

2006 年资阳市高中阶段教育学校招生暨初中毕业统一考试

数 学

全卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 第 I 卷 1 至 2 页, 第 II 卷 3 至 8 页. 全卷满分 120 分, 考试时间共 120 分钟.

答题前, 请考生务必在答题卡上正确填涂自己的姓名、考号和考试科目, 并将试卷密封线内的项目填写清楚; 考试结束, 将试卷和答题卡一并交回.

解题可能用到的参考数据及公式:

$$\sqrt{2} \approx 1.414, \quad \sqrt{3} \approx 1.732;$$

$$\text{二次函数 } y=ax^2+bx+c \text{ (} a \neq 0 \text{)} \text{ 的图象的顶点坐标为 } \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right);$$

数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的方差为 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$, 其中 \bar{x} 表示 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的平均数.

第 I 卷 (选择题 共 30 分)

注意事项:

每小题选出的答案不能答在试卷上, 须用铅笔在答题卡上把对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦擦净后, 再选涂其它答案.

一、选择题: 本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项符合题意要求.

1. 4 的算术平方根是

- A. 2 B. ± 2 C. $\sqrt{2}$ D. $\pm\sqrt{2}$

2. 计算 $2a-3(a-b)$ 的结果是

- A. $-a-3b$ B. $a-3b$ C. $a+3b$ D. $-a+3b$

3. 数据 1, 2, 4, 2, 3, 3, 2 的众数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 正方形、矩形、菱形都具有的特征是

- A. 对角线互相平分 B. 对角线相等
C. 对角线互相垂直 D. 对角线平分一组对角

5. 已知数据 $\frac{1}{2}$, -6 , -1.2 , π , $-\sqrt{2}$, 其中负数出现的频率是

- A. 20% B. 40% C. 60% D. 80%

6. 如果 4 张扑克按图 1-1 的形式摆放在桌面上, 将其中一张旋转 180° 后, 扑克的放置情况如图 1-2 所示, 那么旋转的扑克从左起是

- A. 第一张 B. 第二张 C. 第三张 D. 第四张

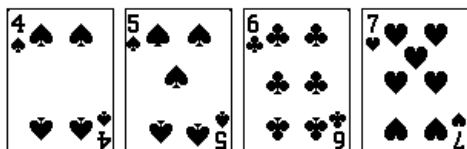


图 1-1

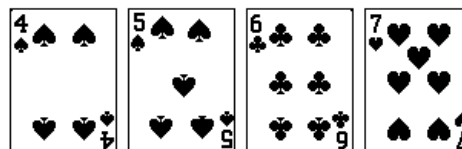


图 1-2

7. 同时抛掷两枚质地均匀的正方体骰子(骰子每一面的点数分别是 1 到 6 这六个数字中的一个), 以下说法正确的是

- A. 掷出两个 1 点是不可能事件 B. 掷出两个骰子的点数和为 6 是必然事件
C. 掷出两个 6 点是随机事件 D. 掷出两个骰子的点数和为 14 是随机事件

8. 若方程 $x^2-4x+c=0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 c 的值可以是

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

9. 已知一个物体由 x 个相同的正方体堆成, 它的正视图和左视图如图 2 所示, 那么 x 的最大值是

- A. 13 B. 12
C. 11 D. 10

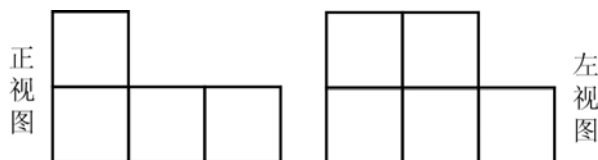


图 2

10. 已知函数 $y=x^2-2x-2$ 的图象如图 3 所示, 根据其中提供的信息, 可求得使 $y \geq 1$ 成立的 x 的取值范围是

- A. $-1 \leq x \leq 3$ B. $-3 \leq x \leq 1$
C. $x \geq -3$ D. $x \leq -1$ 或 $x \geq 3$

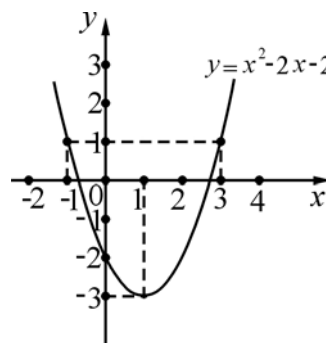


图 3

2006年资阳市高中阶段教育学校招生暨初中毕业统一考试
数 学

第II卷（非选择题 共90分）

| | | | | | | | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 题号 | 二 | 三 | | | | | | | | | 总分 | 总分人 |
| | | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | | |
| 得分 | | | | | | | | | | | | |

注意事项:

本卷共6页，用黑色或蓝色钢笔或圆珠笔直接答在试卷上。

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

二、填空题：本大题共6个小题，每小题3分，共18分。把答案直接填在题中横线上。

11. 绝对值为3的所有实数为_____。
12. 方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 的解是_____。
13. 数据8, 9, 10, 11, 12的方差 S^2 为_____。
14. 若方程 $x + y = 3$, $x - y = 1$ 和 $x - 2my = 0$ 有公共解，则 m 的取值为_____。

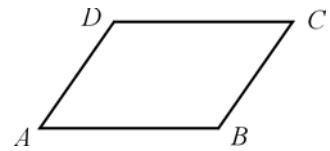


图4

15. 如图4，已知点 E 在面积为4的平行四边形 $ABCD$ 的边上运动，使 $\triangle ABE$ 的面积为1的点 E 共有_____个。

16. 在很小的时候，我们就用手指练习过数数。一个小朋友按如图5所示的规则练习数数，数到2006时对应的指头是_____（填出指头的名称，各指头的名称依次为大拇指、食指、中指、无名指、小指）。

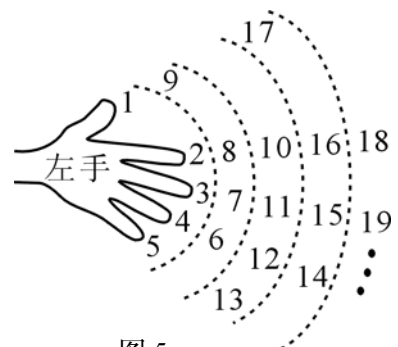


图5

三. 解答题：本大题共 9 个小题，共 72 分. 解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

17. (本小题满分 7 分)

计算： $\frac{1}{a+1} + \frac{2}{a^2-1}$.

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

18. (本小题满分 7 分)

某初级中学准备组织学生参加 A 、 B 、 C 三类课外活动，规定每班 2 人参加 A 类课外活动、3 人参加 B 类课外活动、5 人参加 C 类课外活动，每人只能参加一项课外活动，各班采取抽签的方式产生上报名单. 假设该校每班学生人数均为 40 人，请给出下列问题的答案(给出结果即可)：

- (1) 该校某个学生恰能参加 C 类课外活动的概率是多少？
- (2) 该校某个学生恰能参加其中一类课外活动的概率是多少？
- (3) 若以小球作为替代物进行以上抽签模拟实验，一个同学提供了部分实验操作：① 准备 40 个小球；②把小球按 2 : 3 : 5 的比例涂成三种颜色；③ 让用于实验的小球有且只有 2 个为 A 类标记、有且只有 3 个为 B 类标记、有且只有 5 个为 C 类标记；④ 为增大摸中某类小球的机会，将小球放入透明的玻璃缸中以便观察 . 你认为其中哪些操作是正确的(指出所有正确操作的序号)？

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

19. (本小题满分 7 分)

如图 6，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径， $AB=2$ ， $\angle BAC=30^\circ$ ，点 C 在 $\odot O$ 上，过点 C 与 $\odot O$ 相切的直线交 AB 的延长线于点 D ，求线段 BD 的长 .

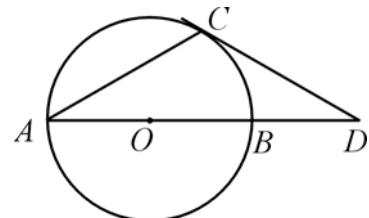


图 6

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

20. (本小题满分 8 分)

已知一次函数 $y=x+m$ 与反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象在第一象限的交点为 $P(x_0, 2)$.

- (1) 求 x_0 及 m 的值;
- (2) 求一次函数的图象与两坐标轴的交点坐标.

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

21. (本小题满分 8 分)

如图7, 已知某小区的两幢10层住宅楼间的距离为 $AC=30$ m, 由地面向上依次为第1层、第2层、…、第10层, 每层高度为3 m. 假设某一时刻甲楼在乙楼侧面的影长 $EC=h$, 太阳光线与水平线的夹角为 α .

- (1) 用含 α 的式子表示 h (不必指出 α 的取值范围);
- (2) 当 $\alpha = 30^\circ$ 时, 甲楼楼顶 B 点的影子落在乙楼的第几层? 若 α 每小时增加 15° , 从此时起几小时后甲楼的影子刚好不影响乙楼采光?

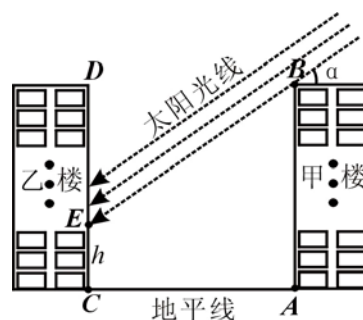


图 7

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

22. (本小题满分 8 分)

某乒乓球训练馆准备购买 n 副某种品牌的乒乓球拍, 每副球拍配 $k(k \geq 3)$ 个乒乓球. 已知 A 、 B 两家超市都有这个品牌的乒乓球拍和乒乓球出售, 且每副球拍的标价都为 20 元, 每个乒乓球的标价都为 1 元. 现两家超市正在促销, A 超市所有商品均打九折(按原价的 90% 付费)销售, 而 B 超市买 1 副乒乓球拍送 3 个乒乓球. 若仅考虑购买球拍和乒乓球的费用, 请解答下列问题:

- (1) 如果只在某一家超市购买所需球拍和乒乓球, 那么去 A 超市还是 B 超市买更合算?
- (2) 当 $k=12$ 时, 请设计最省钱的购买方案.

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

23. (本小题满分 8 分)

(1) 填空: 如图 8-1, 在正方形 $PQRS$ 中, 已知点 M 、 N 分别在边 QR 、 RS 上, 且 $QM=RN$, 连结 PN 、 SM 相交于点 O , 则 $\angle POM =$ _____ 度.

(2) 如图 8-2, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel CD$, $BC=CD$, $\angle ABC=60^\circ$. 以此为部分条件, 构造一个与上述命题类似的正确命题并加以证明.

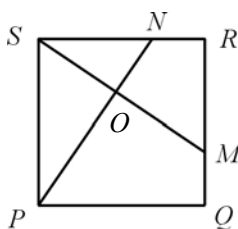


图 8-1

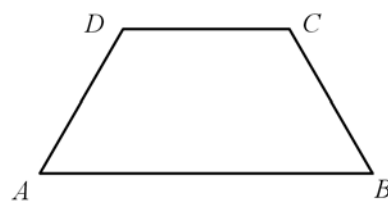


图 8-2

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

24. (本小题满分 9 分)

在矩形 $ABCD$ 中, 已知 $AB=a$, $BC=b$, P 是边 CD 上异于点 C 、 D 的任意一点 .

(1) 若 $a=2b$, 当点 P 在什么位置时, $\triangle APB$ 与 $\triangle BCP$ 相似 (不必证明) ?

(2) 若 $a \neq 2b$, ① 判断以 AB 为直径的圆与直线 CD 的位置关系, 并说明理由; ② 是否存在点 P , 使以 A 、 B 、 P 为顶点的三角形与以 A 、 D 、 P 为顶点的三角形相似 (不必证明) ?

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

25. (本小题满分 10 分)

如图 9, 已知抛物线 $l_1: y=x^2-4$ 的图象与 x 轴相交于 A 、 C 两点, B 是抛物线 l_1 上的动点(B 不与 A 、 C 重合), 抛物线 l_2 与 l_1 关于 x 轴对称, 以 AC 为对角线的平行四边形 $ABCD$ 的第四个顶点为 D .

- (1) 求 l_2 的解析式;
- (2) 求证: 点 D 一定在 l_2 上;
- (3) $\square ABCD$ 能否为矩形? 如果能为矩形, 求这些矩形公共部分的面积(若只有一个矩形符合条件, 则求此矩形的面积); 如果不能为矩形, 请说明理由.

注: 计算结果不取近似值 .

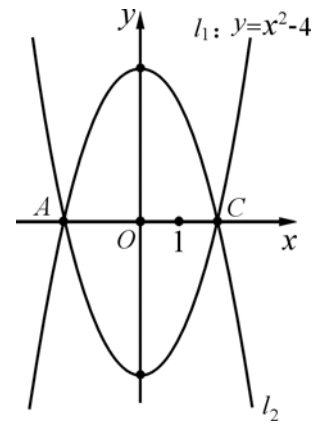


图 9

2006年资阳市高中阶段教育学校招生暨初中毕业统一考试

数学试题参考答案及评分意见

说明:

1. 解答题中各步骤所标记分数为考生解答到这一步的累计分数;
2. 给分和扣分都以1分为基本单位;
3. 参考答案都只给出一种解法, 若考生的解答与参考答案不同, 请根据解答情况参考评分意见给分.

一、选择题: 每小题3分, 共10个小题, 满分30分.

1-5. ADBAC; 6-10. BCDCD.

二、填空题: 每小题3分, 共6个小题, 满分18分.

11. 3, -3; 12. $x_1=1, x_2=5$; 13. 2; 14. 1; 15. 2; 16. 无名指.

三、解答题: 共9个小题, 满分72分.

17. 原式 = $\frac{1}{a+1} + \frac{2}{(a+1)(a-1)}$ 3分

= $\frac{a-1+2}{(a+1)(a-1)}$ 5分

= $\frac{1}{a-1}$ 7分

18. (1) $\frac{1}{8}$ 3分

(2) $\frac{1}{4}$ 5分

(3) ①, ③ 7分

19. 连结 OC 1分

$\because OA=OC, \therefore \angle OCA=\angle A=30^\circ, \therefore \angle COD=\angle A+\angle OCA=60^\circ$ 2分

$\because CD$ 切 $\odot O$ 于 $C, \therefore \angle OCD=90^\circ, \therefore \angle D=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ 4分

\because 直径 $AB=2, \therefore \odot O$ 的半径 $OC=OB=1$ 5分

在 $Rt\triangle OCD$ 中, 30° 角所对的边 OC 等于斜边 OD 的一半, $\therefore OD=2CO=2$ 6分

又 $\because OB=1, \therefore BD=OD-OB=1$ 7分

20. (1) \because 点 $P(x_0, 2)$ 在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上,

$\therefore 2=\frac{2}{x_0}$, 解得 $x_0=1$ 2分

\therefore 点 P 的坐标为 $(1, 2)$ 3分

又 \because 点 P 在一次函数 $y=x+m$ 的图象上,

$\therefore 2=1+m$, 解得 $m=1$ 4分

$\therefore x_0$ 和 m 的值都为 1.

(无最后一步结论, 不扣分)

(2) 由(1)知, 一次函数的解析式为 $y=x+1$, 5分

取 $y=0$, 得 $x=-1$;6分

取 $x=0$, 得 $y=1$7分

\therefore 一次函数的图象与 x 轴的交点坐标为 $(-1,0)$ 、与 y 轴的交点坐标为 $(0,1)$8分

21. (1) 过点 E 作 $EF \perp AB$ 于 F , 由题意, 四边形 $ACEF$ 为矩形.1分

$\therefore EF=AC=30, AF=CE=h, \angle BEF=\alpha, \therefore BF=3 \times 10 - h = 30 - h$2分

又在 $Rt\triangle BEF$ 中, $\tan \angle BEF = \frac{BF}{EF}$,3分

$\therefore \tan \alpha = \frac{30-h}{30}$, 即 $30-h=30 \tan \alpha. \therefore h=30-30 \tan \alpha$4分

(2) 当 $\alpha = 30^\circ$ 时, $h=30-30 \tan 30^\circ = 30-30 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 12.7$,5分

$\therefore 12.7 \div 3 \approx 4.2, \therefore B$ 点的影子落在乙楼的第五层.6分

当 B 点的影子落在 C 处时, 甲楼的影子刚好不影响乙楼采光.

此时, 由 $AB=AC=30$, 知 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \angle ACB = 45^\circ$,7分

$\therefore \frac{45-30}{15} = 1$ (小时).

故经过 1 小时后, 甲楼的影子刚好不影响乙楼采光.8分

22. (1) 由题意, 去 A 超市购买 n 副球拍和 kn 个乒乓球的费用为 $0.9(20n+kn)$ 元, 去 B 超市购买 n 副球拍和 kn 个乒乓球的费用为 $[20n+n(k-3)]$ 元,1分

由 $0.9(20n+kn) < 20n+n(k-3)$, 解得 $k > 10$;

由 $0.9(20n+kn) = 20n+n(k-3)$, 解得 $k = 10$;

由 $0.9(20n+kn) > 20n+n(k-3)$, 解得 $k < 10$3分

\therefore 当 $k > 10$ 时, 去 A 超市购买更合算; 当 $k = 10$ 时, 去 A 、 B 两家超市购买都一样; 当 $3 \leq k < 10$ 时, 去 B 超市购买更合算.4分

(上步结论中未写明 $k \geq 3$, 不扣分)

(2) 当 $k = 12$ 时, 购买 n 副球拍应配 $12n$ 个乒乓球.

若只在 A 超市购买, 则费用为 $0.9(20n+12n) = 28.8n$ (元);5分

若只在 B 超市购买, 则费用为 $20n+(12n-3n) = 29n$ (元);6分

若在 B 超市购买 n 副球拍, 然后再在 A 超市购买不足的乒乓球,

则费用为 $20n+0.9 \times (12-3)n = 28.1n$ (元).7分

显然, $28.1n < 28.8n < 29n$.

\therefore 最省钱的购买方案为: 在 B 超市购买 n 副球拍同时获得送的 $3n$ 个乒乓球, 然后在 A 超市按九折购买 $9n$ 个乒乓球.8分

23. (1) 90.2分

(结论填为 90° , 不扣分)

(2) 构造的命题为: 已知等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 且 $BC=CD$, $\angle ABC=60^\circ$, 若点 E 、 F 分别在 BC 、 CD 上, 且 $BE=CF$, 连结 AF 、 DE 相交于 G , 则 $\angle AGE=120^\circ$4分

证明: 由已知, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 且 $BC=DA$, $\angle ABC=60^\circ$,

$\therefore \angle ADC = \angle C = 120^\circ$.

$\because BC=CD, BE=CF, \therefore CE=DF$5分

在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle ADF$ 中, $\begin{cases} DC=AD, \\ \angle C=\angle ADF=120^\circ, \\ CE=DF, \end{cases}$

$\therefore \triangle DCE \cong \triangle ADF$ (S.A.S.), $\therefore \angle CDE=\angle DAF$7分

又 $\angle DAF+\angle AFD=180^\circ-\angle ADC=60^\circ$, $\therefore \angle CDE+\angle AFD=60^\circ$,

$\therefore \angle AGE=\angle DGF=180^\circ-(\angle CDE+\angle AFD)=180^\circ-60^\circ=120^\circ$8分

24.(1) 当点 P 为 CD 中点时, $\triangle APB \sim \triangle BCP$2分

(2) 当 $a > 2b$ 时:

①以 AB 为直径的圆与直线 CD 相交.3分

理由是: $\because a > 2b, \therefore b < \frac{1}{2}a$.

$\therefore AB$ 的中点(圆心)到 CD 的距离 b 小于半径 $\frac{1}{2}a$.

$\therefore CD$ 与圆相交.4分

②当点 P 为 CD 与圆的交点时, $\triangle ABP \sim \triangle PAD$, 即存在点 P (两个), 使得以 A, B, P 为顶点的三角形与以 A, D, P 为顶点的三角形相似.5分

当 $a < 2b$ 时:

①以 AB 为直径的圆与直线 CD 相离.6分

理由是: $\because a < 2b, \therefore b > \frac{1}{2}a$.

$\therefore AB$ 的中点(圆心)到 CD 的距离 b 大于半径 $\frac{1}{2}a$.

$\therefore CD$ 与圆相离.7分

②由①可知, 点 P 始终在圆外, $\triangle ABP$ 始终为锐角三角形. \therefore 不存在点 P , 使得以 A, B, P 为顶点的三角形与以 A, D, P 为顶点的三角形相似.9分

25. 解: (1) 设 l_2 的解析式为 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$,

$\because l_1$ 与 x 轴的交点为 $A(-2, 0), C(2, 0)$, 顶点坐标是 $(0, -4)$, l_2 与 l_1 关于 x 轴对称,

$\therefore l_2$ 过 $A(-2, 0), C(2, 0)$, 顶点坐标是 $(0, 4)$,1分

$\therefore \begin{cases} 4a-2b+c=0, \\ 4a+2b+c=0, \\ c=4. \end{cases}$ 2分

$\therefore a=-1, b=0, c=4$, 即 l_2 的解析式为 $y=-x^2+4$3分

(还可利用顶点式、对称性关系等方法解答)

(2) 设点 $B(m, n)$ 为 $l_1: y=x^2-4$ 上任意一点, 则 $n=m^2-4$ (*).

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 点 A, C 关于原点 O 对称,

$\therefore B, D$ 关于原点 O 对称,4分

\therefore 点 D 的坐标为 $D(-m, -n)$.

由(*)式可知, $-n=-(m^2-4)=-(-m)^2+4$,

即点 D 的坐标满足 $y=-x^2+4$,

\therefore 点 D 在 l_2 上.5分

(3) $\square ABCD$ 能为矩形.6分

过点 B 作 $BH \perp x$ 轴于 H , 由点 B 在 $l_1: y=x^2-4$ 上, 可设点 B 的坐标为 (x_0, x_0^2-4) , 则 $OH=|x_0|$, $BH=|x_0^2-4|$.

易知, 当且仅当 $BO=AO=2$ 时, $\square ABCD$ 为矩形.

在 $\text{Rt}\triangle OBH$ 中, 由勾股定理得, $|x_0|^2+|x_0^2-4|^2=2^2$,

$(x_0^2-4)(x_0^2-3)=0$, $\therefore x_0=\pm 2$ (舍去)、 $x_0=\pm\sqrt{3}$ 7分

所以, 当点 B 坐标为 $B(\sqrt{3}, -1)$ 或 $B'(-\sqrt{3}, -1)$ 时, $\square ABCD$ 为矩形, 此时, 点 D 的坐标分别是 $D(-\sqrt{3}, 1)$ 、 $D'(\sqrt{3}, 1)$.

因此, 符合条件的矩形有且只有 2 个, 即矩形 $ABCD$ 和矩形 $AB'CD'$.

.....8分

设直线 AB 与 y 轴交于 E , 显然, $\triangle AOE \sim \triangle AHB$,

$$\therefore \frac{EO}{AO} = \frac{BH}{AH}, \therefore \frac{EO}{2} = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$$

$\therefore EO=4-2\sqrt{3}$ 9分

由该图形的对称性知矩形 $ABCD$ 与矩形 $AB'CD'$ 重合部分是菱形, 其面积为

$$S=2S_{\triangle ACE}=2 \times \frac{1}{2} \times AC \times EO = 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times (4-2\sqrt{3}) = 16 - 8\sqrt{3} . \dots\dots 10分$$

(还可求出直线 AB 与 y 轴交点 E 的坐标解答)

