

## 2014 年湖北省襄阳市中考真题数学

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分)在每小题给出的四个选项总，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分)有理数 $-\frac{5}{3}$ 的倒数是( )

A.  $\frac{5}{3}$

B.  $-\frac{5}{3}$

C.  $\frac{3}{5}$

D.  $-\frac{3}{5}$

解析:  $-\frac{5}{3}$ 的倒数是 $-\frac{3}{5}$ ,

答案: D.

2. (3 分)下列计算正确的是( )

A.  $a^2+a^2=2a^4$

B.  $4x-9x+6x=1$

C.  $(-2x^2y)^3=-8x^6y^3$

D.  $a^6 \div a^3=a^2$

解析: A、 $a^2+a^2=2a^2 \neq 2a^4$ , 故 A 选项错误;

B、 $4x-9x+6x=x \neq 1$ , 故 B 选项错误;

C、 $(-2x^2y)^3=-8x^6y^3$ , 故 C 选项正确;

D、 $a^6 \div a^3=a^3 \neq a^2$ , 故 D 选项错误.

答案: C.

3. (3 分)我市今年参加中考人数约为 42000 人, 将 42000 用科学记数法表示为( )

A.  $4.2 \times 10^4$

B.  $0.42 \times 10^5$

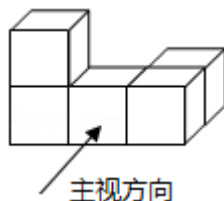
C.  $4.2 \times 10^3$

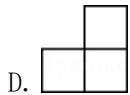
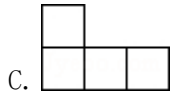
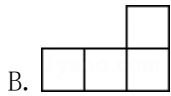
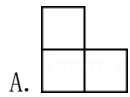
D.  $42 \times 10^3$

解析: 将 42000 用科学记数法表示为:  $4.2 \times 10^4$ .

答案: A.

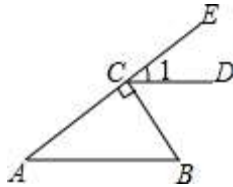
4. (3 分)如图几何体的俯视图是( )





解析：从上面看，第一层是三个正方形，第二层右边一个正方形，  
答案：B.

5. (3分)如图， $BC \perp AE$  于点  $C$ ， $CD \parallel AB$ ， $\angle B = 55^\circ$ ，则  $\angle 1$  等于( )



- A.  $35^\circ$
- B.  $45^\circ$
- C.  $55^\circ$
- D.  $65^\circ$

解析：如图， $\because BC \perp AE$ ， $\therefore \angle ACB = 90^\circ$  .  $\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$  .  
又  $\because \angle B = 55^\circ$ ， $\therefore \angle A = 35^\circ$  . 又  $CD \parallel AB$ ， $\therefore \angle 1 = \angle A = 35^\circ$  .

答案：A.

6. (3分)五箱梨的质量(单位：kg)分别为：18，20，21，18，19，则这五箱梨质量的中位数和众数分别为( )

- A. 20 和 18
- B. 20 和 19
- C. 18 和 18
- D. 19 和 18

解析：从小到大排列此数据为：18、18、19、20、21，数据 18 出现了三次最多，所以 18 为众数；

19 处在第 5 位是中位数. 所以本题这组数据的中位数是 19，众数是 18.

答案：D.

7. (3分)下列命题错误的是( )

- A. 所有的实数都可用数轴上的点表示
- B. 等角的补角相等
- C. 无理数包括正无理数，0，负无理数

D. 两点之间，线段最短

解析：A、所有的实数都可用数轴上的点表示，所以 A 选项正确；

B、等角的补角相等，所以 B 选项正确；

C、无理数包括正无理数和负无理数，0 是有理数，所以 C 选项错误；

D、两点之间，线段最短，所以 D 选项正确。

答案：C.

8. (3分) 若方程  $mx+ny=6$  的两个解是  $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ , 则  $m, n$  的值为( )

A. 4, 2

B. 2, 4

C. -4, -2

D. -2, -4

解析：将  $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$  分别代入  $mx+ny=6$  中，得： $\begin{cases} m+n=6 \textcircled{1} \\ 2m-n=6 \textcircled{2} \end{cases}$ ,

①+②得： $3m=12$ ，即  $m=4$ ，将  $m=4$  代入①得： $n=2$ ，

答案：A

9. (3分) 用一条长 40cm 的绳子围成一个面积为  $64\text{cm}^2$  的长方形. 设长方形的长为  $x\text{cm}$ ，则可列方程为( )

A.  $x(20+x)=64$

B.  $x(20-x)=64$

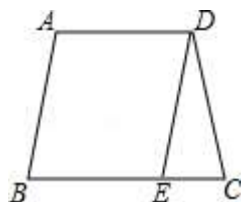
C.  $x(40+x)=64$

D.  $x(40-x)=64$

解析：设长为  $x\text{cm}$ ， $\because$  长方形的周长为 40cm， $\therefore$  宽为  $(20-x)\text{cm}$ ，得  $x(20-x)=64$ .

答案：B.

10. (3分) 如图，梯形 ABCD 中， $AD\parallel BC$ ， $DE\parallel AB$ ， $DE=DC$ ， $\angle C=80^\circ$ ，则  $\angle A$  等于( )



A.  $80^\circ$

B.  $90^\circ$

C.  $100^\circ$

D.  $110^\circ$

解析： $\because DE=DC$ ， $\angle C=80^\circ$ ， $\therefore \angle DEC=80^\circ$ ，

$\because AB\parallel DE$ ， $\therefore \angle B=\angle DEC=80^\circ$ ， $\because AD\parallel BC$ ， $\therefore \angle A=180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ ，

答案：C.

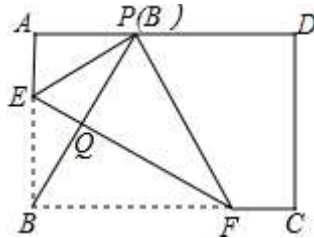
11. (3分) 用一个圆心角为  $120^\circ$ ，半径为 3 的扇形作一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面半径为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$
- B. 1
- C.  $\frac{3}{2}$
- D. 2

解析：扇形的弧长  $= \frac{120\pi \times 3}{180} = 2\pi$ ，故圆锥的底面半径为  $2\pi \div 2\pi = 1$ 。

答案：B.

12. (3分) 如图，在矩形 ABCD 中，点 E, F 分别在边 AB, BC 上，且  $AE = \frac{1}{3}AB$ ，将矩形沿直线 EF 折叠，点 B 恰好落在 AD 边上的点 P 处，连接 BP 交 EF 于点 Q，对于下列结论：①  $EF = 2BE$ ；②  $PF = 2PE$ ；③  $FQ = 4EQ$ ；④  $\triangle PBF$  是等边三角形. 其中正确的是 ( )



- A. ①②
- B. ②③
- C. ①③
- D. ①④

解析：∵  $AE = \frac{1}{3}AB$ ，∴  $BE = 2AE$ ，

由翻折的性质得， $PE = BE$ ，∴  $\angle APE = 30^\circ$ ，∴  $\angle AEP = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ，

∴  $\angle BEF = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AEP) = \frac{1}{2}(180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$ ，

∴  $\angle EFB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，∴  $EF = 2BE$ ，故①正确；

∵  $BE = PE$ ，∴  $EF = 2PE$ ，

∵  $EF > PF$ ，∴  $PF < 2PE$ ，故②错误；

由翻折可知  $EF \perp PB$ ，∴  $\angle EBQ = \angle EFB = 30^\circ$ ，∴  $BE = 2EQ$ ， $EF = 2BE$ ，∴  $FQ = 3EQ$ ，故③错误；

由翻折的性质， $\angle EFB = \angle BFE = 30^\circ$ ，∴  $\angle BFP = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ ，

∴  $\angle PBF = 90^\circ - \angle EBQ = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ，∴  $\angle PBF = \angle PFB = 60^\circ$ ，

∴  $\triangle PBF$  是等边三角形，故④正确；

综上所述，结论正确的是①④.

答案：D.

二、填空题(本大题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分) 请把答案填在答题卡的相应位置上

13. (3分) 计算： $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 2a} \div \frac{a - 1}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

解析：原式 =  $\frac{(a+1)(a-1)}{a(a+2)} \cdot \frac{a}{a-1} = \frac{a+1}{a+2}$

答案：  $\frac{a+1}{a+2}$

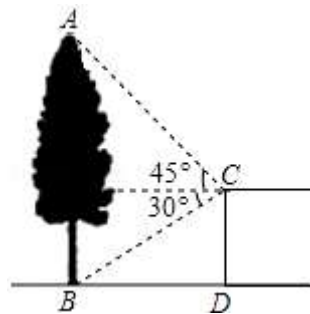
14. (3分) 从长度分别为 2, 4, 6, 7 的四条线段中随机取三条, 能构成三角形的概率是\_\_\_\_\_.

解析：∵ 从长度分别为 2, 4, 6, 7 的四条线段中随机取三条, 可能的结果为: 2, 4, 6; 2, 4, 7; 2, 6, 7; 4, 6, 7 共 4 种, 能构成三角形的是 2, 6, 7; 4, 6, 7;

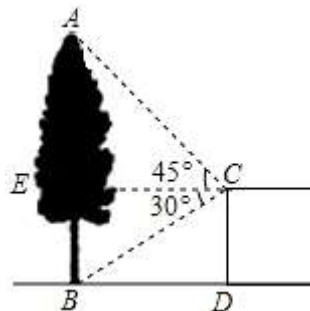
∴ 能构成三角形的概率是:  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

答案:  $\frac{1}{2}$

15. (3分) 如图, 在建筑平台 CD 的顶部 C 处, 测得大树 AB 的顶部 A 的仰角为  $45^\circ$ , 测得大树 AB 的底部 B 的俯角为  $30^\circ$ , 已知平台 CD 的高度为 5m, 则大树的高度为\_\_\_\_\_m (结果保留根号)



解析: 作  $CE \perp AB$  于点 E,



在  $Rt\triangle BCE$  中,  $BE=CD=5m$ ,  $CE = \frac{BE}{\tan 30^\circ} = 5\sqrt{3}m$ ,

在  $Rt\triangle ACE$  中,  $AE = CE \cdot \tan 45^\circ = 5\sqrt{3}m$ ,  $AB = BE + AE = (5 + 5\sqrt{3})m$ .

答案:  $(5 + 5\sqrt{3})$ .

16. (3分) 若正数  $a$  是一元二次方程  $x^2 - 5x + m = 0$  的一个根,  $-a$  是一元二次方程  $x^2 + 5x - m = 0$  的一个根, 则  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

解析: ∵  $a$  是一元二次方程  $x^2 - 5x + m = 0$  的一个根,  $-a$  是一元二次方程  $x^2 + 5x - m = 0$  的一个根,

∴  $a^2 - 5a + m = 0$  ①,  $a^2 - 5a - m = 0$  ②,

①+②, 得  $2(a^2 - 5a) = 0$ ,

∵  $a > 0$ , ∴  $a = 5$ .

答案：5.

17. (3分) 在 $\square ABCD$ 中，BC边上的高为4， $AB=5$ ， $AC=2\sqrt{5}$ ，则 $\square ABCD$ 的周长等于\_\_\_\_\_.

解析：如图1所示：

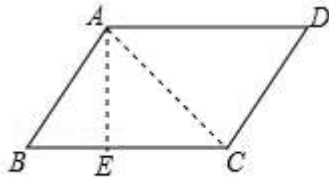


图1

$\because$ 在 $\square ABCD$ 中，BC边上的高为4， $AB=5$ ， $AC=2\sqrt{5}$ ，

$\therefore EC = \sqrt{AC^2 - AE^2} = 2$ ， $AB=CD=5$ ， $BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 3$ ，

$\therefore AD=BC=5$ ， $\therefore \square ABCD$ 的周长等于：20，

如图2所示：

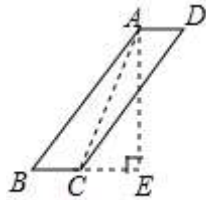


图2

$\because$ 在 $\square ABCD$ 中，BC边上的高为4， $AB=5$ ， $AC=2\sqrt{5}$ ，

$\therefore EC = \sqrt{AC^2 - AE^2} = 2$ ， $AB=CD=5$ ， $BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 3$ ，

$\therefore BC = 3 - 2 = 1$ ， $\therefore \square ABCD$ 的周长等于：1+1+5+5=12，则 $\square ABCD$ 的周长等于12或20.

答案：12或20.

### 三、解答题(本大题共9小题，共69分)解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

18. (5分) 已知： $x=1-\sqrt{2}$ ， $y=1+\sqrt{2}$ ，求 $x^2+y^2-xy-2x+2y$ 的值.

解析：根据 $x$ 、 $y$ 的值，先求出 $x-y$ 和 $xy$ ，再化简原式，代入求值即可.

答案： $\because x=1-\sqrt{2}$ ， $y=1+\sqrt{2}$ ， $\therefore x-y=(1-\sqrt{2})-(1+\sqrt{2})=-2\sqrt{2}$ ，

$xy=(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})=-1$ ，

$\therefore x^2+y^2-xy-2x+2y=(x-y)^2-2(x-y)+xy=(-2\sqrt{2})^2-2(-2\sqrt{2})+(-1)=7+4\sqrt{2}$ .

19. (6分) 甲、乙两座城市中心火车站A、B两站相距360km. 一列动车与一列特快列车分别从A、B两站同时出发相向而行，动车的平均速度比特快列车快54km/h，当动车到达B站时，特快列车恰好到达距离A站135km处的C站. 求动车和特快列车的平均速度各是多少？

解析：设特快列车的平均速度为 $x$ km/h，则动车的速度为 $(x+54)$ km/h，等量关系：动车行驶360km与特快列车行驶 $(360-135)$ km所用的时间相同，列方程求解.

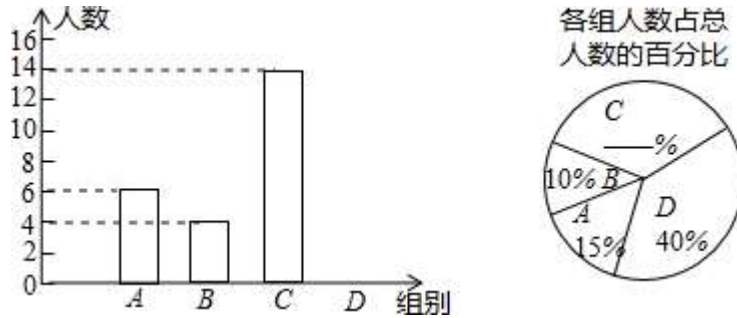
答案：设特快列车的平均速度为 $x$ km/h，则动车的速度为 $(x+54)$ km/h，

由题意，得： $\frac{360}{x+54} = \frac{360-135}{x}$ ，解得： $x=90$ ，

经检验得： $x=90$ 是这个分式方程的解.  $x+54=144$ .

答：设特快列车的平均速度为  $90\text{km/h}$ ，则动车的速度为  $144\text{km/h}$ 。

20. (7分) “端午节”吃粽子是我国流传了上千年的习俗. 某班学生在“端午节”前组织了一次综合实践活动, 购买了一些材料制作爱心粽, 每人从自己制作的粽子中随机选取两个献给自己的父母, 其余的全部送给敬老院的老人们. 统计全班学生制作粽子的个数, 将制作粽子数量相同的学生分为一组, 全班学生可分为 A, B, C, D 四个组, 各组每人制作的粽子个数分别为 4, 5, 6, 7. 根据如图不完整的统计图解答下列问题:



(1) 请补全上面两个统计图; (不写过程)

(2) 该班学生制作粽子个数的平均数是\_\_\_\_\_;

(3) 若制作的粽子有红枣馅(记为 M)和蛋黄馅(记为 N)两种, 该班小明同学制作这两种粽子各两个混放在一起, 请用列表或画树形图的方法求小明献给父母的粽子馅料不同的概率.

解析: (1) 由 A 的人数除以所占的百分比求出总人数, 进而求出 D 的人数, 得到 C 占的百分比, 补全统计图即可;

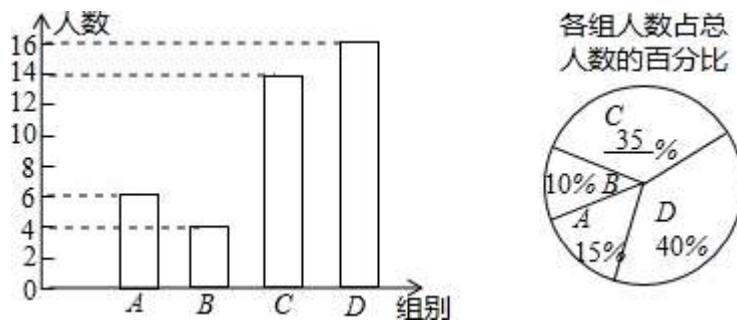
(2) 根据题意列出算式, 计算即可得到结果;

(3) 列表得出所有等可能的情况数, 找出粽子馅料不同的结果, 即可求出所求的概率.

答案: (1) 根据题意得:  $6 \div 15\% = 40$  (人),

D 的人数为  $40 \times 40\% = 16$  (人), C 占的百分比为  $1 - (10\% + 15\% + 40\%) = 35\%$ ,

补全统计图, 如图所示:



(2) 根据题意得:  $(6 \times 4 + 4 \times 5 + 14 \times 6 + 16 \times 7) \div 40 = 6$  (个),

则该班学生制作粽子个数的平均数是 6 个;

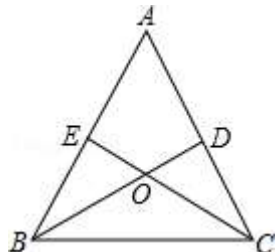
故答案为: 6 个;

(3) 列表如下:

	M	M	N	N
M	---	(M, M)	(N, M)	(N, M)
M	(M, M)	---	(N, M)	(N, M)
N	(M, N)	(M, N)	---	(N, N)
N	(M, N)	(M, N)	(N, N)	---

所有等可能的情况有 12 种，其中粽子馅料不同的结果有 8 种，则  $P = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ .

21. (6 分) 如图，在  $\triangle ABC$  中，点 D, E 分别在边 AC, AB 上，BD 与 CE 交于点 O，给出下列三个条件：①  $\angle EBO = \angle DCO$ ；②  $BE = CD$ ；③  $OB = OC$ .



(1) 上述三个条件中，由哪两个条件可以判定  $\triangle ABC$  是等腰三角形？(用序号写出所有成立的情形)

(2) 请选择(1)中的一种情形，写出证明过程.

解析：(1) 由①②；①③. 两个条件可以判定  $\triangle ABC$  是等腰三角形，

(2) 先求出  $\angle ABC = \angle ACB$ ，即可证明  $\triangle ABC$  是等腰三角形.

答案：(1) ①②；①③.

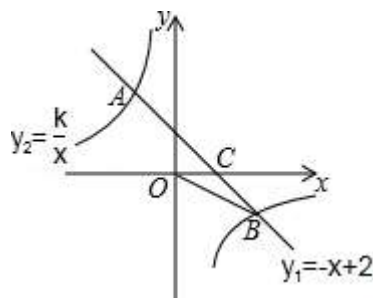
(2) 选①③证明如下，

$\because OB = OC, \therefore \angle OBC = \angle OCB, \because \angle EBO = \angle DCO,$

又  $\because \angle ABC = \angle EBO + \angle OBC, \angle ACB = \angle DCO + \angle OCB, \therefore \angle ABC = \angle ACB, \therefore \triangle ABC$  是等腰三角形.

22. (6 分) 如图，一次函数  $y_1 = -x + 2$  的图象与反比例函数  $y_2 = \frac{k}{x}$  的图象相交于 A, B 两点，与 x

轴相交于点 C. 已知  $\tan \angle BOC = \frac{1}{2}$ ，点 B 的坐标为 (m, n).



(1) 求反比例函数的解析式；

(2) 请直接写出当  $x < m$  时， $y_2$  的取值范围.

解析：(1) 作  $BD \perp x$  轴于 D，如图，在  $Rt\triangle OBD$  中，根据正切的定义得到  $\tan \angle BOC = \frac{BD}{OD} = \frac{1}{2}$ ,

则  $\frac{-n}{m} = \frac{1}{2}$ ，即  $m = -2n$ ，再把点 B(m, n) 代入  $y_1 = -x + 2$  得  $n = -m + 2$ ，然后解关于 m, n 的方程组

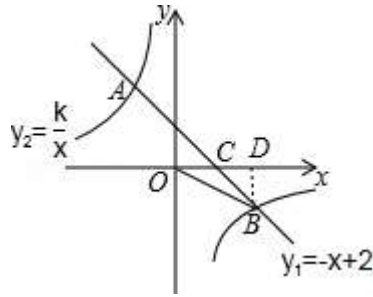
得到  $n = -2, m = 4$ ，即 B 点坐标为 (4, -2)，再把 B(4, -2) 代入  $y_2 = \frac{k}{x}$  可计算出  $k = -8$ ，所以反

比例函数解析式为  $y_2 = -\frac{8}{x}$ ;

(2) 观察函数图象得到当  $x < 4$ ， $y_2$  的取值范围为  $y_2 > 0$  或  $y_2 < -2$ .

答案：(1) 作  $BD \perp x$  轴于 D，如图，





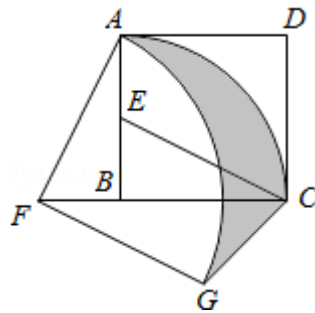
在  $Rt\triangle OBD$  中,  $\tan \angle BOC = \frac{BD}{OD} = \frac{1}{2}$ ,  $\therefore \frac{-n}{m} = \frac{1}{2}$ , 即  $m = -2n$ ,

把点  $B(m, n)$  代入  $y_1 = -x + 2$  得  $n = -m + 2$ ,  $\therefore n = 2n + 2$ , 解得  $n = -2$ ,  $\therefore m = 4$ ,  $\therefore B$  点坐标为  $(4, -2)$ ,

把  $B(4, -2)$  代入  $y_2 = \frac{k}{x}$  得  $k = 4 \times (-2) = -8$ ,  $\therefore$  反比例函数解析式为  $y_2 = -\frac{8}{x}$ ;

(2) 当  $x < 4$ ,  $y_2$  的取值范围为  $y_2 > 0$  或  $y_2 < -2$ .

23. (7分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中,  $AD = 2$ ,  $E$  是  $AB$  的中点, 将  $\triangle BEC$  绕点  $B$  逆时针旋转  $90^\circ$  后, 点  $E$  落在  $CB$  的延长线上点  $F$  处, 点  $C$  落在点  $A$  处. 再将线段  $AF$  绕点  $F$  顺时针旋转  $90^\circ$  得线段  $FG$ , 连接  $EF, CG$ .



(1) 求证:  $EF \parallel CG$ ;

(2) 求点  $C$ , 点  $A$  在旋转过程中形成的  $\widehat{AC}$ ,  $\widehat{AG}$  与线段  $CG$  所围成的阴影部分的面积.

解析: (1) 根据正方形的性质可得  $AB = BC = AD = 2$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ , 再根据旋转变化只改变图形的位置不改变图形的形状可得  $\triangle ABF$  和  $\triangle CBE$  全等, 根据全等三角形对应角相等可得  $\angle FAB = \angle ECB$ ,  $\angle ABF = \angle CBE = 90^\circ$ , 全等三角形对应边相等可得  $AF = CE$ , 然后求出  $\angle AFB + \angle FAB = 90^\circ$ , 再求出  $\angle CFG = \angle FAB = \angle ECB$ , 根据内错角相等, 两直线平行可得  $EC \parallel FG$ , 再根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形判断出四边形  $EFGC$  是平行四边形, 然后根据平行四边形的对边平行证明;

(2) 求出  $FE, BE$  的长, 再利用勾股定理列式求出  $AF$  的长, 根据平行四边形的性质可得  $\triangle FEC$  和  $\triangle CGF$  全等, 从而得到  $S_{\triangle FEC} = S_{\triangle CGF}$ , 再根据  $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} BAC} + S_{\triangle ABF} + S_{\triangle FGC} - S_{\text{扇形} FAG}$  列式计算即可得解.

答案: (1) 在正方形  $ABCD$  中,  $AB = BC = AD = 2$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle BEC$  绕点  $B$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle ABF$ ,  $\therefore \triangle ABF \cong \triangle CBE$ ,

$\therefore \angle FAB = \angle ECB$ ,  $\angle ABF = \angle CBE = 90^\circ$ ,  $AF = CE$ ,  $\therefore \angle AFB + \angle FAB = 90^\circ$ ,

$\therefore$  线段  $AF$  绕点  $F$  顺时针旋转  $90^\circ$  得线段  $FG$ ,  $\therefore \angle AFB + \angle CFG = \angle AFG = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle CFG = \angle FAB = \angle ECB$ ,  $\therefore EC \parallel FG$ ,

$\therefore AF = CE$ ,  $AF = FG$ ,  $\therefore EC = FG$ ,  $\therefore$  四边形  $EFGC$  是平行四边形,  $\therefore EF \parallel CG$ ;

$$(2) \because AD=2, E \text{ 是 } AB \text{ 的中点}, \therefore BF=BE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 2=1, \therefore AF=\sqrt{AB^2+BF^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5},$$

由平行四边形的性质,  $\triangle FEC \cong \triangle CGF$ ,

$$\therefore S_{\triangle FEC} = S_{\triangle CGF},$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{阴影}} &= S_{\text{扇形 } BAC} + S_{\triangle ABF} + S_{\triangle FGC} - S_{\text{扇形 } FAG}, = \frac{90 \cdot \pi \cdot 2^2}{360} + \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times (1+2) \times 1 - \frac{90 \cdot \pi \cdot (\sqrt{5})^2}{360}, \\ &= \frac{5}{2} - \frac{\pi}{4}. \end{aligned}$$

24. (10分) 我市为创建“国家级森林城市”政府将对江边一处废弃荒地进行绿化, 要求栽植甲、乙两种不同的树苗共 6000 棵, 且甲种树苗不得多于乙种树苗, 某承包商以 26 万元的报价中标承包了这项工程. 根据调查及相关资料表明: 移栽一棵树苗的平均费用为 8 元, 甲、乙两种树苗的购买价及成活率如表:

品种	购买价(元/棵)	成活率
甲	20	90%
乙	32	95%

设购买甲种树苗  $x$  棵, 承包商获得的利润为  $y$  元. 请根据以上信息解答下列问题:

(1) 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式, 并写出自变量取值范围;

(2) 承包商要获得不低于中标价 16% 的利润, 应如何选购树苗?

(3) 政府与承包商的合同要求, 栽植这批树苗的成活率必须不低于 93%, 否则承包商出资补栽; 若成活率达到 94% 以上(含 94%), 则政府另给予工程款总额 6% 的奖励, 该承包商应如何选购树苗才能获得最大利润? 最大利润是多少?

解析: (1) 根据利润等于价格减去成本, 可得答案;

(2) 根据利润不低于中标价 16%, 可得不等式, 根据解不等式, 可得答案;

(3) 分类讨论, 成活率不低于 93% 且低于 94% 时, 成活率达到 94% 以上(含 94%), 可得相应的最大值, 根据有理数的比较, 可得答案.

答案: (1)  $y = 260000 - [20x + 32(6000 - x) + 8 \times 6000] = 12x + 20000$ ,

自变量的取值范围是:  $0 < x \leq 3000$ ;

(2) 由题意, 得  $12x + 20000 \geq 260000 \times 16\%$ , 解得:  $x \geq 1800$ ,  $\therefore 1800 \leq x \leq 3000$ ,

购买甲种树苗不少于 1800 棵且不多于 3000 棵;

(3) ①若成活率不低于 93% 且低于 94% 时,

$$\text{由题意得} \begin{cases} 0.9x + 0.95(6000 - x) \geq 0.93 \times 6000 \\ 0.9x + 0.95(6000 - x) < 0.94 \times 6000 \end{cases}, \text{解得 } 1200 < x \leq 2400$$

在  $y = 12x + 20000$  中,  $\because 12 > 0$ ,  $\therefore y$  随  $x$  的增大而增大,  $\therefore$  当  $x = 2400$  时,  $y_{\text{最大}} = 48800$ ,

②若成活率达到 94% 以上(含 94%), 则  $0.9x + 0.95(6000 - x) \geq 0.94 \times 6000$ , 解得:  $x \leq 1200$ ,

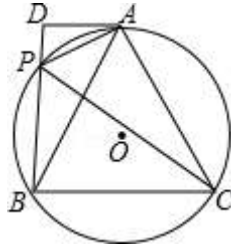
由题意得  $y = 12x + 20000 + 260000 \times 6\% = 12x + 35600$ ,

$\because 12 > 0$ ,  $\therefore y$  随  $x$  的增大而增大,  $\therefore$  当  $x = 1200$  时,  $y_{\text{最大}} = 50000$ ,

综上所述,  $50000 > 48800$

$\therefore$  购买甲种树苗 1200 棵, 乙种树苗 4800 棵, 可获得最大利润, 最大利润是 50000 元.

25. (10分) 如图, A, P, B, C 是  $\odot O$  上的四个点,  $\angle APC = \angle BPC = 60^\circ$ , 过点 A 作  $\odot O$  的切线交 BP 的延长线于点 D.



(1) 求证:  $\triangle ADP \sim \triangle BDA$ ;

(2) 试探究线段 PA, PB, PC 之间的数量关系, 并证明你的结论;

(3) 若  $AD=2$ ,  $PD=1$ , 求线段 BC 的长.

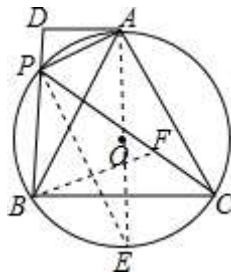
解析: (1) 首先作  $\odot O$  的直径 AE, 连接 PE, 利用切线的性质以及圆周角定理得出  $\angle PAD = \angle PBA$  进而得出答案;

(2) 首先在线段 PC 上截取  $PF=PB$ , 连接 BF, 进而得出  $\triangle BPA \cong \triangle BFC$  (AAS), 即可得出  $PA+PB=PF+FC=PC$ ;

(3) 利用  $\triangle ADP \sim \triangle BDA$ , 得出  $\frac{AD}{BD} = \frac{DP}{DA} = \frac{AP}{AB}$ , 求出 BP 的长, 进而得出  $\triangle ADP \sim \triangle CAP$ , 则  $\frac{AP}{CP} = \frac{DP}{AP}$ ,

则  $AP^2 = CP \cdot PD$  求出 AP 的长, 即可得出答案.

答案: (1) 作  $\odot O$  的直径 AE, 连接 PE,



$\because$  AE 是  $\odot O$  的直径, AD 是  $\odot O$  的切线,  $\therefore \angle DAE = \angle APE = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle PAD + \angle PAE = \angle PAE + \angle E = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle PAD = \angle E$ ,

$\because \angle PBA = \angle E$ ,  $\therefore \angle PAD = \angle PBA$ ,

$\because \angle PAD = \angle PBA$ ,  $\angle ADP = \angle BDA$ ,  $\therefore \triangle ADP \sim \triangle BDA$ ;

(2)  $PA+PB=PC$ , 证明: 在线段 PC 上截取  $PF=PB$ , 连接 BF,

$\because PF=PB$ ,  $\angle BPC=60^\circ$ ,  $\therefore \triangle PBF$  是等边三角形,  $\therefore PB=BF$ ,  $\angle BFP=60^\circ$ ,

$\therefore \angle BFC = 180^\circ - \angle PFB = 120^\circ$ ,

$\because \angle BPA = \angle APC + \angle BPC = 120^\circ$ ,  $\therefore \angle BPA = \angle BFC$ ,

在  $\triangle BPA$  和  $\triangle BFC$  中,  $\begin{cases} \angle PAB = \angle FCB \\ \angle BPA = \angle BFC \\ PB = FB \end{cases}$ ,  $\therefore \triangle BPA \cong \triangle BFC$  (AAS),  $\therefore PA=FC$ ,  $AB=CB$ ,

$\therefore PA+PB=PF+FC=PC$ ;

(3)  $\because \triangle ADP \sim \triangle BDA$ ,  $\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{DP}{DA} = \frac{AP}{BA}$ ,

$\because AD=2$ ,  $PD=1$ ,  $\therefore BD=4$ ,  $AB=2AP$ ,  $\therefore BP=BD-DP=3$ ,

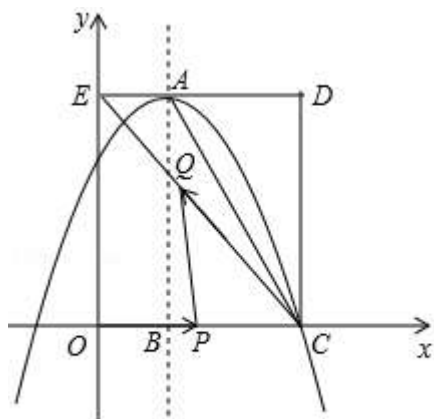
$\because \angle APD = 180^\circ - \angle BPA = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle APD = \angle APC$ ,

$\because \angle PAD = \angle E$ ,  $\angle PCA = \angle E$ ,  $\therefore \angle PAD = \angle PCA$ ,  $\therefore \triangle ADP \sim \triangle CAP$ ,  $\therefore \frac{AP}{CP} = \frac{DP}{AP}$ ,

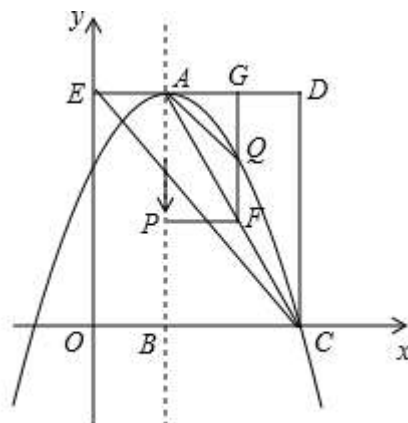
$$\therefore AP^2 = CP \cdot PD, \therefore AP^2 = (3+AP) \cdot 1,$$

$$\text{解得: } AP = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \text{ 或 } AP = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \text{ (舍去), } \therefore BC = AB = 2AP = 1 + \sqrt{13}.$$

26. (12分) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 OCDE 的三个顶点分别是 C(3, 0), D(3, 4), E(0, 4). 点 A 在 DE 上, 以 A 为顶点的抛物线过点 C, 且对称轴  $x=1$  交  $x$  轴于点 B. 连接 EC, AC. 点 P, Q 为动点, 设运动时间为  $t$  秒.



图①



图②

(1) 填空: 点 A 坐标为 \_\_\_\_\_; 抛物线的解析式为 \_\_\_\_\_.

(2) 在图①中, 若点 P 在线段 OC 上从点 O 向点 C 以 1 个单位/秒的速度运动, 同时, 点 Q 在线段 CE 上从点 C 向点 E 以 2 个单位/秒的速度运动, 当一个点到达终点时, 另一个点随之停止运动. 当  $t$  为何值时,  $\triangle PCQ$  为直角三角形?

(3) 在图②中, 若点 P 在对称轴上从点 A 开始向点 B 以 1 个单位/秒的速度运动, 过点 P 做  $PF \perp AB$ , 交 AC 于点 F, 过点 F 作  $FG \perp AD$  于点 G, 交抛物线于点 Q, 连接 AQ, CQ. 当  $t$  为何值时,  $\triangle ACQ$  的面积最大? 最大值是多少?

解析: (1) 根据抛物线的对称轴与矩形的性质可得点 A 坐标, 根据待定系数法可得抛物线的解析式;

(2) 先根据勾股定理可得 CE, 再分两种情况: 当  $\angle QPC = 90^\circ$  时; 当  $\angle PQC = 90^\circ$  时; 讨论可得  $\triangle PCQ$  为直角三角形时  $t$  的值;

(3) 根据待定系数法可得直线 AC 的解析式, 根据  $S_{\triangle ACQ} = S_{\triangle AFQ} + S_{\triangle CPQ}$  可得  $S_{\triangle ACQ} = -\frac{1}{4}(t-2)^2 + 1$ , 依

此即可求解.

答案: (1)  $\because$  抛物线的对称轴为  $x=1$ , 矩形 OCDE 的三个顶点分别是 C(3, 0), D(3, 4), E(0, 4), 点 A 在 DE 上,  $\therefore$  点 A 坐标为 (1, 4),

设抛物线的解析式为  $y = a(x-1)^2 + 4$ ,

把 C(3, 0) 代入抛物线的解析式, 可得  $a(3-1)^2 + 4 = 0$ , 解得  $a = -1$ .

故抛物线的解析式为  $y = -(x-1)^2 + 4$ , 即  $y = -x^2 + 2x + 3$ ;

(2) 依题意有:  $OC = 3$ ,  $OE = 4$ ,  $\therefore CE = \sqrt{OC^2 + OE^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ,

当  $\angle QPC = 90^\circ$  时,  $\therefore \cos \angle QCP = \frac{PC}{CQ} = \frac{OC}{CE}$ ,  $\therefore \frac{3-t}{2t} = \frac{3}{5}$ , 解得  $t = \frac{15}{11}$ ;

当  $\angle PQC=90^\circ$  时,  $\therefore \cos \angle QCP = \frac{CQ}{PC} = \frac{OC}{CE}$ ,  $\therefore \frac{2t-3}{3-t} = \frac{3}{5}$ , 解得  $t = \frac{9}{13}$ .

$\therefore$  当  $t = \frac{15}{11}$  或  $t = \frac{9}{13}$  时,  $\triangle PCQ$  为直角三角形;

(3)  $\because A(1, 4), C(3, 0)$ ,

设直线 AC 的解析式为  $y=kx+b$ , 则  $\begin{cases} k+b=4 \\ 3k+b=0 \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} k=-2 \\ b=6 \end{cases}$ .

故直线 AC 的解析式为  $y=-2x+6$ .

$\because P(1, 4-t)$ , 将  $y=4-t$  代入  $y=-2x+6$  中, 得  $x=1+\frac{t}{2}$ ,  $\therefore Q$  点的横坐标为  $1+\frac{t}{2}$ ,

将  $x=1+\frac{t}{2}$  代入  $y=-(x-1)^2+4$  中, 得  $y=4-\frac{t^2}{4}$ .  $\therefore Q$  点的纵坐标为  $4-\frac{t^2}{4}$ ,

$\therefore QF = (4-\frac{t^2}{4}) - (4-t) = t - \frac{t^2}{4}$ ,

$\therefore S_{\triangle ACQ} = S_{\triangle AFQ} + S_{\triangle CFQ} = \frac{1}{2}FQ \cdot AG + \frac{1}{2}FQ \cdot DG = \frac{1}{2}FQ \cdot (AG+DG) = \frac{1}{2}FQ \cdot AD = \frac{1}{2} \times 2 \left(t - \frac{t^2}{4}\right) = -\frac{1}{4}(t-2)^2 + 1$ ,

$\therefore$  当  $t=2$  时,  $\triangle ACQ$  的面积最大, 最大值是 1.