

2008 年山东省青岛市中考数学试题

(考试时间: 120 分钟; 满分 120 分)

真情提示: 亲爱的同学, 欢迎你参加本次考试, 祝你答题成功!

1. 请务必在指定位置填写座号, 并将密封线内的项目填写清楚.

2. 本试题共有 24 道题, 其中 1—7 题为选择题, 请将所选答案的标号, 写在第 7 题后面给出表格的相应位置上; 8—14 题为填空题, 请将做出的答案填写在第 14 题后面给出表格的相应位置上; 15—24 题请在试题给出的本题位置上作答.

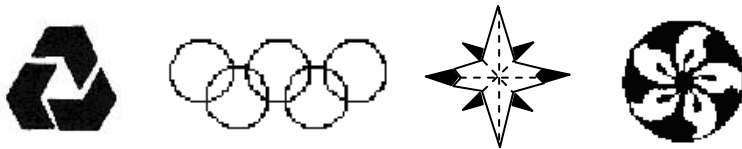
一、选择题 (本题满分 21 分, 共有 7 道小题, 每小题 3 分)

下列每小题都给出标号为 A, B, C, D 的四个结论, 其中只有一个是正确的. 每小题选对得分; 不选, 选错或选出的标号超过一个的不得分, 请将 1—7 各小题所选答案的标号填写在第 7 小题后面表格的相应位置上.

1. $-\frac{1}{4}$ 的相反数等于 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. 4 D. -4

2. 下列图形中, 轴对称图形的个数是 ()



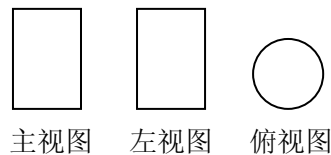
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 已知 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别为 3cm 和 2cm, 圆心距 $O_1O_2 = 4$ cm, 则两圆的位置关系是 ()

- A. 相切 B. 内含 C. 外离 D. 相交

4. 某几何体的三种视图如右图所示, 则该几何体可能是 ()

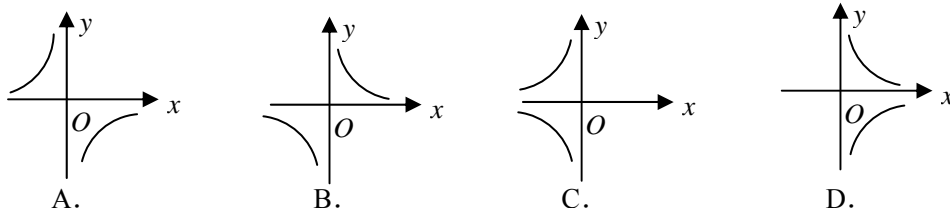
- A. 圆锥体 B. 球体 C. 长方体 D. 圆柱体



5. 一个口袋中有 3 个黑球和若干个白球, 在不允许将球倒出来数的前提下, 小明为估计其中的白球数, 采用了如下的方法: 从口袋中随机摸出一球, 记下颜色, 然后把它放回口袋中, 摇匀后再随机摸出一球, 记下颜色, …… , 不断重复上述过程. 小明共摸了 100 次, 其中 20 次摸到黑球. 根据上述数据, 小明可估计口袋中的白球大约有 ()

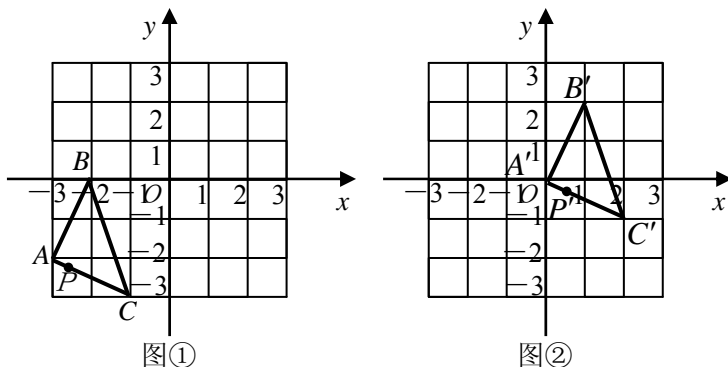
- A. 18 个 B. 15 个 C. 12 个 D. 10 个

6. 如果点 $A(x_1, y_1)$ 和点 $B(x_2, y_2)$ 是直线 $y = kx - b$ 上的两点, 且当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 < y_2$, 那么函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象大致是 ()



7. 如图, 把图①中的 $\triangle ABC$ 经过一定的变换得到图②中的 $\triangle A'B'C'$, 如果图①中 $\triangle ABC$ 上点 P 的坐标为 (a, b) , 那么这个点在图②中的对应点 P' 的坐标为 ()

- A. $(a-2, b-3)$ B. $(a-3, b-2)$ C. $(a+3, b+2)$ D. $(a+2, b+3)$



请将 1—7 各小题所选答案的标号填写在下表的相应位置上:

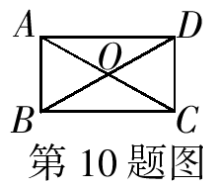
题号	1	2	3	4	5	6	7
答案							

二、填空题 (本题满分 21 分, 共有 7 道小题, 每小题 3 分) 请将 8—14 各小题的答案填写在第 14 小题后面表格的相应位置上.

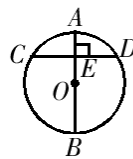
8. 计算: $2^0 + 2^{-1} =$ _____.

9. 化简: $\frac{x^2 - 9}{x - 3} =$ _____.

10. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 若 $\angle AOB = 60^\circ$, $AB = 4$ cm, 则 AC 的长为 _____ cm.



11. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于 E , 如果 $AB = 10$, $CD = 8$, 那么 AE 的长为 _____.



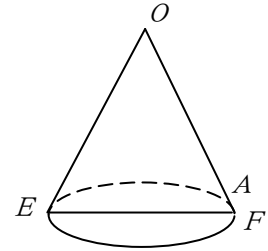
12. 为了帮助四川地震灾区重建家园, 某学校号召师生自愿捐款. 第一次捐款总额为 20000 元, 第二次捐款总额为 56000 元, 已知第二次捐款人数是第一次的 2 倍, 而且人均捐款额比第一次多 20 元. 求第一次捐款的人数是多少? 若设第一次捐款的人数为 x , 则根据题意可列方程为 _____.

第 11 题图

13. 某市广播电视局欲招聘播音员一名, 对 A, B 两名候选人进行了两项素质测试, 两人的两项测试成绩如右表所示. 根据实际需要, 广播电视局将面试、综合知识测试的得分按 3:2 的比例计算两人的总成绩, 那么 _____ (填 A 或 B) 将被录用.

测试项目	测试成绩	
	A	B
面试	90	95
综合知识测试	85	80

14. 如图是一个用来盛爆米花的圆锥形纸杯, 纸杯开口圆的直径 EF 长为 10cm. 母线 $OE(OF)$ 长为 10cm. 在母线 OF 上的点 A 处有一块爆米花残渣, 且 $FA = 2$ cm, 一只蚂蚁从杯口的点 E 处沿圆锥表面爬行到 A 点. 则此蚂蚁爬行的最短距离为 _____ cm.



第 14 题图

请将 8—14 各小题的答案填写在下表的相应位置上:

题号	8	9	10	11
答案				
题号	12	13	14	
答案				

三、作图题 (本题满分 6 分)

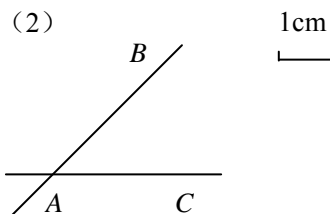
用圆规、直尺作图, 不写作法, 但要保留作图痕迹.

15. 如图, AB , AC 表示两条相交的公路, 现要在 $\angle BAC$ 的内部建一个物流中心. 设计时要求该物流中心到两条公路的距离相等, 且到公路交叉处 A 点的距离为 1000 米.

(1) 若要以 1:50000 的比例尺画设计图, 求物流中心到公路交叉处 A 点的图上距离;

(2) 在图中画出物流中心的位置 P .

解: (1)



四、解答题 (本题满分 72 分, 共有 9 道小题)

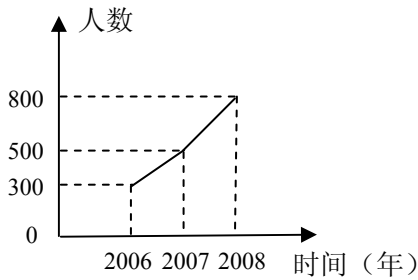
16. (本小题满分 6 分)

用配方法解一元二次方程: $x^2 - 2x - 2 = 0$.

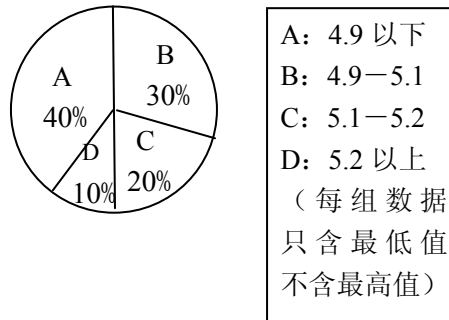
17. (本小题满分 6 分)

某市为调查学生的视力变化情况, 从全市九年级学生中抽取了部分学生, 统计了每个人连续三年视力检查的结果, 并将所得数据处理后, 制成折线统计图和扇形统计图如下:

被抽取学生视力在 4.9 以下的人数变化情况统计图



被抽取学生 2008 年的视力分布情况统计图

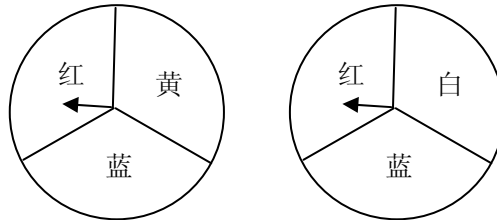


解答下列问题:

- (1) 该市共抽取了多少名九年级学生?
- (2) 若该市共有 8 万名九年级学生, 请你估计该市九年级视力不良 (4.9 以下) 的学生大约有多少人?
- (3) 根据统计图提供的信息, 谈谈自己的感想 (不超过 30 字).

18. (本小题满分 6 分)

小明和小刚用如图所示的两个转盘做配紫色游戏, 游戏规则是: 分别旋转两个转盘, 若其中一个转盘转出了红色, 另一个转出了蓝色, 则可以配成紫色. 此时小刚得 1 分, 否则小明得 1 分. 这个游戏对双方公平吗? 请说明理由. 若你认为不公平, 如何修改规则才能使游戏对双方公平?

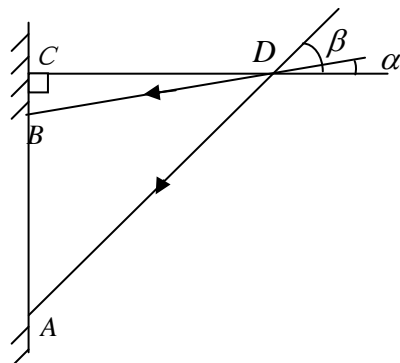


19. (本小题满分 6 分)

在一次课题学习课上, 同学们为教室窗户设计一个遮阳篷, 小明同学绘制的设计图如图所示, 其中, AB 表示窗户, 且 $AB = 2$ 米, BCD 表示直角遮阳篷, 已知当地一年中在午时的太阳光与水平线 CD 的最小夹角 α 为 18.6° , 最大夹角 β 为 64.5° .

请你根据以上数据, 帮助小明同学计算出遮阳篷中 CD 的长是多少米? (结果保留两个有效数字)

(参考数据: $\sin 18.6^\circ = 0.32$, $\tan 18.6^\circ = 0.34$, $\sin 64.5^\circ = 0.90$, $\tan 64.5^\circ = 2.1$)



20. (本小题满分 8 分)

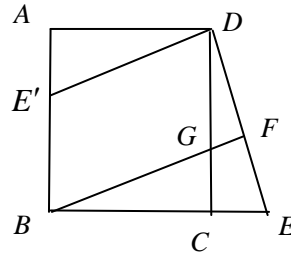
2008 年 8 月, 北京奥运会帆船比赛将在青岛国际帆船中心举行. 观看帆船比赛的船票分为两种: A 种船票 600 元/张, B 种船票 120 元/张. 某旅行社要为一个旅行团代购部分船票, 在购票费不超过 5000 元的情况下, 购买 A, B 两种船票共 15 张, 要求 A 种船票的数量不少于 B 种船票数量的一半. 若设购买 A 种船票 x 张, 请你解答下列问题:

- (1) 共有几种符合题意的购票方案? 写出解答过程;
- (2) 根据计算判断: 哪种购票方案更省钱?

21. (本小题满分 8 分)

已知: 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, G 是 CD 上一点, 延长 BC 到 E , 使 $CE = CG$, 连接 BG 并延长交 DE 于 F .

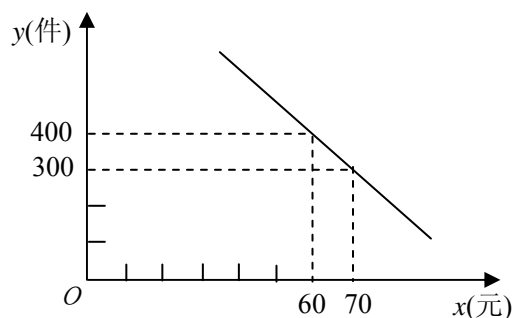
- (1) 求证: $\triangle BCG \cong \triangle DCE$;
- (2) 将 $\triangle DCE$ 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DAE'$, 判断四边形 $E'BGD$ 是什么特殊四边形? 并说明理由.



22. (本小题满分 10 分)

某服装公司试销一种成本为每件 50 元的 T 恤衫, 规定试销时的销售单价不低于成本价, 又不高于每件 70 元, 试销中销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 的关系可以近似的看作一次函数 (如图).

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 设公司获得的总利润 (总利润 = 总销售额 - 总成本) 为 P 元, 求 P 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围; 根据题意判断: 当 x 取何值时, P 的值最大? 最大值是多少?



23. (本小题满分 10 分)

实际问题: 某学校共有 18 个教学班, 每班的学生数都是 40 人. 为了解学生课余时间上网情况, 学校打算做一次抽样调查, 如果要确保全校抽取出来的学生中至少有 10 人在同一班级, 那么全校最少需抽取多少名学生?

建立模型: 为解决上面的“实际问题”, 我们先建立并研究下面从口袋中摸球的数学模型:

在不透明的口袋中装有红、黄、白三种颜色的小球各 20 个 (除颜色外完全相同), 现要确保从口袋中随机摸出的小球至少有 10 个是同色的, 则最少需摸出多少个小球?

为了找到解决问题的办法, 我们可把上述问题简单化:

- (1) 我们首先考虑最简单的情况: 即要确保从口袋中摸出的小球至少有 2 个是同色的, 则最少需摸出多

少个小球？

假若从袋中随机摸出 3 个小球，它们的颜色可能会出现多种情况，其中最不利的情况就是它们的颜色各不相同，那么只需再从袋中摸出 1 个小球就可确保至少有 2 个小球同色，即最少需摸出小球的个数是： $1+3=4$ （如图①）；

（2）若要确保从口袋中摸出的小球至少有 3 个是同色的呢？

我们只需在（1）的基础上，再从袋中摸出 3 个小球，就可确保至少有 3 个小球同色，即最少需摸出小球的个数是： $1+3\times 2=7$ （如图②）

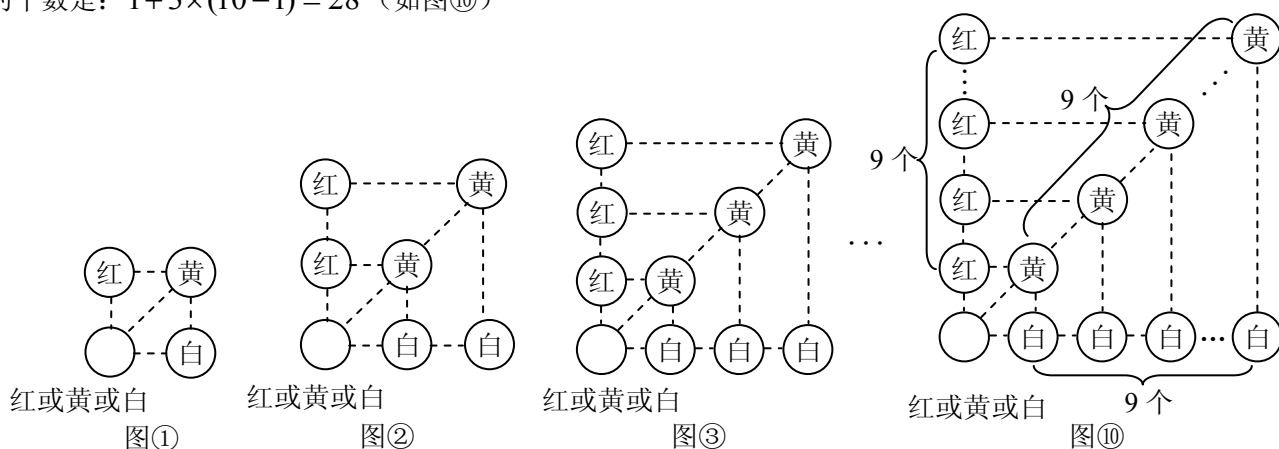
（3）若要确保从口袋中摸出的小球至少有 4 个是同色的呢？

我们只需在（2）的基础上，再从袋中摸出 3 个小球，就可确保至少有 4 个小球同色，即最少需摸出小球的个数是： $1+3\times 3=10$ （如图③）；

.....

（10）若要确保从口袋中摸出的小球至少有 10 个是同色的呢？

我们只需在（9）的基础上，再从袋中摸出 3 个小球，就可确保至少有 10 个小球同色，即最少需摸出小球的个数是： $1+3\times(10-1)=28$ （如图⑩）



模型拓展一：在不透明的口袋中装有红、黄、白、蓝、绿五种颜色的小球各 20 个（除颜色外完全相同），现从袋中随机摸球：

- （1）若要确保摸出的小球至少有 2 个同色，则最少需摸出小球的个数是_____；
- （2）若要确保摸出的小球至少有 10 个同色，则最少需摸出小球的个数是_____；
- （3）若要确保摸出的小球至少有 n 个同色（ $n < 20$ ），则最少需摸出小球的个数是_____。

模型拓展二：在不透明口袋中装有 m 种颜色的小球各 20 个（除颜色外完全相同），现从袋中随机摸球：

- （1）若要确保摸出的小球至少有 2 个同色，则最少需摸出小球的个数是_____。
- （2）若要确保摸出的小球至少有 n 个同色（ $n < 20$ ），则最少需摸出小球的个数是_____。

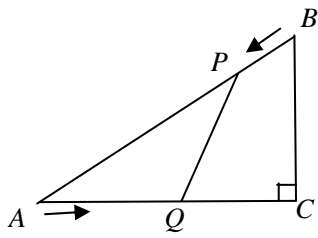
问题解决：（1）请把本题中的“实际问题”转化为一个从口袋中摸球的数学模型；

- （2）根据（1）中建立的数学模型，求出全校最少需抽取多少名学生。

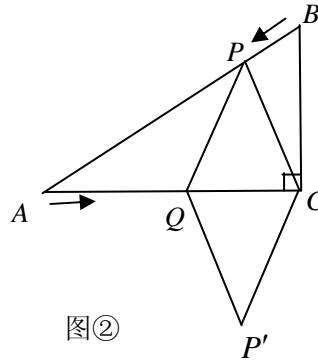
24.（本小题满分 12 分）

已知：如图①，在 $Rt\triangle ACB$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4\text{cm}$ ， $BC = 3\text{cm}$ ，点 P 由 B 出发沿 BA 方向向点 A 匀速运动，速度为 1cm/s ；点 Q 由 A 出发沿 AC 方向向点 C 匀速运动，速度为 2cm/s ；连接 PQ 。若设运动的时间为 $t(\text{s})$ （ $0 < t < 2$ ），解答下列问题：

- (1) 当 t 为何值时, $PQ \parallel BC$?
- (2) 设 $\triangle AQP$ 的面积为 y (cm^2), 求 y 与 t 之间的函数关系式;
- (3) 是否存在某一时刻 t , 使线段 PQ 恰好把 $\text{Rt}\triangle ACB$ 的周长和面积同时平分? 若存在, 求出此时 t 的值; 若不存在, 说明理由;
- (4) 如图②, 连接 PC , 并把 $\triangle PQC$ 沿 QC 翻折, 得到四边形 $PQP'C$, 那么是否存在某一时刻 t , 使四边形 $PQP'C$ 为菱形? 若存在, 求出此时菱形的边长; 若不存在, 说明理由.



图①



图②

2008年山东省青岛市中考数学试题参考答案及评分标准

说明:

1. 如果考生的解法与本解法不同, 可参照本评分标准制定相应评分细则.

2. 当考生的解答在某一步出现错误, 影响了后继部分时, 如果这一步以后的解答未改变这道题的内容和难度, 可视影响程度决定后面部分的给分, 但不得超过后面部分应给分数的一半; 如果这一步以后的解答有较严重的错误, 就不给分.

3. 为阅卷方便, 本解答中的推算步骤写得较为详细, 但允许考生在解答过程中, 合理省略非关键性的推算步骤.

4. 解答右端所注分数, 表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

一、选择题(本题满分 21 分, 共有 7 道小题, 每小题 3 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7
答案	A	B	D	D	C	B	C

二、填空题(本题满分 21 分, 共有 7 道小题, 每小题 3 分)

题号	8	9	10	11
答案	$\frac{3}{2}$	$x+3$	8	2
题号	12	13	14	
答案	$\frac{56000}{2x} - \frac{20000}{x} = 20$	B	$2\sqrt{41}$	

三、作图题(本题满分 6 分)

15. 解: (1) 1000 米 红 白 蓝 =100000 厘米,

$100000 \div 50000 = 2$ (厘米); 2'

(2) 略. 6'

四、解答题(本题满分 72 分, 共有 9 道小题)

16. (本小题满分 6 分)

解: $x^2 - 2x = 2,$

$x^2 - 2x + 1 = 2 + 1,$

$(x-1)^2 = 3, \dots\dots\dots 3'$

$x-1 = \pm\sqrt{3},$

$\therefore x_1 = 1 + \sqrt{3}, \quad x_2 = 1 - \sqrt{3}. \dots\dots\dots 6'$

17. (本小题满分 6 分)

解: (1) $800 \div 40\% = 2000$ (人); 2'

(2) $80000 \times 40\% = 32000$ (人); 4'

(3) 合理即可. 6'

18. (本小题满分 6 分)

解:

红	(红, 红)	(红, 白)	(红, 蓝)
黄	(黄, 红)	(黄, 白)	(黄, 蓝)
蓝	(蓝, 红)	(蓝, 白)	(蓝, 蓝)

..... 2'

$$\therefore P_{(\text{配成紫色})} = \frac{2}{9}, P_{(\text{配不成紫色})} = \frac{7}{9}.$$

$$\therefore \text{小刚得分: } \frac{2}{9} \times 1 = \frac{2}{9},$$

$$\text{小明得分: } \frac{7}{9} \times 1 = \frac{7}{9},$$

$$\therefore \frac{2}{9} \neq \frac{7}{9}, \therefore \text{游戏对双方不公平.} \quad \dots\dots\dots 4'$$

修改规则的方法不惟一.

(如改为: 若配成紫色时小刚得 7 分, 否则小明得 2 分.) 6'

19. (本小题满分 6 分)

解: 设 CD 为 x ,

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\angle BDC = \alpha = 18.6^\circ$,

$$\therefore \tan \angle BDC = \frac{BC}{CD},$$

$$\therefore BC = CD \cdot \tan \angle BDC = 0.34x. \quad \dots\dots\dots 2'$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle ADC = \beta = 64.5^\circ$,

$$\therefore \tan \angle ADC = \frac{AC}{CD},$$

$$\therefore AC = CD \cdot \tan \angle ADC = 2.1x. \quad \dots\dots\dots 4'$$

$$\therefore AB = AC - BC,$$

$$\therefore 2 = 2.1x - 0.34x. \quad \dots\dots\dots 5'$$

$$x \approx 1.14.$$

答: CD 长约为 1.14 米. 6'

20. (本小题满分 8 分)

解: (1) 设 A 种票 x 张, 则 B 种票 $(15-x)$ 张,

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} x \geq \frac{15-x}{2}, \\ 600x + 120(15-x) \leq 5000 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 3'$$

$$\text{解得: } 5 \leq x \leq \frac{20}{3}.$$

\therefore 满足条件的 x 为 5 或 6.

\therefore 共有两种购买方案:

方案一：A 种票 5 张， B 种票 10 张，

方案二：A 种票 6 张， B 种票 9 张. 6'

(2) 方案一购票费用： $600 \times 5 + 120 \times 10 = 4200$ (元)，

方案二购票费用： $600 \times 6 + 120 \times 9 = 4680$ (元)，

$\because 4200 < 4680$,

\therefore 方案一更省钱. 8'

21. (本小题满分 8 分)

证明：(1) \because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore BC = CD, \angle BCD = 90^\circ$.

$\because \angle BCD + \angle DCE = 180^\circ$,

$\therefore \angle BCD = \angle DCE = 90^\circ$.

又 $\because CG = CE$,

$\therefore \triangle BCG \cong \triangle DCE$ 4'

(2) $\because \triangle DCE$ 绕 D 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DAE'$,

$\therefore CE = AE'$.

$\because CE = CG$,

$\therefore CG = AE'$.

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore BE' \parallel DG, AB = CD$.

$\therefore AB - AE' = CD - CG$,

即 $BE' = DG$.

\therefore 四边形 $DE'BG$ 是平行四边形. 8'

22. (本小题满分 10 分)

解：(1) 设 y 与 x 的函数关系式为： $y = kx + b$,

\because 函数图象经过点 $(60, 400)$ 和 $(70, 300)$,

$$\therefore \begin{cases} 400 = 60k + b \\ 300 = 70k + b \end{cases}, \quad \text{解得} \begin{cases} k = -10 \\ b = 1000 \end{cases}.$$

$\therefore y = -10x + 1000$ 4'

(2) $P = (x - 50)(-10x + 1000)$

$$P = -10x^2 + 1500x - 50000 \quad \text{..... 6'}$$

自变量取值范围： $50 \leq x \leq 70$ 7'

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{1500}{-20} = 75, \quad a = -10 < 0.$$

\therefore 函数 $P = -10x^2 + 1500x - 50000$ 图象开口向下，对称轴是直线 $x=75$.

$\therefore 50 \leq x \leq 70$ ，此时 y 随 x 的增大而增大，

\therefore 当 $x=70$ 时， $P_{\text{最大值}} = 6000$ 10'

23. (本小题满分 10 分)

模型拓展一: (1) $1+5=6$ 1'

(2) $1+5 \times 9=46$ 2'

(3) $1+5(n-1)$ 3'

模型拓展二: (1) $1+m$ 4'

(2) $1+m(n-1)$ 5'

问题解决: (1) 在不透明口袋中放入 18 种颜色的小球 (小球除颜色外完全相同) 各 40 个，现要确保从口袋中随机摸出的小球至少有 10 个是同色的，则最少需摸出多少个小球？

..... 8'

(2) $1+18 \times (10-1) = 163$ 10'

24. (本小题满分 12 分)

解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = 5$,

由题意知: $AP = 5-t$, $AQ = 2t$,

若 $PQ \parallel BC$, 则 $\triangle APQ \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AQ}{AC} = \frac{AP}{AB},$$

$$\therefore \frac{2t}{4} = \frac{5-t}{5},$$

$$\therefore t = \frac{10}{7}.$$

..... 3'

(2) 过点 P 作 $PH \perp AC$ 于 H .

$\therefore \triangle APH \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{PH}{BC} = \frac{AP}{AB},$$

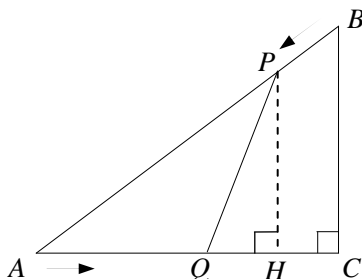
$$\therefore \frac{PH}{3} = \frac{5-t}{5},$$

$$\therefore PH = 3 - \frac{3}{5}t,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \times AQ \times PH = \frac{1}{2} \times 2t \times (3 - \frac{3}{5}t) = -\frac{3}{5}t^2 + 3t.$$

..... 6'

(3) 若 PQ 把 $\triangle ABC$ 周长平分，



图①

则 $AP+AQ=BP+BC+CQ$.

$$\therefore (5-t)+2t=t+3+(4-2t),$$

解得: $t=1$.

若 PQ 把 $\triangle ABC$ 面积平分,

$$\text{则 } S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}, \quad \text{即 } -\frac{3}{5}t^2 + 3t = 3.$$

$\therefore t=1$ 代入上面方程不成立,

\therefore 不存在这一时刻 t , 使线段 PQ 把 $\text{Rt}\triangle ACB$ 的周长和面积同时平分. $\dots 9'$

(4) 过点 P 作 $PM \perp AC$ 于 M , $PN \perp BC$ 于 N ,

若四边形 $PQP' C$ 是菱形, 那么 $PQ=PC$.

$\therefore PM \perp AC$ 于 M ,

$\therefore QM=CM$.

$\therefore PN \perp BC$ 于 N , 易知 $\triangle PBN \sim \triangle ABC$.

$$\therefore \frac{PN}{AC} = \frac{BP}{AB}, \quad \therefore \frac{PN}{4} = \frac{t}{5},$$

$$\therefore PN = \frac{4t}{5},$$

$$\therefore QM = CM = \frac{4t}{5},$$

$$\therefore \frac{4}{5}t + \frac{4}{5}t + 2t = 4,$$

$$\text{解得: } t = \frac{10}{9}.$$

\therefore 当 $t = \frac{10}{9}$ 时, 四边形 $PQP' C$ 是菱形.

$$\text{此时 } PM = 3 - \frac{3}{5}t = \frac{7}{3}, \quad CM = \frac{4}{5}t = \frac{8}{9},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle PMC \text{ 中, } PC = \sqrt{PM^2 + CM^2} = \sqrt{\frac{49}{9} + \frac{64}{81}} = \frac{\sqrt{505}}{9},$$

\therefore 菱形 $PQP' C$ 边长为 $\frac{\sqrt{505}}{9}$. $12'$

