

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

1. 反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象是（ ）

- A. 线段
- B. 直线
- C. 抛物线
- D. 双曲线

解析：∵  $y = \frac{1}{x}$  是反比例函数，

∴ 图象是双曲线.

答案：D.

2. 一枚质地均匀的骰子，骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，投掷这样的骰子一次，向上一面点数是偶数的结果有（ ）

- A. 1 种
- B. 2 种
- C. 3 种
- D. 6 种

解析：一枚质地均匀的正方体骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，掷一次这枚骰子，向上的一面的点数为偶数的有 3 种情况，

答案：C.

3. 已知一个单项式的系数是 2，次数是 3，则这个单项式可以是（ ）

- A.  $-2xy^2$
- B.  $3x^2$
- C.  $2xy^3$
- D.  $2x^3$

解析：此题规定了单项式的系数和次数，但没规定单项式中含几个字母.

A、 $-2xy^2$  系数是 -2，错误；

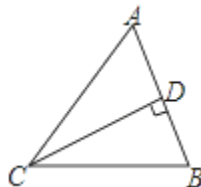
B、 $3x^2$  系数是 3，错误；

C、 $2xy^3$  次数是 4，错误；

D、 $2x^3$  符合系数是 2，次数是 3，正确；

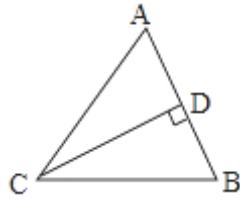
答案：D.

4. 如图， $\triangle ABC$  是锐角三角形，过点 C 作  $CD \perp AB$ ，垂足为 D，则点 C 到直线 AB 的距离是（ ）



- A. 线段 CA 的长
- B. 线段 CD 的长
- C. 线段 AD 的长
- D. 线段 AB 的长

解析：如图，



根据点到直线的距离的含义，可得点 C 到直线 AB 的距离是线段 CD 的长.

答案：B.

5.  $2^{-3}$  可以表示为 ( )

A.  $2^2 \div 2^5$

B.  $2^5 \div 2^2$

C.  $2^2 \times 2^5$

D.  $(-2) \times (-2) \times (-2)$

解析：A、 $2^2 \div 2^5 = 2^{2-5} = 2^{-3}$ ，故正确；

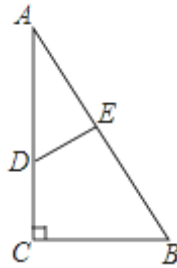
B、 $2^5 \div 2^2 = 2^3$ ，故错误；

C、 $2^2 \times 2^5 = 2^7$ ，故错误；

D、 $(-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^3$ ，故错误；

答案：A.

6. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D, E 分别在边 AC, AB 上. 若  $\angle B = \angle ADE$ ，则下列结论正确的是 ( )



A.  $\angle A$  和  $\angle B$  互为补角

B.  $\angle B$  和  $\angle ADE$  互为补角

C.  $\angle A$  和  $\angle ADE$  互为余角

D.  $\angle AED$  和  $\angle DEB$  互为余角

解析： $\because \angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$ ，

$\because \angle B = \angle ADE$ ，

$\therefore \angle A + \angle ADE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle A$  和  $\angle ADE$  互为余角.

答案：C.

7. 某商店举办促销活动，促销的方法是将原价  $x$  元的衣服以  $(\frac{4}{5}x - 10)$  元出售，则下列说

法中，能正确表达该商店促销方法的是 ( )

A. 原价减去 10 元后再打 8 折

B. 原价打 8 折后再减去 10 元

C. 原价减去 10 元后再打 2 折

D. 原价打 2 折后再减去 10 元

解析：根据分析，可得将原价  $x$  元的衣服以  $(\frac{4}{5}x - 10)$  元出售，是把原价打 8 折后再减去 10 元.

答案：B.

8. 已知  $\sin 6^\circ = a$ ,  $\sin 36^\circ = b$ , 则  $\sin^2 6^\circ = ( \quad )$

- A.  $a^2$
- B.  $2a$
- C.  $b^2$
- D.  $b$

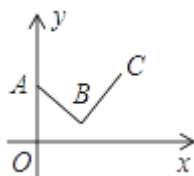
解析：∵  $\sin 6^\circ = a$ ,

∴  $\sin^2 6^\circ = a^2$ .

答案：A.

9. 如图，某个函数的图象由线段 AB 和 BC 组成，其中点 A  $(0, \frac{4}{3})$ , B  $(1, \frac{1}{2})$ , C  $(2, \frac{5}{3})$ ,

则此函数的最小值是  $( \quad )$

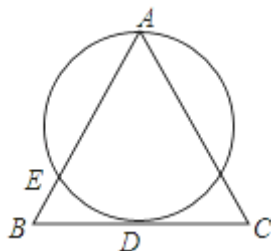


- A. 0
- B.  $\frac{1}{2}$
- C. 1
- D.  $\frac{5}{3}$

解析：由函数图象的纵坐标，得  $\frac{5}{3} > \frac{4}{3} > \frac{1}{2}$ .

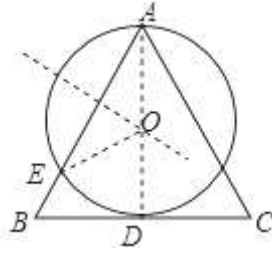
答案：B.

10. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ , D 是边 BC 的中点，一个圆过点 A, 交边 AB 于点 E, 且与 BC 相切于点 D, 则该圆的圆心是  $( \quad )$



- A. 线段 AE 的中垂线与线段 AC 的中垂线的交点
- B. 线段 AB 的中垂线与线段 AC 的中垂线的交点
- C. 线段 AE 的中垂线与线段 BC 的中垂线的交点
- D. 线段 AB 的中垂线与线段 BC 的中垂线的交点

解析：连接 AD, 作 AE 的中垂线交 AD 于 O, 连接 OE,



$\because AB=AC$ ,  $D$  是边  $BC$  的中点,  
 $\therefore AD \perp BC$ .  
 $\therefore AD$  是  $BC$  的中垂线,  
 $\because BC$  是圆的切线,  
 $\therefore AD$  必过圆心,  
 $\because AE$  是圆的弦,  
 $\therefore AE$  的中垂线必过圆心,  
 $\therefore$  该圆的圆心是线段  $AE$  的中垂线与线段  $BC$  的中垂线的交点,  
 答案:  $C$ .

**二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)**

11. 不透明的袋子里装有 1 个红球, 1 个白球, 这些球除颜色外无其他差别, 从袋子中随机摸出一个球, 则摸出红球的概率是\_\_\_\_\_.

解析:  $\because$  共 2 个球, 有 1 个红球,

$$\therefore P(\text{摸出红球}) = \frac{1}{2},$$

答案:  $\frac{1}{2}$ .

12. 方程  $x^2 + x = 0$  的解是\_\_\_\_\_.

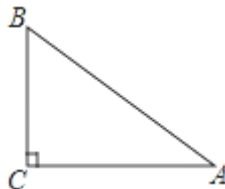
解析:  $x(x+1) = 0$ ,

$x=0$  或  $x+1=0$ ,

所以  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -1$ .

答案:  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -1$ .

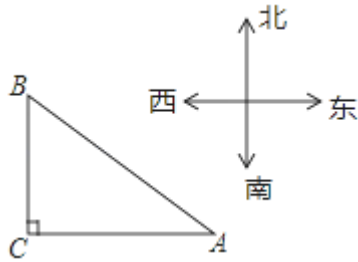
13. 已知  $A, B, C$  三地位置如图所示,  $\angle C=90^\circ$ ,  $A, C$  两地的距离是 4km,  $B, C$  两地的距离是 3km, 则  $A, B$  两地的距离是\_\_\_\_\_km; 若  $A$  地在  $C$  地的正东方向, 则  $B$  地在  $C$  地的\_\_\_\_\_方向.



解析:  $\because \angle C=90^\circ$ ,  $A, C$  两地的距离是 4km,  $B, C$  两地的距离是 3km,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ (km)}.$$

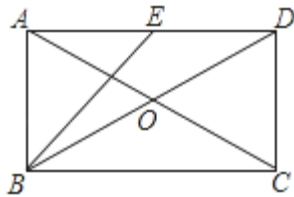
又 $\because A$  地在  $C$  地的正东方向, 则  $B$  地在  $C$  地的 正北方向.



答案：5；正北.

14. 如图，在矩形 ABCD 中，对角线 AC, BD 相交于点 O, E 是边 AD 的中点. 若  $AC=10$ ,  $DC=2\sqrt{5}$ ,

则  $BO=$ \_\_\_\_,  $\angle EBD$  的大小约为\_\_\_\_度\_\_\_\_分. (参考数据:  $\tan 26^\circ 34' \approx \frac{1}{2}$ )



解析：∵在矩形 ABCD 中， $AC=10$ ,

$$\therefore BD=AC=10,$$

$$\therefore BO=\frac{1}{2}BD=5,$$

$$\therefore DC=2\sqrt{5},$$

$$\therefore AD=\sqrt{AC^2 - CD^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore \tan \angle DAC = \frac{CD}{AD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan 26^\circ 34' \approx \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle DAC \approx 26^\circ 34',$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 90^\circ - \angle DAC = 63^\circ 26',$$

∵E 是 AD 的中点,

$$\therefore AE=AB=2\sqrt{5},$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle OBA - \angle ABE = 18^\circ 26'.$$

答案：5, 18, 26.

15. 已知  $(39 + \frac{8}{13}) \times (40 + \frac{9}{13}) = a + b$ , 若 a 是整数,  $1 < b < 2$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

解析:  $(39 + \frac{8}{13}) \times (40 + \frac{9}{13})$

$$= 1560 + 27 + 24 \frac{8}{13} + \frac{72}{169}$$

$$= 1611 + \frac{176}{169}$$

∵ a 是整数,  $1 < b < 2$ ,

∴  $a = 1611$ .

答案: 1611.

16. 已知一组数据 1, 2, 3, ..., n (从左往右数, 第 1 个数是 1, 第 2 个数是 2, 第 3 个数是 3, 依此类推, 第 n 个数是 n). 设这组数据的各数之和是 s, 中位数是 k, 则  $s = \underline{\hspace{2cm}}$  (用只含有 k 的代数式表示).

解析: ∵ 一组数据 1, 2, 3, ..., n (从左往右数, 第 1 个数是 1, 第 2 个数是 2, 第 3 个数是 3, 依此类推, 第 n 个数是 n),

∴ 这组数据的中位数与平均数相等,

∴ 这组数据的各数之和是 s, 中位数是 k,

∴  $s = nk$ .

∴  $\frac{n+1}{2} = k$ ,

∴  $n = 2k - 1$ ,

∴  $s = nk = (2k - 1)k = 2k^2 - k$ ,

答案:  $2k^2 - k$ .

### 三、解答题 (共 11 小题, 满分 86 分)

17. 计算:  $1 - 2 + 2 \times (-3)^2$ .

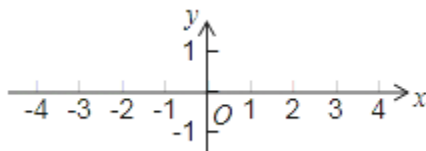
解析: 选算乘方, 再算乘法, 最后算加减, 由此顺序计算即可.

答案: 原式  $= 1 - 2 + 2 \times 9$

$= -1 + 18$

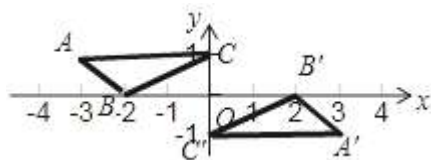
$= 17$ .

18. 在平面直角坐标系中, 已知点 A(-3, 1), B(-2, 0), C(0, 1), 请在图中画出  $\triangle ABC$ , 并画出与  $\triangle ABC$  关于原点 O 对称的图形.



解析: 根据平面直角坐标系找出点 A、B、C 的位置, 然后顺次连接, 再找出关于点 O 对称的点位置, 然后顺次连接即可.

答案: 作图如下:



19. 计算:  $\frac{x}{x+1} + \frac{x+2}{x+1}$ .

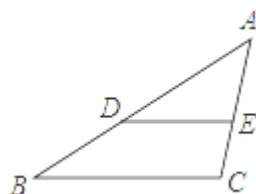
解析: 原式利用同分母分式的加法法则计算, 约分即可得到结果.

答案: 原式  $= \frac{x+x+2}{x+1}$

$= \frac{2(x+1)}{x+1}$

=2.

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点D, E分别在边AB, AC上, 若 $DE \parallel BC$ ,  $AD=3$ ,  $AB=5$ , 求 $\frac{DE}{BC}$ 的值.



解析: 根据平行线分线段成比例定理得出 $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ , 再根据 $AD=3$ ,  $AB=5$ , 即可得出答案.

答案:  $\because DE \parallel BC$ ,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC},$$

$\because AD=3$ ,  $AB=5$ ,

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{3}{5}.$$

21. 解不等式组  $\begin{cases} 2x > 2 \\ x + 2 \leq 6 + 3x \end{cases}$ .

解析: 首先分别计算出两个不等式的解集, 再根据大大取大确定不等式组的解集.

答案:  $\begin{cases} 2x > 2 \text{ ①} \\ x + 2 \leq 6 + 3x \text{ ②} \end{cases}$ ,

由①得:  $x > 1$ ,

由②得:  $x \geq -2$ ,

不等式组的解集为:  $x > 1$ .

22. 某公司欲招聘一名工作人员, 对甲、乙两位应聘者进行面试和笔试, 他们的成绩(百分制)如表所示.

应聘者	面试	笔试
甲	87	90
乙	91	82

若公司分别赋予面试成绩和笔试成绩6和4的权, 计算甲、乙两人各自的平均成绩, 谁将被录取?

解析: 根据题意先算出甲、乙两位应聘者的加权平均数, 再进行比较, 即可得出答案.

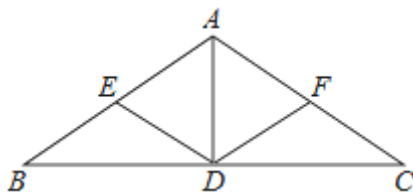
答案: 甲的平均成绩为:  $(87 \times 6 + 90 \times 4) \div 10 = 88.2$  (分),

乙的平均成绩为:  $(91 \times 6 + 82 \times 4) \div 10 = 87.4$  (分),

因为甲的平均分数较高,

所以甲将被录取.

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB=AC$ , 点E, F分别是边AB, AC的中点, 点D在边BC上. 若 $DE=DF$ ,  $AD=2$ ,  $BC=6$ , 求四边形AEDF的周长.



解析：先由 SSS 证明  $\triangle ADE \cong \triangle ADF$ ，得出  $\angle DAE = \angle DAF$ ，即 AD 平分  $\angle BAC$ ，再由等腰三角形的三线合一性质得出  $BD = CD = \frac{1}{2}BC = 3$ ， $AD \perp BC$ ，根据勾股定理求出 AB，由直角三角形斜边上的中线性质的性质得出  $DE = \frac{1}{2}AB$ ， $DF = \frac{1}{2}AC$ ，证出  $AE = AF = DE = DF$ ，即可求出结果。

答案：∵点 E，F 分别是边 AB，AC 的中点，

$$\therefore AE = BE = \frac{1}{2}AB, AF = CF = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore AE = AF,$$

在  $\triangle ADE$  和  $\triangle ADF$  中，
$$\begin{cases} AE = AF \\ DE = DF \\ AD = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ADF \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DAF,$$

即 AD 平分  $\angle BAC$ ，

$$\therefore BD = CD = \frac{1}{2}BC = 3, AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},$$

∵在  $\text{Rt}\triangle ABD$  和  $\text{Rt}\triangle ACD$  中，E，F 分别是边 AB，AC 的中点，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB, DF = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore AE = AF = DE = DF,$$

$$\therefore \text{四边形 AEDF 的周长} = 4AE = 2AB = 2\sqrt{13}.$$

24. 已知实数 a，b 满足  $a - b = 1$ ， $a^2 - ab + 2 > 0$ ，当  $1 \leq x \leq 2$  时，函数  $y = \frac{a}{x}$  ( $a \neq 0$ ) 的最大值与最小值之差是 1，求 a 的值。

解析：首先根据条件  $a - b = 1$ ， $a^2 - ab + 2 > 0$  可确定  $a > -2$ ，然后再分情况进行讨论：①当  $-2 < a < 0$ ， $1 \leq x \leq 2$  时，函数  $y = \frac{a}{x}$  的最大值是  $y = \frac{a}{2}$ ，最小值是  $y = a$ ，②当  $a > 0$ ， $1 \leq x \leq 2$

时，函数  $y = \frac{a}{x}$  的最大值是  $y = a$ ，最小值是  $y = \frac{a}{2}$ ，再分别根据最大值与最小值之差是 1，

计算出 a 的值。

答案：∵ $a^2 - ab + 2 > 0$ ，

$$\therefore a^2 - ab > -2,$$



$$a(a-b) > -2,$$

$$\because a-b=1,$$

$$\therefore a > -2,$$

①当  $-2 < a < 0$ ,  $1 \leq x \leq 2$  时, 函数  $y = \frac{a}{x}$  的最大值是  $y = \frac{a}{2}$ , 最小值是  $y = a$ ,

$\therefore$  最大值与最小值之差是 1,

$$\therefore \frac{a}{2} - a = 1,$$

解得:  $a = -2$ , 不合题意, 舍去;

②当  $a > 0$ ,  $1 \leq x \leq 2$  时, 函数  $y = \frac{a}{x}$  的最大值是  $y = a$ , 最小值是  $y = \frac{a}{2}$ ,

$\therefore$  最大值与最小值之差是 1,

$$\therefore a - \frac{a}{2} = 1,$$

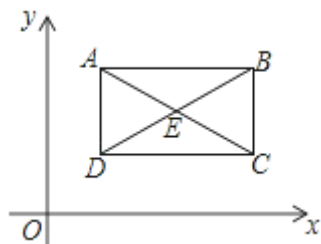
解得:  $a = 2$ , 符合题意,

$\therefore a$  的值是 2.

25. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A(2, n)$ ,  $B(m, n)$  ( $m > 2$ ),  $D(p, q)$  ( $q < n$ ), 点  $B$ ,  $D$  在直线  $y = \frac{1}{2}x + 1$  上. 四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$ ,  $BD$  相交于点  $E$ , 且  $AB \parallel CD$ ,  $CD = 4$ ,  $BE = DE$ ,

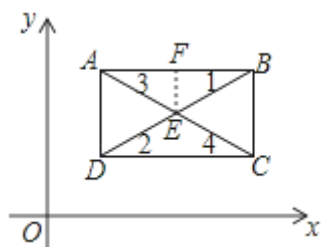
$\triangle AEB$  的面积是 2.

求证: 四边形  $ABCD$  是矩形.



解析: 首先利用对角线互相平分的四边形是平行四边形判定该四边形为平行四边形, 然后根据  $\triangle ABE$  的面积得到整个四边形的面积和  $AD$  的长, 根据平行四边形的面积计算方法得当  $DA \perp AB$  即可判定矩形.

答案: 作  $EF \perp AB$  于点  $F$ ,



$\because AB \parallel CD$ ,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle CDE$  中,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ \angle 3 = \angle 4 \\ BD = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDE$ ,  
 $\therefore AE = CE$ ,  
 $\therefore$  四边形 ABCD 是平行四边形,  
 $\therefore A(2, n), B(m, n)$ , 易知 A, B 两点纵坐标相同,  
 $\therefore AB \parallel CD \parallel x$  轴,  
 $\therefore m - 2 = 4, m = 6$ ,

将  $B(6, n)$  代入直线  $y = \frac{1}{2}x + 1$  得  $n = 4$ ,

$\therefore B(6, 4)$ ,  
 $\therefore CD = 4$ ,  $\triangle AEB$  的面积是 2,  
 $\therefore EF = 1$ ,  
 $\therefore D(p, q)$ ,  
 $\therefore E(\frac{p+6}{2}, \frac{q+4}{2}), F(\frac{p+6}{2}, 4)$ ,  
 $\therefore \frac{q+4}{2} + 1 = 4$ ,  
 $\therefore q = 2, p = 2$ ,  
 $\therefore DA \perp AB$ ,  
 $\therefore$  四边形 ABCD 是矩形.

26. 已知点  $A(-2, n)$  在抛物线  $y = x^2 + bx + c$  上.

(1) 若  $b = 1, c = 3$ , 求  $n$  的值;

(2) 若此抛物线经过点  $B(4, n)$ , 且二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的最小值是  $-4$ , 请画出点  $P(x - 1, x^2 + bx + c)$  的纵坐标随横坐标变化的图象, 并说明理由.

解析: (1) 代入  $b = 1, c = 3$ , 以及 A 点的坐标即可求得  $n$  的值;

(2) 根据题意求得抛物线的解析式为  $y = (x - 1)^2 - 4$ , 从而求得点  $P(x - 1, x^2 + bx + c)$  的纵坐标随横坐标变化的关系式为  $y = x'^2 - 4$ , 然后利用 5 点式画出函数的图象即可.

答案: (1)  $\because b = 1, c = 3, A(-2, n)$  在抛物线  $y = x^2 + bx + c$  上.

$\therefore n = 4 + (-2) \times 1 + 3 = 5$ .

(2)  $\because$  此抛物线经过点  $A(-2, n), B(4, n)$ ,

$\therefore$  抛物线的对称轴  $x = \frac{-2+4}{2} = 1$ ,

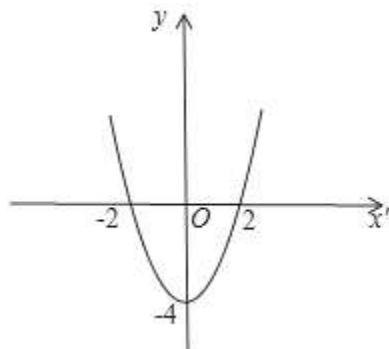
$\therefore$  二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的最小值是  $-4$ ,

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y = (x - 1)^2 - 4$ ,

令  $x - 1 = x'$ ,

$\therefore$  点  $P(x - 1, x^2 + bx + c)$  的纵坐标随横坐标变化的关系式为  $y = x'^2 - 4$ ,

点  $P(x - 1, x^2 + bx + c)$  的纵坐标随横坐标变化的如图:



27. 已知四边形 ABCD 内接于  $\odot O$ ,  $\angle ADC=90^\circ$ ,  $\angle DCB < 90^\circ$ , 对角线 AC 平分  $\angle DCB$ , 延长 DA, CB 相交于点 E.

(1) 如图 1,  $EB=AD$ , 求证:  $\triangle ABE$  是等腰直角三角形;

(2) 如图 2, 连接 OE, 过点 E 作直线 EF, 使得  $\angle OEF=30^\circ$ , 当  $\angle ACE \geq 30^\circ$  时, 判断直线 EF 与  $\odot O$  的位置关系, 并说明理由.

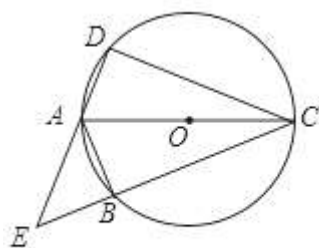


图1

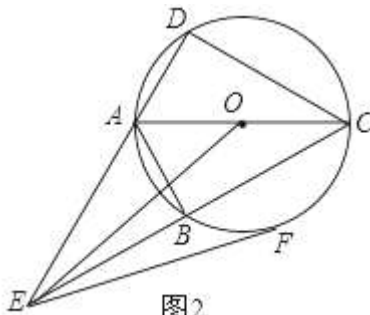


图2

解析: (1) 由  $\angle ACD = \angle ABC$  得到  $\widehat{AD} = \widehat{AB}$ , 则  $AD = AB$ , 加上  $EB = AD$ , 则  $AB = EB$ , 再根据圆内接四边形的性质得  $\angle EBA = \angle ADC = 90^\circ$ , 于是可判断  $\triangle ABE$  是等腰直角三角形

(2) 由于  $\angle ACD = \angle ABC$ ,  $\angle ACE \geq 30^\circ$ , 则  $60^\circ \leq \angle DCE < 90^\circ$ , 根据三角形边角关系得  $AE \geq AC$ , 而  $OE > AE$ , 所以  $OE > AC$ , 作  $OH \perp EF$  于 H, 如图, 根据含  $30^\circ$  度的直角三角形三边的关系得  $OH = \frac{1}{2} OE$ , 所以  $OH > OA$ , 则根据直线与圆的位置关系可判断直线 EF 与  $\odot O$  相离.

答案: (1)  $\because$  对角线 AC 平分  $\angle DCB$ ,

$$\therefore \angle ACD = \angle ACB,$$

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{AB},$$

$$\therefore AD = AB,$$

$$\because EB = AD,$$

$$\therefore AB = EB,$$

$$\because \angle EBA = \angle ADC = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABE$  是等腰直角三角形

(2) 直线 EF 与  $\odot O$  相离. 理由如下:

$$\because \angle DCB < 90^\circ, \angle ACD = \angle ACB,$$

$$\because \angle ACE \geq 30^\circ,$$

$$\therefore 60^\circ \leq \angle DCE < 90^\circ,$$

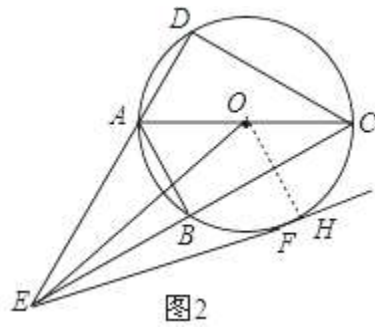
$$\therefore \angle AEC \leq 30^\circ,$$

$$\therefore AE \geq AC,$$

$$\because OE > AE,$$

$$\therefore OE > AC,$$

作  $OH \perp EF$  于 H, 如图,



在  $\text{Rt}\triangle OEH$  中,  $\because \angle OEF=30^\circ$ ,

$$\therefore OH = \frac{1}{2} OE,$$

$$\therefore OH > OA,$$

$\therefore$  直线  $EF$  与  $\odot O$  相离.