50 时，则当 0＜x≤a 时，根据二次函数的性质得 S 的最大值为 $50a-\frac{1}{2}a^2$.

答案：(2)设 AD=xm，

$\therefore S=\frac{1}{2}x\left(100-x\right)=-\frac{1}{2}\left(x-50\right)^2+1250$，

当 a≥50 时，则 x=50 时，S 的最大值为 1250；

当 0＜a＜50 时，则当 0＜x≤a 时，S 随 x 的增大而增大，当 x=a 时，S 的最大值为 $50a-\frac{1}{2}a^2$.

综上所述，当 a≥50 时，S 的最大值为 1250；当 0＜a＜50 时，S 的最大值为 $50a-\frac{1}{2}a^2$.

24.已知四边形 ABCD 是⊙O 的内接四边形，AC 是⊙O 的直径，DE⊥AB，垂足为 E.

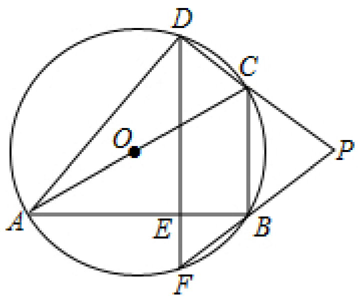


图1

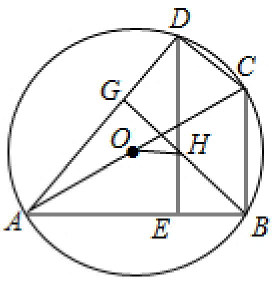


图2

(1)延长 DE 交⊙O 于点 F，延长 DC，FB 交于点 P，如图 1.求证：PC=PB.

解析：(1)先判断出 BC∥DF，再利用同角的补角相等判断出∠F=∠PCB，即可得出结论.
答案：(1)如图 1，∵AC 是⊙O 的直径，
∴∠ABC=90°，
∵DE⊥AB，
∴∠DEA=90°，
∴∠DEA=∠ABC，
∴BC∥DF，
∴∠F=∠PBC，
∵四边形 BCDF 是圆内接四边形，
∴∠F+∠DCB=180°，
∵∠PCB+∠DCB=180°，
∴∠F=∠PCB，
∴∠PBC=∠PCB，
∴PC=PB.

(2)过点 B 作 BC⊥AD，垂足为 G，BG 交 DE 于点 H，且点 O 和点 A 都在 DE 的左侧，如图 2.若 AB=$\sqrt{3}$，DH=1，∠OHD=80°，求∠BDE 的大小.

解析：(2)先判断出四边形 DHBC 是平行四边形，得出 BC=DH=1，再用锐角三角函数求出∠ACB=60°，进而判断出 DH=OD，求出∠ODH=20°，即可得出结论.
答案：(2)如图 2，连接 OD，∵AC 是⊙O 的直径，

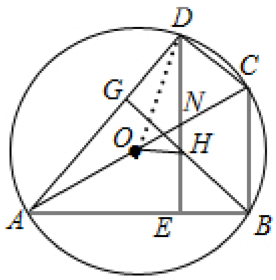


图2

∴∠ADC=90°，
∵BG⊥AD，
∴∠AGB=90°，
∴∠ADC=∠AGB，
∴BG∥DC，
∵BC∥DE，
∴四边形 DHBC 是平行四边形，
∴BC=DH=1，
在 Rt△ABC 中，AB=$\sqrt{3}$， $\tan\angle ACB=\dfrac{AB}{BC}=\sqrt{3}$，
∴∠ACB=60°，
∴BC=$\dfrac{1}{2}$AC=OD，
∴DH=OD，

在等腰三角形 DOH 中，∠DOH=∠OHD=80°，
∴∠ODH=20°，
设 DE 交 AC 于 N，
∵BC∥DE，
∴∠ONH=∠ACB=60°，
∴∠NOH=180°-(∠ONH+∠OHD)=40°，
∴∠DOC=∠DOH-∠NOH=40°，
∵OA=OD，∴∠OAD=$\frac{1}{2}$∠DOC=20°，
∴∠CBD=∠OAD=20°，
∵BC∥DE，
∴∠BDE=∠CBD=20°.

25.已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 A(0，2).

(1)若点($-\sqrt{2}$，0)也在该抛物线上，求 a，b 满足的关系式.

解析：(1)由抛物线经过点 A 可求出 c=2，再代入($-\sqrt{2}$，0)即可找出 $2a-\sqrt{2}b+2=0$ (a≠0).
答案：(1)∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 A(0，2)，
∴c=2.

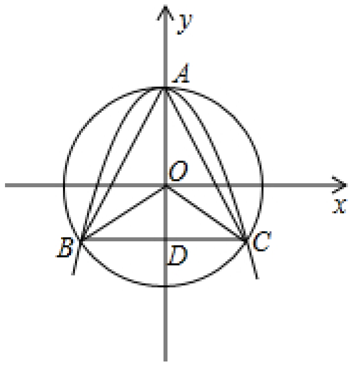
又∵点($-\sqrt{2}$，0)也在该抛物线上，

∴$a\cdot\left(-\sqrt{2}\right)^2+b\cdot\left(-\sqrt{2}\right)+c=0$，

∴$2a-\sqrt{2}b+2=0$ (a≠0).

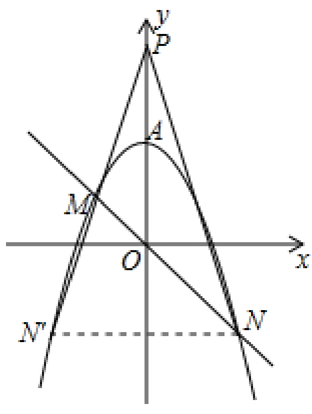
(2)若该抛物线上任意不同两点 M(x_1，y_1)，N(x_2，y_2)都满足：当 $x_1<x_2<0$ 时，$(x_1-x_2)(y_1-y_2)>0$；当 $0<x_1<x_2$ 时，$(x_1-x_2)(y_1-y_2)<0$.以原点 O 为心，OA 为半径的圆与抛物线的另两个交点为 B，C，且△ABC 有一个内角为 60°.
①求抛物线的解析式.
②若点 P 与点 O 关于点 A 对称，且 O，M，N 三点共线，求证：PA 平分∠MPN.
解析:(2)①根据二次函数的性质可得出抛物线的对称轴为 y 轴、开口向下,进而可得出 b=0，由抛物线的对称性可得出△ABC 为等腰三角形，结合其有一个 60°的内角可得出△ABC 为等边三角形，设线段 BC 与 y 轴交于点 D，根据等边三角形的性质可得出点 C 的坐标，再利用待定系数法可求出 a 值，此题得解.
②由①的结论可得出点 M 的坐标为(x_1，$-x_1^2+2$)、点 N 的坐标为(x_2，$-x_2^2+2$)，由 O、M、N 三点共线可得出 $x_2=-\frac{2}{x_1}$，进而可得出点 N 及点 N′的坐标，由点 A、M 的坐标利用待定系数法可求出直线 AM 的解析式，利用一次函数图象上点的坐标特征可得出点 N′在直线 PM 上，进而即可证出 PA 平分∠MPN.

答案：(2)①如图所示：



∵当 $x_1<x_2<0$ 时，$(x_1-x_2)(y_1-y_2)>0$，
∴$x_1-x_2<0$，$y_1-y_2<0$，
∴当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而增大；
同理：当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小，
∴抛物线的对称轴为 y 轴，开口向下，
∴$b=0$.
∵OA 为半径的圆与抛物线的另两个交点为 B、C，
∴△ABC 为等腰三角形，
又∵△ABC 有一个内角为 60°，
∴△ABC 为等边三角形.
设线段 BC 与 y 轴交于点 D，则 BD=CD，且∠OCD=30°，
又∵OB=OC=OA=2，
∴$CD=OC\cdot\cos30°=\sqrt{3}$，$OD=OC\cdot\sin30°=1$.

不妨设点 C 在 y 轴右侧，则点 C 的坐标为$(\sqrt{3}，-1)$.
∵点 C 在抛物线上，且 $c=2$，$b=0$，
∴$3a+2=-1$，
∴$a=-1$，
∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+2$.
②证明：如图所示：



由①可知，点 M 的坐标为$(x_1，-x_1^2+2)$，点 N 的坐标为$(x_2，-x_2^2+2)$.
直线 OM 的解析式为 $y=k_1x(k_1\neq0)$.
∵O、M、N 三点共线，

∴$x_1\neq0$，$x_2\neq0$，且$\frac{-x_1^{\ 2}+2}{x_1}=\frac{-x_2^{\ 2}+2}{x_2}$，

∴$-x_1+\frac{2}{x_1}=-x_2+\frac{2}{x_2}$，

∴$x_1-x_2=-\frac{2\left(x_1-x_2\right)}{x_1x_2}$，

∴$x_1x_2=-2$，即$x_2=-\frac{2}{x_1}$，

∴点 N 的坐标为($-\frac{2}{x_1}$，$-\frac{4}{x_1^{\ 2}}+2$)，

设点 N 关于 y 轴的对称点为点 N′，则点 N′的坐标为($\frac{2}{x_1}$，$-\frac{4}{x_1^{\ 2}}+2$)，

∵点 P 是点 O 关于点 A 的对称点，

∴OP=2OA=4，

∴点 P 的坐标为(0，4).

设直线 PM 的解析式为 $y=k_2x+4$，

∵点 M 的坐标为(x，$-x_1^{\ 2}+2$)，

∴$-x_1^{\ 2}+2=k_2x_1+4$，

∴$k_2=-\frac{x_1^{\ 2}+2}{x_1}$，

∴直线 PM 的解析式为$y=-\frac{x_1^{\ 2}+2}{x_1}+4$.

∵$-\frac{x_1^{\ 2}+2}{x_1}\cdot\frac{2}{x_1}+4=\frac{-2\left(x_1^{\ 2}+2\right)+4\ x_1^{\ 2}}{x_1^{\ 2}}=-\frac{4}{x_1^{\ 2}}+2$，

∴点 N′在直线 PM 上，

∴PA 平分∠MPN.