

## 2016 年广西玉林市中考真题数学

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确答案的标号填(涂)在答题卡内相应的位置上.

1.  $-9$  的绝对值是( )

- A. 9
- B.  $-9$
- C. 3
- D.  $\pm 3$

解析：根据正数的绝对值等于它本身可知： $-9$  的绝对值是 9.

答案：A.

2.  $\sin 30^\circ =$ ( )

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- B.  $\frac{1}{2}$
- C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

解析：根据特殊角的三角函数值进行解答即可.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

答案：B.

3. 今年我们三个市参加中考的考生共约 11 万人，用科学记数法表示 11 万这个数是( )

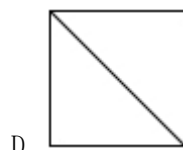
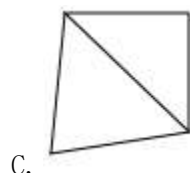
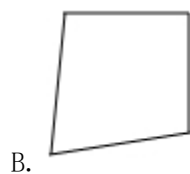
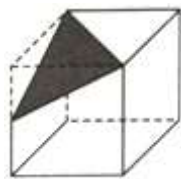
- A.  $1.1 \times 10^3$
- B.  $1.1 \times 10^4$
- C.  $1.1 \times 10^5$
- D.  $1.1 \times 10^6$

解析：科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式. 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数, 确定  $n$  的值时, 要看把原数变成  $a$  时, 小数点移动了多少位,  $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 10$  时,  $n$  是正数; 当原数的绝对值  $< 1$  时,  $n$  是负数.

$$11 \text{ 万} = 1.1 \times 10^5.$$

答案：C.

4. 如图，一个正方体切去一个三棱锥后所得几何体的俯视图是( )



解析：俯视图是从上向下看得到的视图，所给图形的俯视图是 D 选项所给的图形。

答案：D.

5. 下列命题是真命题的是( )

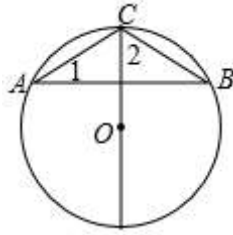
- A. 必然事件发生的概率等于 0.5
- B. 5 名同学二模的数学成绩是 92, 95, 95, 98, 110, 则他们的平均分是 98 分, 众数是 95
- C. 射击运动员甲、乙分别射击 10 次且击中环数的方差分别是 5 和 18, 则乙较甲稳定
- D. 要了解金牌获得者的兴奋剂使用情况, 可采用抽样调查的方法

解析：命题的“真”“假”是就命题的内容而言. 任何一个命题非真即假. 要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可.

- A、必然事件发生的概率等于 1，错误；
- B、5 名同学二模的数学成绩是 92, 95, 95, 98, 110, 则他们的平均分是 98 分, 众数是 95, 正确；
- C、射击运动员甲、乙分别射击 10 次且击中环数的方差分别是 5 和 18, 则甲稳定，错误；
- D、要了解金牌获得者的兴奋剂使用情况, 可采用全面调查的方法，错误.

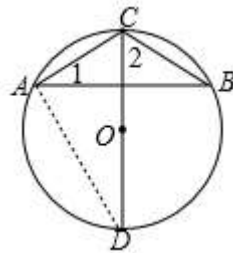
答案：B

6. 如图，CD 是  $\odot O$  的直径，已知  $\angle 1 = 30^\circ$ ，则  $\angle 2 = ( )$



- A.  $30^\circ$
- B.  $45^\circ$
- C.  $60^\circ$
- D.  $70^\circ$

解析：如图，连接 AD.



∵ CD 是 ⊙O 的直径，  
 ∴  $\angle CAD = 90^\circ$  (直径所对的圆周角是  $90^\circ$ )；  
 在 Rt△ABC 中， $\angle CAD = 90^\circ$ ， $\angle 1 = 30^\circ$ ，  
 ∴  $\angle DAB = 60^\circ$ ；  
 又 ∵  $\angle DAB = \angle 2$  (同弧所对的圆周角相等)，  
 ∴  $\angle 2 = 60^\circ$  .

答案：C.

7. 关于 x 的一元二次方程： $x^2 - 4x - m^2 = 0$  有两个实数根  $x_1$ 、 $x_2$ ，则  $m^2 \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = ( \quad )$

- A.  $\frac{m^4}{4}$
- B.  $-\frac{m^4}{4}$
- C. 4
- D. -4

解析：∵  $x^2 - 4x - m^2 = 0$  有两个实数根  $x_1$ 、 $x_2$ ，

$$\therefore \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = -m^2 \end{cases}$$

$$\therefore \text{则 } m^2 \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = m^2 \square \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = m^2 \square \frac{4}{-m^2} = -4.$$

答案：D.

8. 抛物线  $y=\frac{1}{2}x^2$ ,  $y=x^2$ ,  $y=-x^2$  的共同性质是:

- ①都是开口向上;
- ②都以点(0, 0)为顶点;
- ③都以 y 轴为对称轴;
- ④都关于 x 轴对称.

其中正确的个数有( )

- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

解析：抛物线  $y=\frac{1}{2}x^2$ ,  $y=x^2$  的开口向上,  $y=-x^2$  的开口向下, ①错误;

抛物线  $y=\frac{1}{2}x^2$ ,  $y=x^2$ ,  $y=-x^2$  的顶点为(0, 0), 对称轴为 y 轴, ②③正确; ④错误.

∴正确的有 2 个.

答案：B.

9. 关于直线  $l: y=kx+k$  ( $k \neq 0$ ), 下列说法不正确的是( )

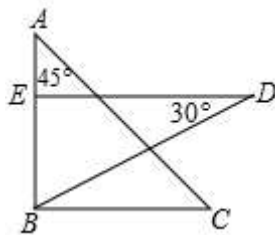
- A. 点(0, k)在 l 上
- B. l 经过定点(-1, 0)
- C. 当  $k > 0$  时, y 随 x 的增大而增大
- D. l 经过第一、二、三象限

解析：直接根据一次函数的性质选择不正确选项即可.

- A、当  $x=0$  时,  $y=k$ , 即点(0, k)在 l 上, 故此选项正确;
- B、当  $x=-1$  时,  $y=-k+k=0$ , 此选项正确;
- C、当  $k > 0$  时, y 随 x 的增大而增大, 此选项正确;
- D、不能确定 l 经过第一、二、三象限, 此选项错误.

答案：D.

10. 把一副三角板按如图放置, 其中  $\angle ABC = \angle DEB = 90^\circ$ ,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle D = 30^\circ$ , 斜边  $AC = BD = 10$ , 若将三角板 DEB 绕点 B 逆时针旋转  $45^\circ$  得到  $\triangle D'E'B$ , 则点 A 在  $\triangle D'E'B$  的( )



- A. 内部

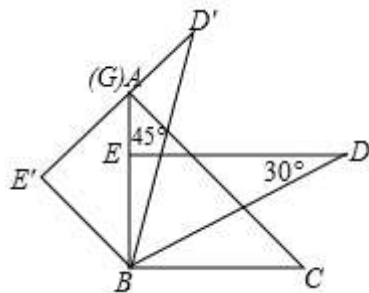
- B. 外部
- C. 边上
- D. 以上都有可能

解析：∵ AC=BD=10，

又∵ ∠ABC=∠DEB=90°，∠A=45°，∠D=30°，

$$\therefore BE=5, AB=BC=5\sqrt{2},$$

由三角板 DEB 绕点 B 逆时针旋转 45° 得到  $\triangle D'E'B$ ，设  $\triangle D'E'B$  与直线 AB 交于 G，可知：  
 $\angle EBE' = 45^\circ$ ， $\angle E' = \angle DEB = 90^\circ$ ，



∴  $\triangle GE'B$  是等腰直角三角形，且  $BE' = BE = 5$ ，

$$\therefore BG = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2},$$

∴  $BG = AB$ ，

∴ 点 A 在  $\triangle D'E'B$  的边上.

答案：C.

11. 如图，把八个等圆按相邻两两外切摆放，其圆心连线构成一个正八边形，设正八边形内侧八个扇形(无阴影部分)面积之和为  $S_1$ ，正八边形外侧八个扇形(阴影部分)面积之和为  $S_2$ ，

则  $\frac{S_1}{S_2} = ( \quad )$



A.  $\frac{3}{4}$

B.  $\frac{3}{5}$

C.  $\frac{2}{3}$

D. 1

解析：∵正八边形的内角和为  $(8-2) \times 180^\circ = 6 \times 180^\circ = 1080^\circ$ ，  
正八边形外侧八个扇形(阴影部分)的内角和为  $360^\circ \times 8 - 1080^\circ = 2880^\circ - 1080^\circ = 1800^\circ$ ，

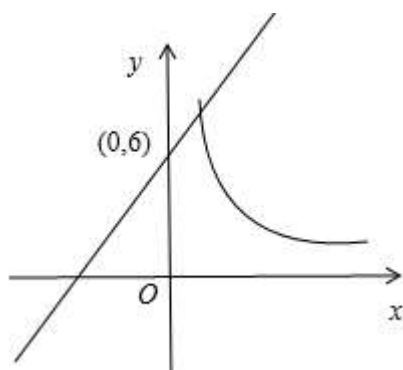
$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{1080^\circ}{1800^\circ} = \frac{3}{5}.$$

答案：B.

12. 若一次函数  $y=mx+6$  的图象与反比例函数  $y=\frac{n}{x}$  在第一象限的图象有公共点，则有( )

- A.  $mn \geq -9$
- B.  $-9 \leq mn \leq 0$
- C.  $mn \geq -4$
- D.  $-4 \leq mn \leq 0$

解析：依照题意画出图形，如下图所示.



将  $y=mx+6$  代入  $y=\frac{n}{x}$  中，

得：  $mx+6=\frac{n}{x}$ ，整理得：  $mx^2+6x-n=0$ ，

∵二者有交点，  
∴  $\Delta=6^2+4mn \geq 0$ ，  
∴  $mn \geq -9$ .

答案：A.

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，把答案填在答题卡中的横线上.

13. 计算：  $0-10=$ \_\_\_\_\_.

解析：  $0-10=0+(-10)=-10$ .

答案：-10.

14. 计算：  $a^2 \cdot a^4=$ \_\_\_\_\_.

解析：根据同底数幂的乘法法则：同底数幂相乘，底数不变，指数相加，进行运算即可.

$$a^2 \cdot a^4 = a^{2+4} = a^6.$$

答案：a<sup>6</sup>.

15. 要使代数式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义，则x的最大值是\_\_\_\_\_.

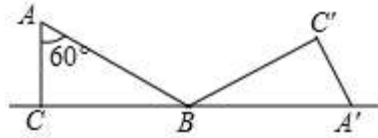
解析：∵代数式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义，

$$\therefore 1-2x \geq 0, \text{ 解得 } x \leq \frac{1}{2},$$

$$\therefore x \text{ 的最大值是 } \frac{1}{2}.$$

答案： $\frac{1}{2}$ .

16. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $AB=2\sqrt{3}$ . 将 $\triangle ABC$ 沿直线CB向右作无滑动滚动一次，则点C经过的路径长是\_\_\_\_\_.



解析：由锐角三角函数，得

$$BC=AB \cdot \sin \angle A=3,$$

由旋转的性质，得

$CC'$ 是以B为圆心，BC长为半径，旋转了 $150^\circ$ ，

由弧长公式，得

$$CC' = \frac{2\pi \times 3 \times 150}{360} = \frac{5\pi}{2}.$$

答案： $\frac{5\pi}{2}$ .

17. 同时投掷两个骰子，它们点数之和不大于4的概率是\_\_\_\_\_.

解析：设第一颗骰子的点数为x，第二颗骰子的点数为y，用(x, y)表示抛掷两个骰子的点数情况，

x、y都有6种情况，则(x, y)共有 $6 \times 6=36$ 种情况，

而其中点数之和不大于4即 $x+y \leq 4$ 的情况有(1, 1)，(1, 2)，(1, 3)，(2, 1)，(2, 2)，(3, 1)，共6种情况，

$$\text{则其概率为 } \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

答案:  $\frac{1}{6}$ .

18. 如图, 已知正方形 ABCD 边长为 1,  $\angle EAF=45^\circ$ ,  $AE=AF$ , 则有下列结论:

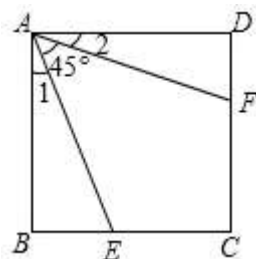
①  $\angle 1=\angle 2=22.5^\circ$ ;

② 点 C 到 EF 的距离是  $\sqrt{2}-1$ ;

③  $\triangle ECF$  的周长为 2;

④  $BE+DF>EF$ .

其中正确的结论是 \_\_\_\_\_. (写出所有正确结论的序号)



解析:  $\because$  四边形 ABCD 为正方形,

$\therefore AB=AD$ ,  $\angle BAD=\angle B=\angle D=90^\circ$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ABE$  和  $\text{Rt}\triangle ADF$  中

$$\begin{cases} AE=AF \\ AB=AD \end{cases},$$

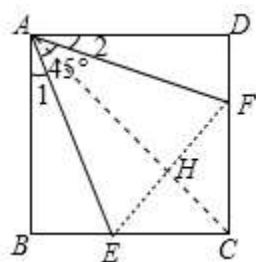
$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF$ ,

$\therefore \angle 1=\angle 2$ ,

$\because \angle EAF=45^\circ$ ,

$\therefore \angle 1=\angle 2=\angle 22.5^\circ$ , 所以①正确;

连结 EF、AC, 它们相交于点 H, 如图,



$\because \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF$ ,

$\therefore BE=DF$ ,

而  $BC=DC$ ,

$\therefore CE=CF$ ,

而  $AE=AF$ ,

$\therefore AC$  垂直平分 EF, AH 平分  $\angle EAF$ ,

$\therefore EB=EH$ ,  $FD=FH$ ,

$\therefore BE+DF=EH+FH=EF$ , 所以④错误;



∴  $\triangle ECF$  的周长  $= CE + CF + EF = CE + BE + CF + DF = CB + CD = 1 + 1 = 2$ , 所以③正确;

设  $BE = x$ , 则  $EF = 2x$ ,  $CE = 1 - x$ ,

∵  $\triangle CEF$  为等腰直角三角形,

∴  $EF = \sqrt{2} CE$ , 即  $2x = \sqrt{2}(1 - x)$ , 解得  $x = \sqrt{2} - 1$ ,

∴  $EF = 2(\sqrt{2} - 1)$ ,

∴  $CH = \frac{1}{2} EF = \sqrt{2} - 1$ , 所以②正确.

∴ 正确的有①②③.

答案: ①②③.

三、解答题: 本大题共 8 小题, 满分 66 分, 解答过程写在答题卡上, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

19. 计算:  $3\sqrt{25} + (-2)^3 - (\pi - 3)^0$ .

解析: 分别进行二次根式的化简、乘方、零指数幂等运算, 然后合并.

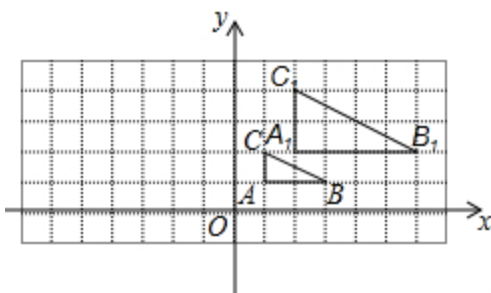
答案: 原式  $= 15 - 8 - 1 = 6$ .

20. 化简:  $\left(\frac{a}{a-2} - \frac{4}{a^2-2a}\right) \div \frac{a+2}{a}$ .

解析: 先把括号内通分, 再把除法运算化为乘法运算, 然后把分子分解因式后约分即可.

答案: 原式  $= \left(\frac{a}{a-2} - \frac{4}{a^2-2a}\right) \cdot \frac{a}{a+2} = \frac{(a+2)(a-2)}{a(a-2)} \cdot \frac{a}{a+2} = 1$ .

21. 如图, 在平面直角坐标系网格中, 将  $\triangle ABC$  进行位似变换得到  $\triangle A_1B_1C_1$ .



(1)  $\triangle A_1B_1C_1$  与  $\triangle ABC$  的位似比是\_\_\_\_\_.

解析: (1) 根据位似图形可得位似比即可.

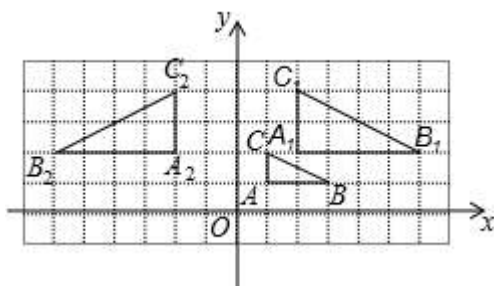
答案: (1)  $\triangle ABC$  与  $\triangle A_1B_1C_1$  的位似比等于  $= \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ .

故答案为  $\frac{1}{2}$ .

(2) 画出  $\triangle A_1B_1C_1$  关于  $y$  轴对称的  $\triangle A_2B_2C_2$ .

解析: (2) 根据轴对称图形的画法画出图形即可.

答案: (2) 如图所示



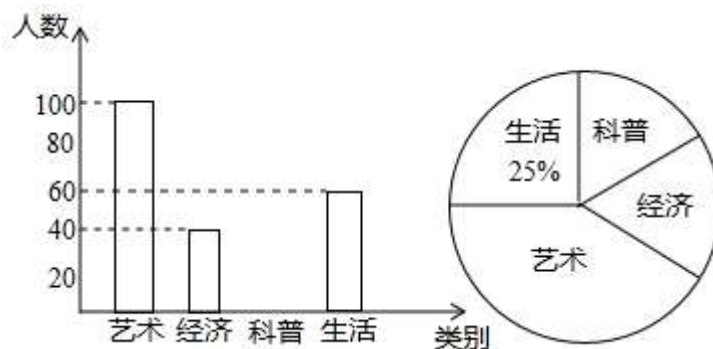
(3) 设点  $P(a, b)$  为  $\triangle ABC$  内一点, 则依上述两次变换后, 点  $P$  在  $\triangle A_2B_2C_2$  内的对应点  $P_2$  的坐标是\_\_\_\_\_.

解析: (3) 根据三次变换规律得出坐标即可.

点  $P(a, b)$  为  $\triangle ABC$  内一点, 依次经过上述两次变换后, 点  $P$  的对应点的坐标为  $(-2a, 2b)$ .

答案: (3)  $(-2a, 2b)$ .

22. 为了了解学校图书馆上个月借阅情况, 管理老师从学生对艺术、经济、科普及生活四类图书借阅情况进行了统计, 并绘制了下列不完整的统计图, 请根据图中信息解答下列问题:



(1) 上个月借阅图书的学生有多少人? 扇形统计图中“艺术”部分的圆心角度数是多少?

解析: (1) 用借“生活”类的书的人数除以它所占的百分比即可得到调查的总人数; 然后用  $360^\circ$  乘以借阅“艺术”的人数所占的百分比得到“艺术”部分的圆心角度数.

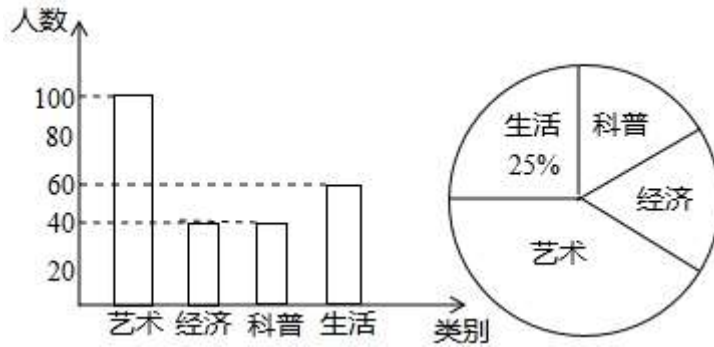
答案: (1) 上个月借阅图书的学生总人数为  $60 \div 25\% = 240$  (人);

扇形统计图中“艺术”部分的圆心角度数  $= 360^\circ \times \frac{100}{240} = 150^\circ$ .

(2) 把条形统计图补充完整.

解析: (2) 先计算出借阅“科普”的学生数, 然后补全条形统计图.

答案：(2) 借阅“科普”的学生数=240-100-60-40=40(人)，  
条形统计图为：



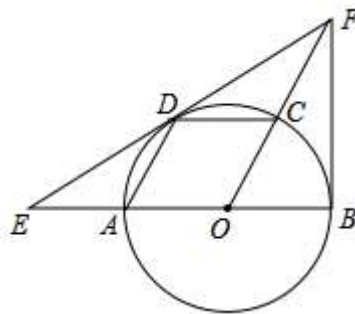
(3) 从借阅情况分析，如果要添置这四类图书 300 册，请你估算“科普”类图书应添置多少册合适？

解析：(3) 利用样本估计总体，用样本中“科普”类所占的百分比乘以 300 即可。

答案：(3)  $300 \times \frac{40}{240} = 50$  (册)，

估计“科普”类图书应添置 50 册合适。

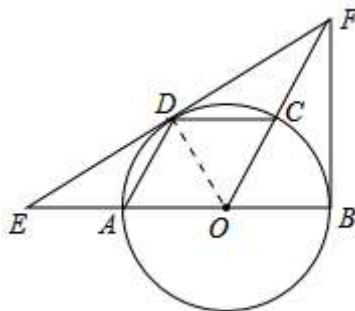
23. 如图，AB 是⊙O 的直径，点 C、D 在圆上，且四边形 A OCD 是平行四边形，过点 D 作⊙O 的切线，分别交 OA 延长线与 OC 延长线于点 E、F，连接 BF。



(1) 求证：BF 是⊙O 的切线。

解析：(1) 先证明四边形 A OCD 是菱形，从而得到  $\angle AOD = \angle COD = 60^\circ$ ，再根据切线的性质得  $\angle FDO = 90^\circ$ ，接着证明  $\triangle FDO \cong \triangle FBO$  得到  $\angle ODF = \angle OBF = 90^\circ$ ，然后根据切线的判定定理即可得到结论。

答案：(1) 连结 OD，如图，



$\because$  四边形 A OCD 是平行四边形，  
 而  $OA=OC$ ，  
 $\therefore$  四边形 A OCD 是菱形，  
 $\therefore \triangle OAD$  和  $\triangle OCD$  都是等边三角形，  
 $\therefore \angle AOD = \angle COD = 60^\circ$ ，  
 $\therefore \angle FOB = 60^\circ$ ，  
 $\because$  EF 为切线，  
 $\therefore OD \perp EF$ ，  
 $\therefore \angle FDO = 90^\circ$ ，  
 在  $\triangle FDO$  和  $\triangle FBO$  中

$$\begin{cases} OD = OB \\ \angle FOD = \angle FOB, \\ FO = FO \end{cases}$$

$\therefore \triangle FDO \cong \triangle FBO$ ，  
 $\therefore \angle ODF = \angle OBF = 90^\circ$ ，  
 $\therefore OB \perp BF$ ，  
 $\therefore BF$  是  $\odot O$  的切线.

(2) 已知圆的半径为 1，求 EF 的长.

解析：(2) 在  $Rt\triangle OBF$  中，利用  $60^\circ$  的正切的定义求解.

答案：(2) 在  $Rt\triangle OBF$  中， $\because \angle FOB = 60^\circ$ ，

而  $\tan \angle FOB = \frac{BF}{OB}$ ，

$$\therefore BF = 1 \times \tan 60^\circ = \sqrt{3}.$$

$$\because \angle E = 30^\circ，$$

$$\therefore EF = 2BF = 2\sqrt{3}.$$

24. 蔬菜经营户老王，近两天经营的是青菜和西兰花.

(1) 昨天的青菜和西兰花的进价和售价如表，老王用 600 元批发青菜和西兰花共 200 市斤，当天售完后老王一共能赚多少元钱？

	青菜	西兰花
进价 (元/市斤)	2.8	3.2
售价 (元/市斤)	4	4.5

解析：(1) 设批发青菜  $x$  市斤，西兰花  $y$  市斤，根据题意列出方程组，解方程组青菜青菜和西兰花的重量，即可得出老王一共能赚的钱.

答案：(1) 设批发青菜  $x$  市斤，西兰花  $y$  市斤；

$$\text{根据题意得：} \begin{cases} x + y = 200 \\ 2.8x + 3.2y = 600 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x = 100 \\ y = 100 \end{cases},$$

即批发青菜 100 市斤，西兰花 100 市斤，

$$\therefore 100(4 - 2.8) + 100(4.5 - 3.2) = 120 + 130 = 250(\text{元}).$$

答：当天售完后老王一共能赚 250 元钱。

(2) 今天因进价不变，老王仍用 600 元批发青菜和西兰花共 200 市斤。但在运输中青菜损坏了 10%，而西兰花没有损坏仍按昨天的售价销售，要想当天售完后所赚的钱不少于昨天所赚的钱，请你帮老王计算，应怎样给青菜定售价？（精确到 0.1 元）

解析：(2) 设给青菜定售价为  $a$  元；根据题意列出不等式，解不等式即可。

答案：(2) 设给青菜定售价为  $a$  元/市斤。

$$\text{根据题意得：} 100(1 - 10\%) \times (x - 2.8) + 100(4.5 - 3.2) \geq 250,$$

$$\text{解得：} x \geq 4\frac{2}{15} \approx 4.1.$$

答：给青菜定售价为不低于 4.1 元/市斤。

25. 如图(1)，菱形 ABCD 对角线 AC、BD 的交点 O 是四边形 EFGH 对角线 FH 的中点，四个顶点 A、B、C、D 分别在四边形 EFGH 的边 EF、FG、GH、HE 上。

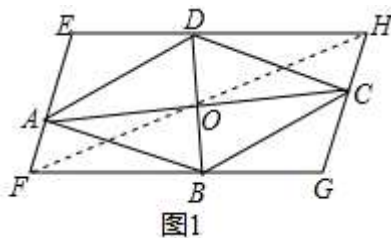


图1

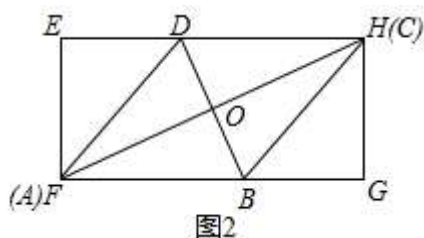


图2

(1) 求证：四边形 EFGH 是平行四边形。

解析：(1) 根据菱形的性质可得出  $OA=OC$ ， $OD=OB$ ，再由中点的性质可得出  $OF=OH$ ，结合对顶角相等即可利用全等三角形的判定定理(SAS)证出  $\triangle AOF \cong \triangle COH$ ，从而得出  $AF \parallel CH$ ，同理可得出  $DH \parallel BF$ ，依据平行四边形的判定定理即可证出结论。

答案：(1)  $\because$  点 O 是菱形 ABCD 对角线 AC、BD 的交点，

$$\therefore OA=OC, OD=OB,$$

$\because$  点 O 是线段 FH 的中点，

$$\therefore OF=OH.$$

在  $\triangle AOF$  和  $\triangle COH$  中，

$$\begin{cases} OA = OC \\ \angle AOF = \angle COH, \\ OF = OH \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COH$  (SAS),

$\therefore \angle AFO = \angle CHO$ ,

$\therefore AF \parallel CH$ .

同理可得:  $DH \parallel BF$ .

$\therefore$  四边形 EFGH 是平行四边形.

(2) 如图(2)若四边形 EFGH 是矩形, 当 AC 与 FH 重合时, 已知  $\frac{AC}{BD} = 2$ , 且菱形 ABCD 的面积

是 20, 求矩形 EFGH 的长与宽.

解析: (2) 设矩形 EFGH 的长为 a、宽为 b. 根据勾股定理及边之间的关系可找出

$AC = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $BD = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$ , 利用菱形的性质、矩形的性质可得出  $\angle AOB = \angle AGH = 90^\circ$ ,

从而可证出  $\triangle BAO \sim \triangle CAG$ , 根据相似三角形的性质可得出  $\frac{BO}{CG} = \frac{OA}{AG}$ , 套入数据即可得出

$a = 2b$ ①, 再根据菱形的面积公式得出  $a^2 + b^2 = 80$ ②, 联立①②解方程组即可得出结论.

答案: (2) 设矩形 EFGH 的长为 a、宽为 b, 则  $AC = \sqrt{a^2 + b^2}$ .

$\therefore \frac{AC}{BD} = 2$ ,

$\therefore BD = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$ ,  $OB = \frac{1}{2}BD = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{4}$ ,  $OA = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$ .

$\therefore$  四边形 ABCD 为菱形,

$\therefore AC \perp BD$ ,

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$ .

$\therefore$  四边形 EFGH 是矩形,

$\therefore \angle AGH = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle AOB = \angle AGH = 90^\circ$ ,

又  $\therefore \angle BAO = \angle CAG$ ,

$\therefore \triangle BAO \sim \triangle CAG$ ,

$\therefore \frac{BO}{CG} = \frac{OA}{AG}$ , 即  $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{4b} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2a}$ ,

解得:  $a = 2b$ ①.

$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2} = 20$ ,

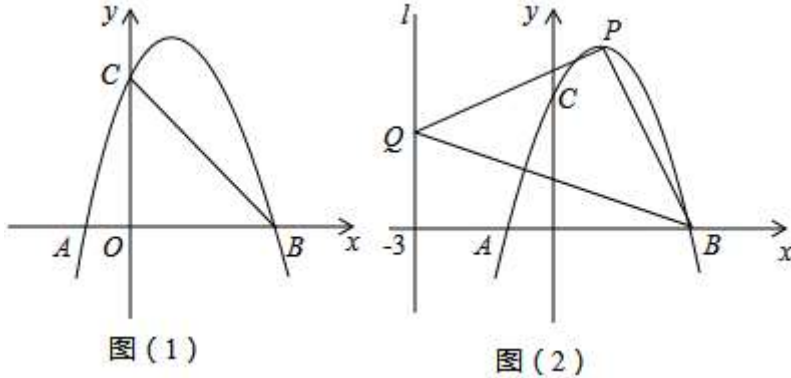
$\therefore a^2 + b^2 = 80$ ②.

联立①②得:  $\begin{cases} a = 2b \\ a^2 + b^2 = 80 \end{cases}$ ,

解得：  $\begin{cases} a=8 \\ b=4 \end{cases}$ ，或  $\begin{cases} a=-8 \\ b=-4 \end{cases}$  (舍去).

∴矩形 EFGH 的长为 8，宽为 4.

26. 如图，抛物线 L:  $y=ax^2+bx+c$  与 x 轴交于 A、B(3, 0) 两点(A 在 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C(0, 3)，已知对称轴  $x=1$ .



(1) 求抛物线 L 的解析式.

解析：(1) 利用待定系数法求出抛物线的解析式即可.

答案：(1) ∵ 抛物线的对称轴  $x=1$ ,  $B(3, 0)$ ,

∴  $A(-1, 0)$

∵ 抛物线  $y=ax^2+bx+c$  过点  $C(0, 3)$

∴ 当  $x=0$  时,  $c=3$ .

又 ∵ 抛物线  $y=ax^2+bx+c$  过点  $A(-1, 0)$ ,  $B(3, 0)$

$$\therefore \begin{cases} a-b+3=0 \\ 9a+3b+3=0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式为:  $y=-x^2+2x+3$ .

(2) 将抛物线 L 向下平移 h 个单位长度, 使平移后所得抛物线的顶点落在  $\triangle OBC$  内 (包括  $\triangle OBC$  的边界), 求 h 的取值范围.

解析：(2) 先求出直线 BC 解析式为  $y=-x+3$ , 再求出抛物线顶点坐标, 得出当  $x=1$  时,  $y=2$ ; 结合抛物线顶点坐标即可得出结果.

答案：(2) ∵  $C(0, 3)$ ,  $B(3, 0)$ ,

∴ 直线 BC 解析式为  $y=-x+3$ ,

∵  $y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$ ,

∴ 顶点坐标为  $(1, 4)$

∴ 对于直线 BC:  $y=-x+3$ , 当  $x=1$  时,  $y=2$ ; 将抛物线 L 向下平移 h 个单位长度,

∴ 当  $h=2$  时, 抛物线顶点落在 BC 上;

当  $h=4$  时, 抛物线顶点落在 OB 上,

∴将抛物线 L 向下平移 h 个单位长度，使平移后所得抛物线的顶点落在△OBC 内(包括△OBC 的边界)，  
则  $2 \leq h \leq 4$ .

(3) 设点 P 是抛物线 L 上任一点，点 Q 在直线 l:  $x=-3$  上，△PBQ 能否成为以点 P 为直角顶点的等腰直角三角形？若能，求出符合条件的点 P 的坐标；若不能，请说明理由。

解析：(3) 设  $P(m, -m^2+2m+3)$ ， $Q(-3, n)$ ，由勾股定理得出  $PB^2=(m-3)^2+(-m^2+2m+3)^2$ ， $PQ^2=(m+3)^2+(-m^2+2m+3-n)^2$ ， $BQ^2=n^2+36$ ，过 P 点作 PM 垂直于 y 轴，交 y 轴与 M 点，过 B 点作 BN 垂直于 MP 的延长线于 N 点，由 AAS 证明  $\triangle PQM \cong \triangle BPN$ ，得出  $MQ=NP$ ， $PM=BN$ ，则  $MQ=-m^2+2m+3-n$ ， $PN=3-m$ ，得出方程  $-m^2+2m+3-n=3-m$ ，解方程即可。

答案：(3) 设  $P(m, -m^2+2m+3)$ ， $Q(-3, n)$ ，

①当 P 点在 x 轴上方时，过 P 点作 PM 垂直于 y 轴，交 y 轴与 M 点，过 B 点作 BN 垂直于 MP 的延长线于 N 点，如图所示：

∵  $B(3, 0)$ ，

∴△PBQ 是以点 P 为直角顶点的等腰直角三角形，

∴  $\angle BPQ=90^\circ$ ， $BP=PQ$ ，

则  $\angle PMQ=\angle BNP=90^\circ$ ， $\angle MPQ=\angle NBP$ ，

在△PQM 和△BPN 中，

$$\begin{cases} \angle PMQ = \angle BNP \\ \angle MPQ = \angle NBP, \\ PQ = BP \end{cases}$$

∴  $\triangle PQM \cong \triangle BPN$  (AAS)，

∴  $PM=BN$ ，

∵  $PM=BN=-m^2+2m+3$ ，根据 B 点坐标可得  $PN=3-m$ ，且  $PM+PN=6$ ，

∴  $-m^2+2m+3+3-m=6$ ，

解得： $m=1$  或  $m=0$ ，

∴  $P(1, 4)$  或  $P(0, 3)$ 。

②当 P 点在 x 轴下方时，过 P 点作 PM 垂直于 l 于 M 点，过 B 点作 BN 垂直于 MP 的延长线与 N 点，

同理可得  $\triangle PQM \cong \triangle BPN$ ，

∴  $PM=BN$ ，

∴  $PM=6-(3-m)=3+m$ ， $BN=m^2-2m-3$ ，

则  $3+m=m^2-2m-3$ ，

$$\text{解得 } m = \frac{3+\sqrt{33}}{2} \text{ 或 } \frac{3-\sqrt{33}}{2}.$$

$$\therefore P\left(\frac{3+\sqrt{33}}{2}, \frac{-\sqrt{33}-9}{2}\right) \text{ 或 } \left(\frac{3-\sqrt{33}}{2}, \frac{\sqrt{33}-9}{2}\right).$$

综上所述，符合条件的点 P 的坐标是  $(1, 4)$ ， $(0, 3)$ ， $\left(\frac{3+\sqrt{33}}{2}, \frac{-\sqrt{33}-9}{2}\right)$  和  $\left(\frac{3-\sqrt{33}}{2}, \frac{\sqrt{33}-9}{2}\right)$ 。



$$\frac{\sqrt{33}-9}{2}).$$