2018年湖南省郴州市中考真题数学

一、选择题：本大题共8个小题，每小题3分，共24分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.下列实数：3，0，$\frac{1}{2}$，$-\sqrt{2}$，0.35，其中最小的实数是(　　)

A.3

B.0

C.$-\sqrt{2}$

D.0.35

解析：正实数都大于0，负实数都小于0，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小，据此判断即可.

答案：C.

2.郴州市人民政府提出：在2018年继续办好一批民生实事，加快补齐影响群众生活品质的短板，推进扶贫惠民工程，实现12.5万人脱贫，请用科学记数法表示125000(　　)

A.1.25×10^{5}

B.0.125×10^{6}

C.12.5×10^{4}

D.1.25×10^{6}

解析：根据科学记数法的表示方法可以将题目中的数据用科学记数法表示，本题得以解决.

答案：A.

3.下列运算正确的是(　　)

A.$a^3\cdot a^2=a^6$

B.$a^{-2}=-\frac{1}{a^2}$

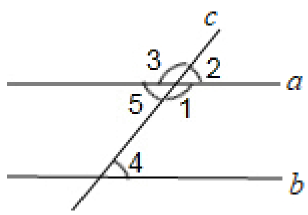
C.$3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

D.$(a+2)(a-2)=a^2+4$

解析:直接利用同底数幂的乘除运算法则以及负指数幂的性质以及二次根式的加减运算法则、平方差公式分别计算得出答案.

答案：C.

4.如图，直线a，b被直线c所截，下列条件中，不能判定a∥b(　　)



A.∠2=∠4

B.∠1+∠4=180°

C. ∠5=∠4

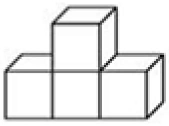
D. ∠1=∠3

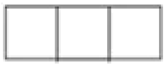
解析：由∠2=∠4 或∠1+∠4=180° 或∠5=∠4，可得 a∥b；

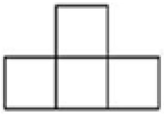
由∠1=∠3，不能得到 a∥b.

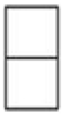
答案：D.

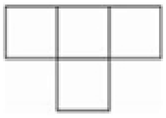
5.如图是由四个相同的小正方体搭成的立体图形，它的主视图是(　　)



A. 

B. 

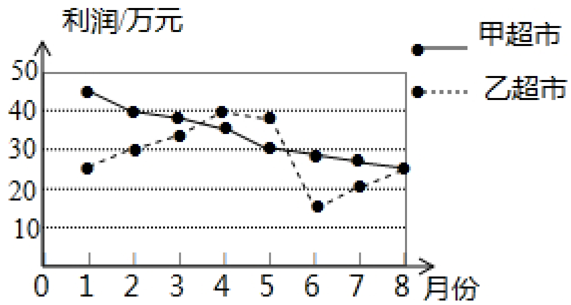
C. 

D. 

解析：找到几何体的上面看所得到的图形即可.

答案：B.

6.甲、乙两超市在 1 月至 8 月间的盈利情况统计图如图所示，下面结论不正确的是(　　)



A.甲超市的利润逐月减少

B.乙超市的利润在 1 月至 4 月间逐月增加

C.8 月份两家超市利润相同

D.乙超市在 9 月份的利润必超过甲超市

解析：A、甲超市的利润逐月减少，此选项正确；

B、乙超市的利润在 1 月至 4 月间逐月增加，此选项正确；

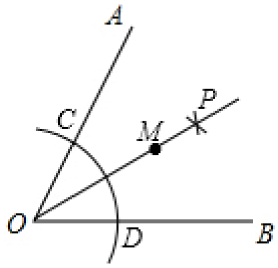
C、8 月份两家超市利润相同，此选项正确；

D、乙超市在 9 月份的利润不一定超过甲超市，此选项错误.

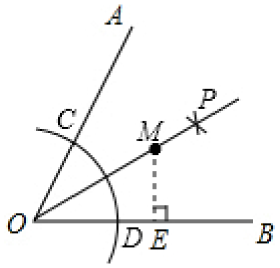
答案：D.

7.如图，∠AOB=60°，以点 O 为圆心，以任意长为半径作弧交 OA，OB 于 C，D 两点；分别以

C，D 为圆心，以大于$\frac{1}{2}$CD 的长为半径作弧，两弧相交于点 P；以 O 为端点作射线 OP，在射线 OP 上截取线段 OM=6，则 M 点到 OB 的距离为(　　)

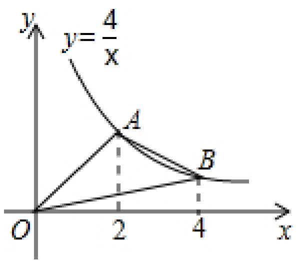


A.6
B.2
C.3
D.33
解析：过点 M 作 ME⊥OB 于点 E，



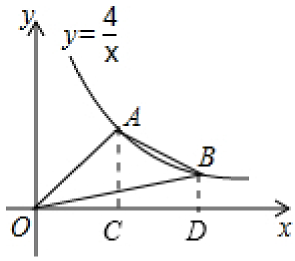
由题意可得：OP 是∠AOB 的角平分线，
则∠POB=$\frac{1}{2}$×60°=30°，
∴ME=$\frac{1}{2}$OM=3.
答案：C.

8.如图，A，B 是反比例函数 y=$\frac{4}{x}$在第一象限内的图象上的两点，且 A，B 两点的横坐标分别是 2 和 4，则△OAB 的面积是(　　)



A.4
B.3
C.2
D.1
解析：先根据反比例函数图象上点的坐标特征及 A，B 两点的横坐标，求出 A(2，2)，B(4，

1).再过 A，B 两点分别作 AC⊥x 轴于 C，BD⊥x 轴于 D，根据反比例函数系数 k 的几何意义得出 $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOD}=\frac{1}{2}\times 4=2$.根据 $S_{\text{四边形}AODB}=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle BOD}=S_{\triangle AOC}+S_{\text{梯形}ABDC}$，得出 $S_{\triangle AOB}=S_{\text{梯形}ABDC}$，利用梯形面积公式求出 $S_{\text{梯形}ABDC}=\frac{1}{2}(BD+AC)\cdot CD=\frac{1}{2}(1+2)\times 2=3$，从而得出 $S_{\triangle AOB}=3$.



答案：B.

二、填空题(每题 3 分，满分 24 分，将答案填在答题纸上)

9.计算：$(-\sqrt{3})^2$=_____.

解析：原式利用平方根的定义化简即可得到结果.
答案：3.

10.因式分解：$a^3-2a^2b+ab^2$=_____.
解析：原式提取 a，再利用完全平方公式分解即可.
答案：$a(a-b)^2$.

11.一个正多边形的每个外角为 60°，那么这个正多边形的内角和是_____.
解析：这个正多边形的边数为$\frac{360°}{60°}=6$，
所以这个正多边形的内角和=(6-2)×180°=720°.
答案：720°.

12.在创建“平安校园”活动中，郴州市某中学组织学生干部在校门口值日，其中八位同学 3 月份值日的次数分别是：5，8，7，7，8，6，8，9，则这组数据的众数是_____.
解析：根据众数的定义即可判断.
答案：8.

13.已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+kx-6=0$ 有一个根为-3，则方程的另一个根为_____.
解析：设方程的另一个根为 a，
则根据根与系数的关系得：a+(-3)=-k，-3a=-6，
解得：a=2.
答案：2.

14.某瓷砖厂在相同条件下抽取部分瓷砖做耐磨实验，结果如下表所示：

抽取瓷砖数 n	100	300	400	600	1000	2000	3000
合格品数 m	96	282	382	570	949	1906	2850
合格品频率 $\frac{m}{n}$	0.960	0.940	0.955	0.950	0.949	0.953	0.950

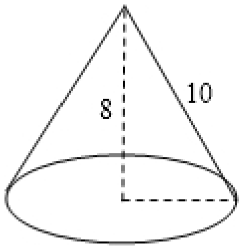
则这个厂生产的瓷砖是合格品的概率估计值是_____.(精确到 0.01)

解析：由击中靶心频率都在 0.95 上下波动，

所以这个厂生产的瓷砖是合格品的概率估计值是 0.95.

答案：0.95.

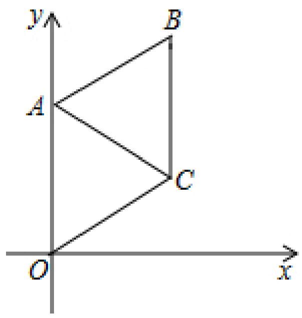
15.如图，圆锥的母线长为 10cm，高为 8cm，则该圆锥的侧面展开图(扇形)的弧长为_____cm.(结果用π表示)



解析：根据圆锥的展开图为扇形，结合圆周长公式的求解.

答案：12π.

16.如图，在平面直角坐标系中，菱形 OABC 的一个顶点在原点 O 处，且∠AOC=60°，A 点的坐标是(0，4)，则直线 AC 的表达式是_____.



解析：根据菱形的性质，可得 OC 的长，根据三角函数，可得 OD 与 CD，根据待定系数法，可得答案.

答案：$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+4$.

三、解答题(本大题共 10 小题，共 82 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17.计算$|1-\sqrt{2}|-2\sin45°+2^{-1}-(-1)^{2018}$.

解析：首先计算乘方，然后计算乘法，最后从左向右依次计算，求出算式的值是多少即可.

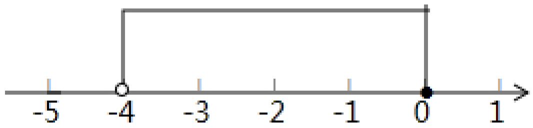
答案：$|1-\sqrt{2}|-2\sin45°+2^{-1}-(-1)^{2018}$

$=\sqrt{2}-1-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+0.5-1$

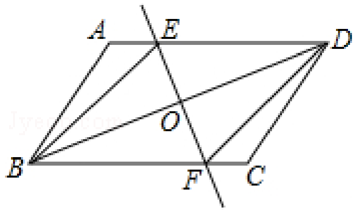
$=-1.5$

18.解不等式组：$\begin{cases}3x+2>2(x-1)① \\ 4x-2\le 3x-2②\end{cases}$并把解集在数轴上表示出来.

解析：首先解出两个不等式的解集，再根据大小小大中间找确定不等式组的解集.
答案：解不等式①，得：x＞-4，
解不等式②，得：x≤0，
则不等式组的解集为-4＜x≤0，
将解集表示在数轴上如下：



19.如图，在▱ABCD 中，作对角线 BD 的垂直平分线 EF，垂足为 O，分别交 AD，BC 于 E，F，连接 BE，DF.求证：四边形 BFDE 是菱形.



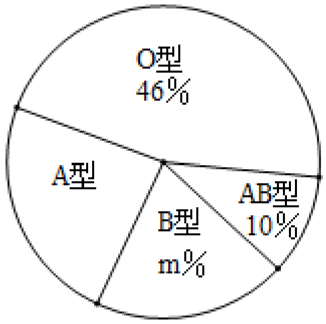
解析:根据平行四边形的性质以及全等三角形的判定方法证明出△DOE≌△BOF,得到 OE=OF,利用对角线互相平分的四边形是平行四边形得出四边形 EBFD 是平行四边形，进而利用对角线互相垂直的平行四边形是菱形得出四边形 BFDE 为菱形.
答案：∵在▱ABCD 中，O 为对角线 BD 的中点，
∴BO=DO，∠EDB=∠FBO，
在△EOD 和△FOB 中，

$\begin{cases}\angle EDO=\angle FBO \\ OD=OB \\ \angle EOD=\angle FOB\end{cases}$，

∴△DOE≌△BOF(ASA)；
∴OE=OF，
又∵OB=OD，
∴四边形 EBFD 是平行四边形，
∵EF⊥BD，
∴四边形 BFDE 为菱形.

20. 6 月 14 日是“世界献血日”，某市采取自愿报名的方式组织市民义务献血.献血时要对

献血者的血型进行检测，检测结果有“A 型”、“B 型”、“AB 型”、“O 型”4 种类型.在献血者人群中，随机抽取了部分献血者的血型结果进行统计，并根据这个统计结果制作了两幅不完整的图表：



血型	A	B	AB	O
人数	_____	10	5	_____

(1)这次随机抽取的献血者人数为_____人，m=_____；
(2)补全上表中的数据；
(3)若这次活动中该市有 3000 人义务献血，请你根据抽样结果回答：
从献血者人群中任抽取一人，其血型是 A 型的概率是多少？并估计这 3000 人中大约有多少人是 A 型血？
解析：(1)用 AB 型的人数除以它所占的百分比得到随机抽取的献血者的总人数，然后计算 m 的值；
(2)先计算出 O 型的人数，再计算出 A 型人数，从而可补全上表中的数据；
(3)用样本中 A 型的人数除以 50 得到血型是 A 型的概率，然后用 3000 乘以此概率可估计这 3000 人中是 A 型血的人数.
答案：(1)这次随机抽取的献血者人数为 5÷10%=50(人)，
所以 m=$\frac{10}{50}\times 100=20$；
(2)O 型献血的人数为 46%×50=23(人)，
A 型献血的人数为 50-10-5-23=12(人)，
如图，

血型	A	B	AB	O
人数	23	10	5	12

(3)从献血者人群中任抽取一人，其血型是 A 型的概率=$\frac{12}{50}=\frac{6}{25}$，
$3000\times\frac{6}{25}=720$，
估计这 3000 人中大约有 720 人是 A 型血.

21.郴州市正在创建“全国文明城市”，某校拟举办“创文知识”抢答赛，欲购买 A、B 两种奖品以鼓励抢答者.如果购买 A 种 20 件，B 种 15 件，共需 380 元；如果购买 A 种 15 件，B 种 10 件，共需 280 元.
(1)A、B 两种奖品每件各多少元？
(2)现要购买 A、B 两种奖品共 100 件，总费用不超过 900 元，那么 A 种奖品最多购买多少件？

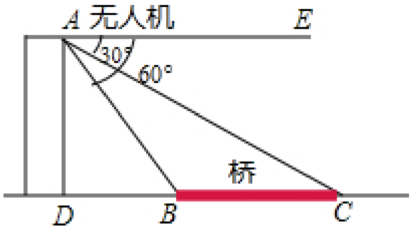
解析：(1)设 A 种奖品每件 x 元，B 种奖品每件 y 元，根据“如果购买 A 种 20 件，B 种 15 件，共需 380 元；如果购买 A 种 15 件，B 种 10 件，共需 280 元”，即可得出关于 x、y 的二元一次方程组，解之即可得出结论；
(2)设 A 种奖品购买 a 件，则 B 种奖品购买(100-a)件，根据总价=单价×购买数量结合总费用不超过 900 元，即可得出关于 a 的一元一次不等式，解之取其中最大的整数即可得出结论.
答案：(1)设 A 种奖品每件 x 元，B 种奖品每件 y 元，

根据题意得：$\begin{cases}20x+15y=380\\15x+10y=280\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=16\\y=4\end{cases}$.

答：A 种奖品每件 16 元，B 种奖品每件 4 元.
(2)设 A 种奖品购买 a 件，则 B 种奖品购买(100-a)件，
根据题意得：16a+4(100-a)≤900，
解得：a≤$\frac{125}{3}$.
∵a 为整数，
∴a≤41.
答：A 种奖品最多购买 41 件.

22.小亮在某桥附近试飞无人机，如图，为了测量无人机飞行的高度 AD，小亮通过操控器指令无人机测得桥头 B，C 的俯角分别为∠EAB=60°，∠EAC=30°，且 D，B，C 在同一水平线上.已知桥 BC=30 米，求无人机飞行的高度 AD.(精确到 0.01 米.参考数据：$\sqrt{2}$≈1.414，$\sqrt{3}$≈1.732)



解析：由∠EAB=60°、∠EAC=30°可得出∠CAD=60°、∠BAD=30°，进而可得出 CD=$\sqrt{3}$AD、BD=$\frac{\sqrt{3}}{3}$AD，再结合 BC=30 即可求出 AD 的长度.

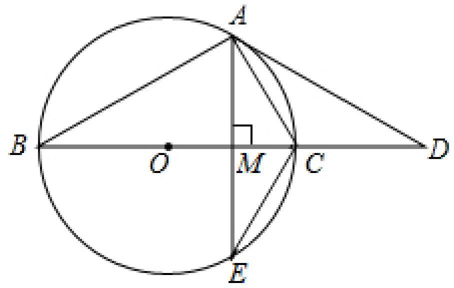
答案：∵∠EAB=60°，∠EAC=30°，
∴∠CAD=60°，∠BAD=30°，

∴CD=AD·tan∠CAD=$\sqrt{3}$AD，BD=AD·tan∠BAD=$\frac{\sqrt{3}}{3}$AD，

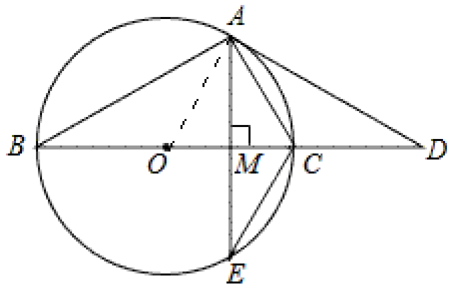
∴BC=CD-BD=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$AD=30，

∴AD=$15\sqrt{3}$≈25.98.

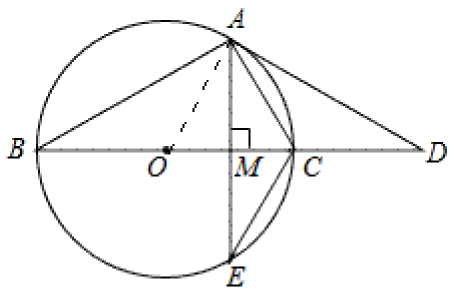
23.已知 BC 是⊙O 的直径，点 D 是 BC 延长线上一点，AB=AD，AE 是⊙O 的弦，∠AEC=30°.



(1)求证：直线 AD 是⊙O 的切线；
(2)若 AE⊥BC，垂足为 M，⊙O 的半径为 4，求 AE 的长.
解析：(1)先求出∠ABC=30°，进而求出∠BAD=120°，即可求出∠OAB=30°，结论得证；
(2)先求出∠AOC=60°，用三角函数求出 AM，再用垂径定理即可得出结论.
答案：(1)如图，



∵∠AEC=30°，
∴∠ABC=30°，
∵AB=AD，
∴∠D=∠ABC=30°，
根据三角形的内角和定理得，∠BAD=120°，
连接 OA，∴OA=OB，
∴∠OAB=∠ABC=30°，
∴∠OAD=∠BAD-∠OAB=90°，
∴OA⊥AD，
∵点 A 在⊙O 上，
∴直线 AD 是⊙O 的切线；
(2)连接 OA，

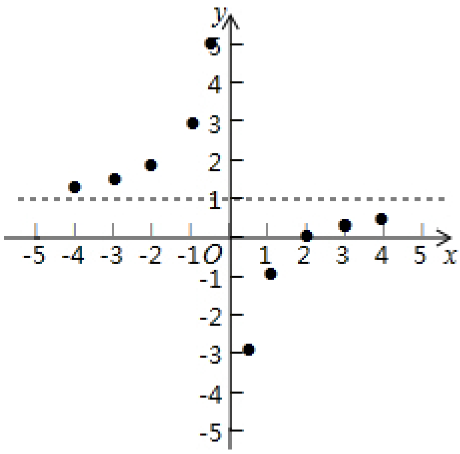


∵∠AEC=30°，
∴∠AOC=60°，
∵BC⊥AE 于 M，
∴AE=2AM，∠OMA=90°，
在 Rt△AOM 中，AM=OA•sin∠AOM=4×sin60°=$2\sqrt{3}$，
∴AE=2AM=$4\sqrt{3}$.

24.参照学习函数的过程与方法，探究函数 y=$\frac{x-2}{x}$(x≠0)的图象与性质.
因为 y=$\frac{x-2}{x}=1-\frac{2}{x}$，即 y=$-\frac{2}{x}$+1，所以我们对比函数 y=$-\frac{2}{x}$来探究.
列表：

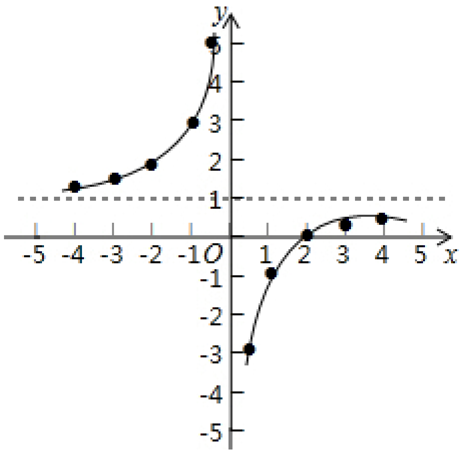
x	…	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	…
y=$-\frac{2}{x}$	…	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	2	4	-4	-1	1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	…
y=$\frac{x-2}{x}$	…	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	2	3	5	-3	-1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	…

描点：在平面直角坐标系中，以自变量 x 的取值为横坐标，以 y=$\frac{x-2}{x}$相应的函数值为纵坐标，描出相应的点，如图所示：



(1)请把 y 轴左边各点和右边各点，分别用一条光滑曲线顺次连接起来；
(2)观察图象并分析表格，回答下列问题：
①当 x<0 时，y 随 x 的增大而_____；(填“增大”或“减小”)
②y=$\frac{x-2}{x}$的图象是由 y=$-\frac{2}{x}$的图象向_____平移_____个单位而得到；
③图象关于点_____中心对称.(填点的坐标)
(3)设 A(x_1，y_1)，B(x_2，y_2)是函数 y=$\frac{x-2}{x}$的图象上的两点，且 $x_1+x_2=0$，试求 y_1+y_2+3 的值.

解析：(1)用光滑曲线顺次连接即可；
(2)利用图象法即可解决问题；
(3)根据中心对称的性质，可知 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$关于(0，1)对称，由此即可解决问题；
答案：(1)函数图象如图所示：



(2)①当 x<0 时，y 随 x 的增大而增大；
②$y=\dfrac{x-2}{x}$ 的图象是由 $y=-\dfrac{2}{x}$ 的图象向上平移 1 个单位而得到；
③图象关于点(0，1)中心对称.(填点的坐标)
故答案为增大，上，1，(0，1)
(3)∵$x_1+x_2=0$，
∴$x_1=-x_2$，
∴$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$关于(0，1)对称，
∴$y_1+y_2=2$，
∴$y_1+y_2+3=5$.

25.如图 1，已知抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A(-1，0)，B(3，0)两点，与 y 轴交于 C 点，点 P 是抛物线上在第一象限内的一个动点，且点 P 的横坐标为 t.

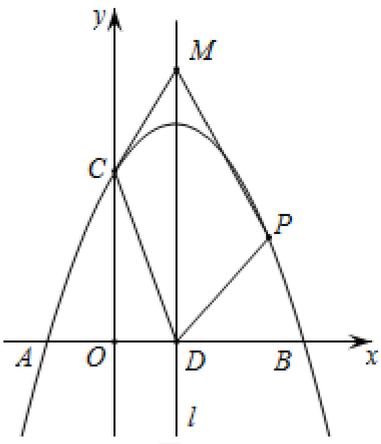


图1

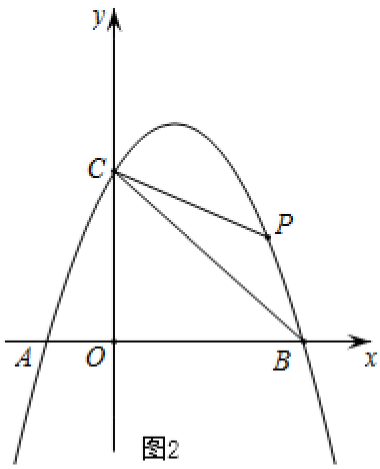


图2

(1)求抛物线的表达式；
(2)设抛物线的对称轴为 l，l 与 x 轴的交点为 D.在直线 l 上是否存在点 M，使得四边形 CDPM 是平行四边形？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.
(3)如图 2，连接 BC，PB，PC，设△PBC 的面积为 S.

①求 S 关于 t 的函数表达式；
②求 P 点到直线 BC 的距离的最大值，并求出此时点 P 的坐标.
解析：(1)由点 A、B 的坐标，利用待定系数法即可求出抛物线的表达式；
(2)连接 PC，交抛物线对称轴 l 于点 E，由点 A、B 的坐标可得出对称轴 l 为直线 $x=1$，分 $t=2$ 和 $t\neq2$ 两种情况考虑：当 $t=2$ 时，由抛物线的对称性可得出此时存在点 M，使得四边形 CDPM 是平行四边形，再根据点 C 的坐标利用平行四边形的性质可求出点 P、M 的坐标；当 $t\neq2$ 时，不存在，利用平行四边形对角线互相平分结合 $CE\neq PE$ 可得出此时不存在符合题意的点 M；
(3)①过点 P 作 PF∥y 轴，交 BC 于点 F，由点 B、C 的坐标利用待定系数法可求出直线 BC 的解析式，根据点 P 的坐标可得出点 F 的坐标，进而可得出 PF 的长度，再由三角形的面积公式即可求出 S 关于 t 的函数表达式；
②利用二次函数的性质找出 S 的最大值，利用勾股定理可求出线段 BC 的长度，利用面积法可求出 P 点到直线 BC 的距离的最大值，再找出此时点 P 的坐标即可得出结论.
答案：(1)将 A(-1，0)、B(3，0)代入 $y=-x^2+bx+c$，

$$\begin{cases}-1-b+c=0\\-9+3b+c=0\end{cases}，解得：\begin{cases}b=2\\c=3\end{cases}，$$

∴抛物线的表达式为 $y=-x^2+2x+3$.
(2)在图 1 中，连接 PC，交抛物线对称轴 l 于点 E，

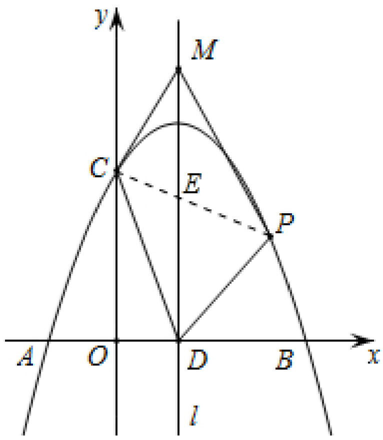


图1

∵抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A(-1，0)，B(3，0)两点，
∴抛物线的对称轴为直线 $x=1$.
当 $t=2$ 时，点 C、P 关于直线 l 对称，此时存在点 M，使得四边形 CDPM 是平行四边形.
∵抛物线的表达式为 $y=-x^2+2x+3$，
∴点 C 的坐标为(0，3)，点 P 的坐标为(2，3)，
∴点 M 的坐标为(1，6)；
当 $t\neq2$ 时，不存在，理由如下：
若四边形 CDPM 是平行四边形，则 $CE=PE$，
∵点 C 的横坐标为 0，点 E 的横坐标为 0，
∴点 P 的横坐标 $t=1\times2-0=2$.
又∵$t\neq2$，
∴不存在.
(3)①在图 2 中，过点 P 作 PF∥y 轴，交 BC 于点 F.

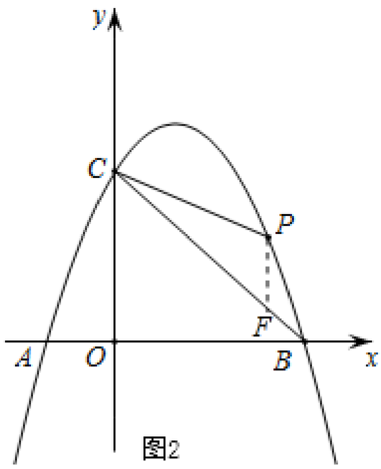


图2

设直线 BC 的解析式为 y=mx+n(m≠0)，

将 B(3，0)、C(0，3)代入 y=mx+n，

$\begin{cases}3m+n=0\\n=3\end{cases}$，解得：$\begin{cases}m=-1\\n=3\end{cases}$，

∴直线 BC 的解析式为 y=-x+3.

∵点 P 的坐标为(t，$-t^2+2t+3$)，

∴点 F 的坐标为(t，-t+3)，

∴$PF=-t^2+2t+3-(-t+3)=-t^2+3t$，

∴$S=\frac{1}{2}PF\cdot OB=-\frac{3}{2}t^2+\frac{9}{2}t=-\frac{3}{2}(t-\frac{3}{2})^2+\frac{27}{8}$.

②∵$-\frac{3}{2}<0$，

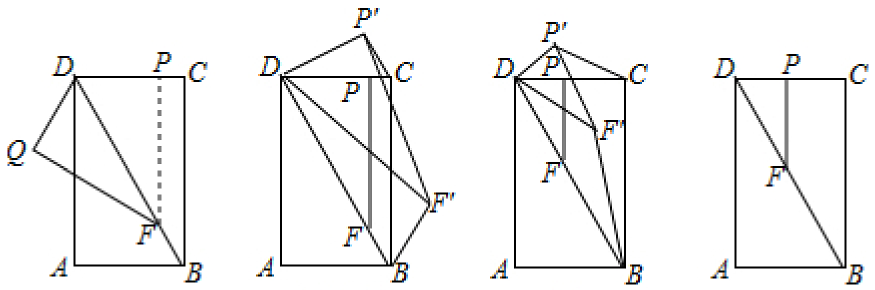
∴当 $t=\frac{3}{2}$ 时，S 取最大值，最大值为$\frac{27}{8}$.

∵点 B 的坐标为(3，0)，点 C 的坐标为(0，3)，

∴线段 $BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=3\sqrt{2}$，

∴P 点到直线 BC 的距离的最大值为$\frac{\frac{27}{8}\times 2}{3\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{2}}{8}$，此时点 P 的坐标为($\frac{3}{2}$，$\frac{15}{4}$).

26.在矩形 ABCD 中，AD＞AB，点 P 是 CD 边上的任意一点(不含 C，D 两端点)，过点 P 作 PF∥BC，交对角线 BD 于点 F.



(图1)　(图2)　(图3)　(备用图)

(1)如图 1，将△PDF 沿对角线 BD 翻折得到△QDF，QF 交 AD 于点 E.

求证：△DEF 是等腰三角形；

(2)如图 2，将△PDF 绕点 D 逆时针方向旋转得到△P′DF′，连接 P′C，F′B.设旋转角为 α（0°＜α＜180°）.

①若 0°＜α＜∠BDC，即 DF′在∠BDC 的内部时，求证：△DP′C∽△DF′B.

②如图 3,若点 P 是 CD 的中点,△DF′B 能否为直角三角形？如果能,试求出此时 tan∠DBF′的值，如果不能，请说明理由.

解析：(1)根据翻折的性质以及平行线的性质可知∠DFQ=∠ADF，所以△DEF 是等腰三角形；

(2)①由于 PF∥BC，所以△DPF∽△DCB，从而易证△DP′F′∽△DCB；

②由于△DF′B 是直角三角形，但不知道哪个的角是直角，故需要对该三角形的内角进行分类讨论.

答案：(1)由翻折可知：∠DFP=∠DFQ，

∵PF∥BC，

∴∠DFP=∠ADF，

∴∠DFQ=∠ADF，

∴△DEF 是等腰三角形，

(2)①若 0°＜α＜∠BDC，即 DF′在∠BDC 的内部时，

∵∠P′DF′=∠PDF，

∴∠P′DF′-∠F′DC=∠PDF-∠F′DC，

∴∠P′DC=∠F′DB，

由旋转的性质可知：

△DP′F′≌△DPF，

∵PF∥BC，

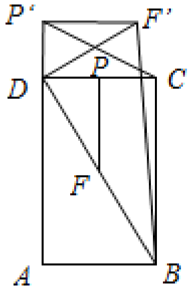
∴△DPF∽△DCB，

∴△DP′F′∽△DCB

∴$\frac{DC}{DB}=\frac{DP'}{DF'}$，

∴△DP′C∽△DF′B

②当∠F′DB=90°时，如图所示，



∵DF′=DF=$\frac{1}{2}$BD，

∴$\frac{DF'}{BD}=\frac{1}{2}$，

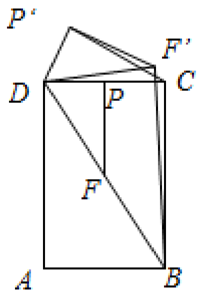
∴tan∠DBF′=$\frac{DF'}{BD}=\frac{1}{2}$，

当∠DBF′=90°，

此时DF′是斜边，

即DF′＞DB，不符合题意，

当∠DF′B=90°时，如图所示，



∵DF′=DF=$\frac{1}{2}$BD，

∴∠DBF′=30°，

∴tan∠DBF′=$\frac{\sqrt{3}}{3}$