2016年湖北省鄂州市四校联考中考一模试卷数学

一、选择题(3’×10=30’)

1.下列运算，结果正确的是(　　)

A.$m^2+m^2=m^4$

B.$(m+\frac{1}{m})^2=m^2+\frac{1}{m^2}$

C.$(3mn^2)^2=6m^2n^4$

D.$2m^2n\div\frac{m}{n}=2mn^2$

解析：∵$m^2+m^2=2m^2$，∴选项A错误；

∵$(m+\frac{1}{m})^2=m^2+\frac{1}{m^2}+2$，∴选项B错误；

∵$(3mn^2)^2=9m^2n^4$，∴选项C错误；

∵$2m^2n\div\frac{m}{n}=2mn^2$，∴选项D正确.

答案：D

2.为了了解某社区居民的用电情况，随机对该社区10户居民进行了调查，下表是这10户居民2014年4月份用电量的调查结果：

居民户数	1	3	2	4
月用电量（度/户）	40	50	55	60

下列结论不正确的是(　　)

A.众数是60

B.平均数是54

C.中位数是55

D.方差是29

解析：用电量从大到小排列顺序为：60，60，60，60，55，55，50，50，50，40.

A、用电量的众数是60度，故A正确；

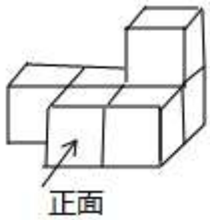
B、用电量的平均数是54度，故B正确.

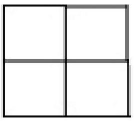
C、月用电量的中位数是55度，故C正确；

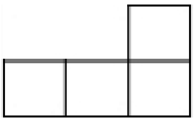
D、用电量的方差是39度，故D错误；

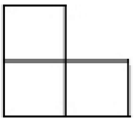
答案：D

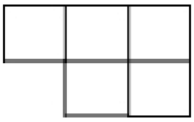
3.如图所示的几何体是由六个小正方体组合而成的，它的左视图是(　　)



A. 

B. 

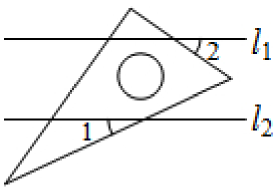
C. 

D. 

解析：从左边看得到的图形，有两列，第一列有两个正方形，第二列有一个正方形.
答案：C

4.若分式方程 $\frac{x-a}{x+1}$=a 无解，则 a 的值(　　)
A.1
B.-1
C.±1
D.0
解析：在方程两边同乘(x+1)得：x-a=a(x+1)，整理得：x(1-a)=2a，
当 1-a=0 时，即 a=1，整式方程无解，
当 x+1=0，即 x=-1 时，分式方程无解，
把 x=-1 代入 x(1-a)=2a 得：-(1-a)=2a，解得：a=-1，
答案：C

5.已知:直线 l_1∥l_2,一块含 30°角的直角三角板如图所示放置,∠1=25°,则∠2 等于(　　)



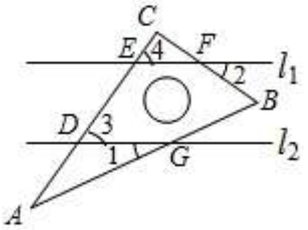
A.30°

B.35°

C.40°

D.45°

解析：∵∠3 是△ADG 的外角，∴∠3=∠A+∠1=30°+25°=55°，

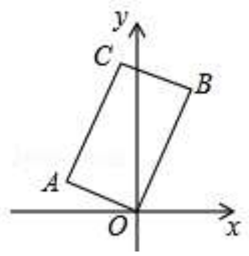


∵l_1∥l_2，∴∠3=∠4=55°，

∵∠4+∠EFC=90°，∴∠EFC=90°-55°=35°，∴∠2=35°.

答案：B

6.如图，在矩形 AOBC 中，点 A 的坐标(-2，1)，点 C 的纵坐标是 4，则 B、C 两点的坐标分别是(　　)



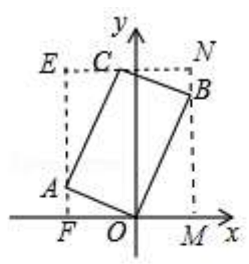
A.($\frac{7}{4}$，$\frac{7}{2}$)、(-$\frac{1}{2}$，4)

B.($\frac{3}{2}$，3)、(-$\frac{2}{3}$，4)

C.($\frac{3}{2}$，3)、(-$\frac{1}{2}$，4)

D.($\frac{7}{4}$，$\frac{7}{2}$)、(-$\frac{2}{3}$，4)

解析：如图过点 A、B 作 x 轴的垂线垂足分别为 F、M.过点 C 作 y 轴的垂线交 FA.



∵点 A 坐标(-2，1)，点 C 纵坐标为 4，∴AF=1，FO=2，AE=3，

∵∠EAC+∠OAF=90°，∠OAF+∠AOF=90°，∴∠EAC=∠AOF，

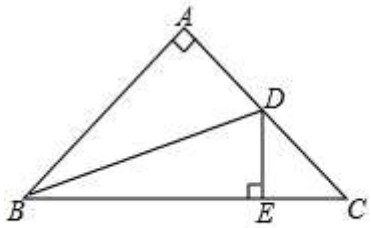
∵∠E=∠AFO=90°，∴△AEC∽△OFA，∴$\frac{EC}{AF}=\frac{AE}{OF}$，∴EC=$\frac{3}{2}$，∴点 C 坐标(-$\frac{1}{2}$，4)，

∵△AOF≌△BCN，△AEC≌△BMO，

∴CN=2，BN=1，BM=MN-BN=3，BM=AE=3，OM=EC=$\frac{3}{2}$，∴点 B 坐标($\frac{3}{2}$，3).

答案：C

7. 如图，在△ABC 中，∠BAC=90°，AB=AC，点 D 为边 AC 的中点，DE⊥BC 于点 E，连接 BD，则 tan∠DBC 的值为(　　)



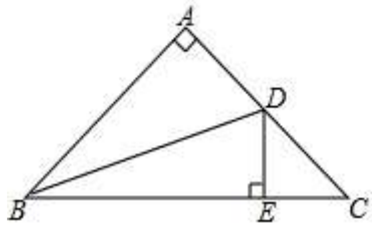
A. $\frac{1}{3}$

B. $\sqrt{2}$ -1

C. 2-$\sqrt{3}$

D. $\frac{1}{4}$

解析：∵在△ABC 中，∠BAC=90°，AB=AC，∴∠ABC=∠C=45°，BC=$\sqrt{2}$AC.



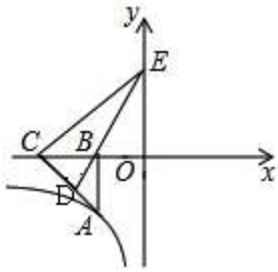
又∵点 D 为边 AC 的中点，∴AD=DC=$\frac{1}{2}$AC.

∵DE⊥BC 于点 E，

∴∠CDE=∠C=45°，∴DE=EC=$\frac{\sqrt{2}}{2}$DC=$\frac{\sqrt{2}}{4}$AC. ∴tan∠DBC=$\frac{DE}{BE}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{4}AC}{\sqrt{2}AC-\frac{\sqrt{2}}{4}AC}=\frac{1}{3}$.

答案：A

8.如图，已知点 A 在反比例函数 y=$\frac{k}{x}$(x<0)上，作 Rt△ABC，点 D 是斜边 AC 的中点，连 DB 并延长交 y 轴于点 E，若△BCE 的面积为 8，则 k 的值为(　　)



A. 8

B. 12

C. 16

D. 20

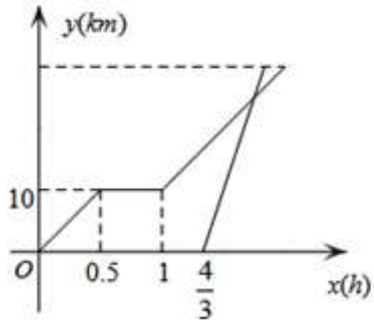
解析：∵△BCE 的面积为 8，∴$\frac{1}{2}$BC·OE=8，∴BC·OE=16，

∵点 D 为斜边 AC 的中点，∴BD=DC，∴∠DBC=∠DCB=∠EBO，

又∠EOB=∠ABC，∴△EOB∽△ABC，∴$\frac{BC}{OB}=\frac{AB}{OE}$，∴AB·OB=BC·OE，∴k=AB·BO=BC·OE=16.

答案：C

9. 周末，小明骑自行车从家里出发到野外郊游，从家出发 0.5 小时后到达甲地，游玩一段时间后，按原速前往乙地，小明离家 1 小时 20 分钟后，妈妈驾车沿相同路线前往乙地. 如图是他们离家的路程 y(km) 与小明离家时间 x(h) 的函数图象，已知妈妈驾车速度是小明的 3 倍.



下列说法正确的有(　　)个

①小明骑车的速度是 20km/h，在甲地游玩 1 小时

②小明从家出发 $\frac{7}{4}$ 小时后被妈妈追上

③妈妈追上小明时离家 25 千米

④若妈妈比小明早 10 分钟到达乙地，则从家到乙地 30km.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

解析：小明骑车速度为 10÷0.5=20(km/h)，

1-0.5=0.5(h)，即①不成立；

妈妈驾车的速度为 20×3=60(km/h)，

妈妈出发时小明离家的路程为 10+($\frac{4}{3}$-1)×20=$\frac{50}{3}$(km)，

妈妈追上小明需要的时间为$\frac{50}{3}\div(60-20)=\frac{5}{12}$(h)，

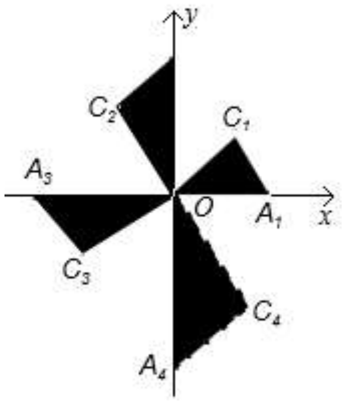
此时小明离家时间为$\frac{4}{3}+\frac{5}{12}=\frac{7}{4}$(h)，即②成立；

妈妈追上小明时离家的距离为$60\times\frac{5}{12}$=25(km)，③成立；

10分钟=$\frac{1}{6}$小时，从家到乙地的距离为60×(512+$\frac{1}{6}$)=35(km)，④不成立.

答案：B

10.在平面直角坐标系xOy中，Rt△OA_1C_1、Rt△OA_2C_2、Rt△OA_3C_3、Rt△OA_4C_4…斜边都在坐标轴上，$\angle A_1OC_1=\angle A_2OC_2=\angle A_3OC_3\cdots=30°$，若点$A_1$的坐标(3，0)，$OA_1=OC_2$，$OA_2=OC_3$，$OA_3=OC_4$…则依此规律$OA_{2016}$的长为(　　)



A. $3\times(\frac{3}{2}\sqrt{3})^{2013}$

B. $3\times(\frac{3}{2}\sqrt{3})^{2014}$

C. $3\times(\frac{3}{2}\sqrt{3})^{2015}$

D. $3\times(\frac{3}{2}\sqrt{3})^{2016}$

解析：∵$\angle A_2OC_2=30°$，$OA_1=OC_2=3$，∴$OA_2=\frac{2}{\sqrt{3}}OC_2=3\times\frac{3\sqrt{3}}{2}$；

同理：$OA_2=OC_3=3\times\frac{3\sqrt{3}}{2}$，$OA_3=\frac{2}{\sqrt{3}}OC_3=3\times(\frac{3\sqrt{3}}{2})^2$；$OA_3=OC_4=3\times(\frac{3\sqrt{3}}{2})^2$，$OA_4=\frac{2}{\sqrt{3}}OC_4=3\times(\frac{3\sqrt{3}}{2})^3$，…∴$OA_{2016}=3\times(\frac{3\sqrt{3}}{2})^{2015}$，

答案：C.

二、填空题(3’×6=18’)

11.因式分解：$9bx^2y-by^3$=_________.

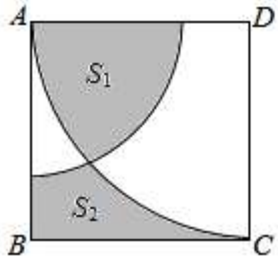
解析：原式=by(9x^2-y^2)=by(3x+y)(3x-y).
答案：by(3x+y)(3x-y)

12.计算|3-$\sqrt{12}$|+(2016-$\sqrt{2}$)^0-3tan30°=________.

解析：|3-$\sqrt{12}$|+(2016-$\sqrt{2}$)^0-3tan30°=2$\sqrt{3}$-3+1-3×$\frac{\sqrt{3}}{3}$=$\sqrt{3}$-2.

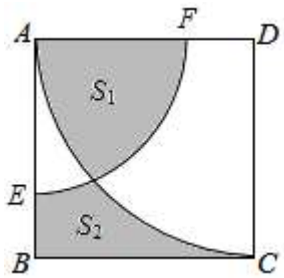
答案：$\sqrt{3}$-2.

13.如图.在正方形ABCD的边长为3，以A为圆心，2为半径作圆弧.以D为圆心，3为半径作圆弧.若图中阴影部分的面积分为S_1、S_2.则S_1-S_2=________.



解析：∵S $_{正方形}$=3×3=9，S $_{扇形ADC}$=$\frac{90\pi\times3^2}{360}=\frac{9\pi}{4}$，S $_{扇形EAF}$=$\frac{90\pi\times2^2}{360}=\pi$，

∴S_1-S_2=S $_{扇形EAF}$-(S $_{正方形}$-S $_{扇形ADC}$)=π-(9-$\frac{9\pi}{4}$)=$\frac{13\pi}{4}$-9.



答案：$\frac{13\pi}{4}$-9

14.如果关于x的一元二次方程ax^2+bx+c=0有两个实根，且其中一个根为另一根的2倍，则称这样的方程为“倍根方”，以下关于倍根方程的说法正确的是________(填正确序号).
①方程x^2-x-2=0是倍根方程.
②若(x-2)(mx+n)=0是倍根方程，则4m^2+5mn+n^2=0.
③若点(p，q)在反比例函数y=$\frac{2}{x}$的图象上，则关于x的方程px^2+3x+q=0是倍根方程.
④若方程ax^2+bx+c=0是倍根方程且相异两点M(1+t，s)、N(4-t，s)都在抛物线y=ax^2+bx+c上，则方程ax^2+bx+c=0必有一个根为$\frac{5}{3}$.
解析：①解方程x^2-x-2=0得：x_1=2，x_2=-1，∴方程x^2-x-2=0不是倍根方程，故①错误；

②∵(x-2)(mx+n)=0 是倍根方程，且 $x_1=2$，$x_2=-\frac{n}{m}$，

∴$\frac{n}{m}$=-1，或$\frac{n}{m}$=-4，∴m+n=0，4m+n=0，

∵$4m^2+5mn+n^2=(4m+n)(m+n)=0$，故②正确；

③∵点(p，q)在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上，∴pq=2，

解方程 $px^2+3x+q=0$ 得：$x_1=-\frac{1}{p}$，$x_2=-\frac{2}{p}$，∴$x_2=2x_1$，故③正确；

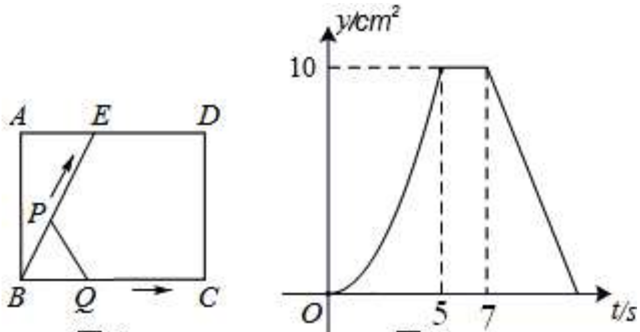
④∵方程 $ax^2+bx+c=0$ 是倍根方程，∴设 $x_1=2x_2$，

∵相异两点 M(1+t，s)，N(4-t，s)都在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上，

∴抛物线的对称轴 $x=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{1+t+4-t}{2}=\frac{5}{2}$，∴$x_1+x_2=5$，∴$x_2+2x_2=5$，∴$x_2=\frac{5}{3}$，故④正确.

答案：②③④.

15.如图(1)所示，E 为矩形 ABCD 的边 AD 上一点，动点 P、Q 同时从点 B 出发，点 P 沿折线 BE-ED-DC 运动到点 C 时停止，点 Q 沿 BC 运动到点 C 时停止，它们运动的速度都是 1cm/秒，设 P、Q 同时出发 t 秒时，△BPQ 的面积为 ycm2，已知 y 与 t 的函数关系图象如图(2)，当 t=________时，△ABE 与△BQP 相似.



图(1)　　图(2)

解析：由图象可知，BC=BE=5，AB=4，AE=3，DE=2，

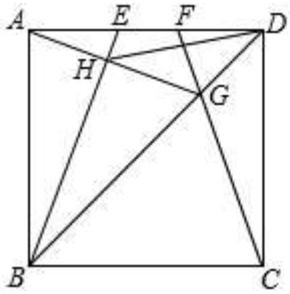
∵△ABE 与△BQP 相似，

∴点 E 只有在 CD 上，且满足$\frac{BC}{AB}=\frac{CQ}{AE}$，∴$\frac{5}{4}=\frac{CQ}{3}$，∴CQ=$\frac{15}{4}$.

∴t=(BE+ED+DQ)÷1=5+2+(4-$\frac{15}{4}$)=$\frac{29}{4}$.

答案：$\frac{29}{4}$秒.

16.如图，E、F 是正方形 ABCD 的边 AD 上有两个动点，满足 AE=DF，连接 CF 交 BD 于 G，连接 BE 交 AG 于点 H，若正方形的边长为 3，则线段 DH 长度的最小值是_______.



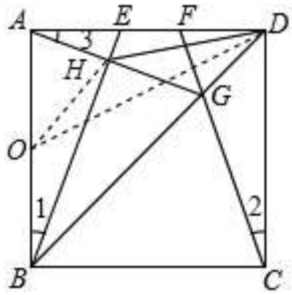
解析：在正方形 ABCD 中，AB=AD=CD，∠BAD=∠CDA，∠ADG=∠CDG，

在△ABE 和△DCF 中，$\begin{cases} AB=CD, \\ \angle BAD=\angle CDA, \\ AE=DF, \end{cases}$ ∴△ABE≌△DCF(SAS)，∴∠1=∠2，

在△ADG 和△CDG 中，$\begin{cases} AD=CD, \\ \angle ADG=\angle CDG, \\ DG=DG, \end{cases}$ ∴△ADG≌△CDG(SAS)，∴∠2=∠3，∴∠1=∠3，

∵∠BAH+∠3=∠BAD=90°，

∴∠1+∠BAH=90°，∴∠AHB=180°-90°=90°，取 AB 的中点 O，连接 OH、OD，



则 OH=AO=$\frac{1}{2}$AB=$\frac{3}{2}$，

在 Rt△AOD 中，OD=$\sqrt{AO^2+AD^2}=\frac{3}{2}\sqrt{5}$，

根据三角形的三边关系，OH+DH＞OD，

∴当 O、D、H 三点共线时，DH 的长度最小，最小值=OD-OH=$\frac{3}{2}\sqrt{5}$-1.

答案：$\frac{3}{2}\sqrt{5}$-1.

三、解答题(共 72 分，写演算过程)

17.(1)解方程：$(2x-1)^2=x(3x+2)-7$

(2)先化简再求值($\frac{a-2}{a^2+2a}-\frac{a-1}{a^2+4a+4}$)$\div\frac{a-4}{a+2}$，其中 a=$\sqrt{2}$-1.

解析：(1)先把方程整理为一元二次方程的一般形式，再用因式分解法求出 x 的值即可；

(2)先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再把 a 的值代入进行计算即可.

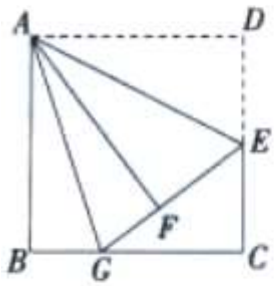
答案：(1)原方程可化为 $x^2-6x+8=0$，即 $(x-2)(x-4)=0$，解得 $x_1=2$，$x_2=4$；

(2)原式=$\left[\frac{a-2a}{(a+2)}-\frac{a-1}{(a+2)^2}\right]\cdot\frac{a-4}{a+2}$

$=\frac{(a+2)(a-2)-a(a-1)}{a(a+2)^2}\cdot\frac{a-4}{a+2}=\frac{a^2-4-a^2+a}{a(a+2)^2}\cdot\frac{a-4}{a+2}=\frac{a-4}{a(a+2)^2}\cdot\frac{a-4}{a+2}=\frac{1}{a(a+2)}$，

当 $a=\sqrt{2}-1$ 时，原式=$\frac{1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=1$.

18.如图，在边长为 6 的正方形 ABCD 中，E 是边 CD 的中点，将△ADE 沿 AE 对折至△AFE，延长 EF 交边 BC 于点 G，连接 AG.

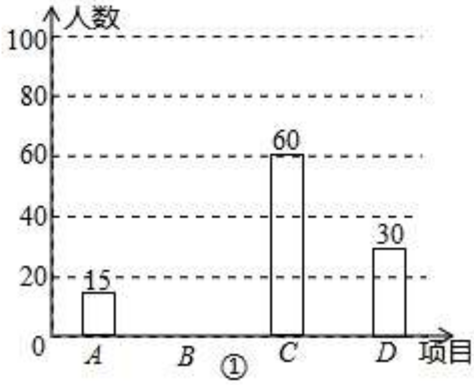


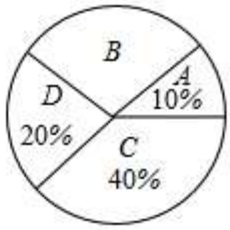
(1)求证：△ABG≌△AFG；
(2)求 BG 的长.
解析：(1)利用翻折变换对应边关系得出 AB=AF，∠B=∠AFG=90°，利用 HL 定理得出△ABG≌△AFG 即可；
(2)利用勾股定理得出 $GE^2=CG^2+CE^2$，进而求出 BG 即可；
答案：(1)在正方形 ABCD 中，AD=AB=BC=CD，∠D=∠B=∠BCD=90°，
∵将△ADE 沿 AE 对折至△AFE，∴AD=AF,DE=EF,∠D=∠AFE=90°，∴AB=AF,∠B=∠AFG=90°，

又∵AG=AG，在 Rt△ABG 和 Rt△AFG 中，$\begin{cases}AG=AG,\\AB=AF,\end{cases}$∴△ABG≌△AFG(HL)；

(2)∵△ABG≌△AFG，∴BG=FG，
设 BG=FG=x，则 GC=6-x，
∵E 为 CD 的中点，∴CE=EF=DE=3，∴EG=3+x，
∴在 Rt△CEG 中，$3^2+(6-x)^2=(3+x)^2$，解得 x=2，∴BG=2.

19.为推广阳光体育“大课间”活动，我市某中学决定在学生中开设 A：实心球，B：立定跳远，C：跳绳，D：跑步四种活动项目.为了了解学生对四种项目的喜欢情况，随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘制成如图①②的统计图.请结合图中的信息解答下列问题：





②

(1)在这项调查中，共调查了多少名学生？

(2)请计算本项调查中喜欢“立定跳远”的学生人数和所占百分比，并将两个统计图补充完整；

(3)若调查到喜欢“跳绳”的 5 名学生中有 3 名男生，2 名女生.现从这 5 名学生中任意抽取 2 名学生.请用画树状图或列表的方法，求出刚好抽到同性别学生的概率.

解析：(1)用 A 的人数除以所占的百分比，即可求出调查的学生数；

(2)用抽查的总人数减去 A、C、D 的人数，求出喜欢“立定跳远”的学生人数，再除以被调查的学生数，求出所占的百分比，再画图即可；

(3)用 A 表示男生，B 表示女生，画出树形图，再根据概率公式进行计算即可.

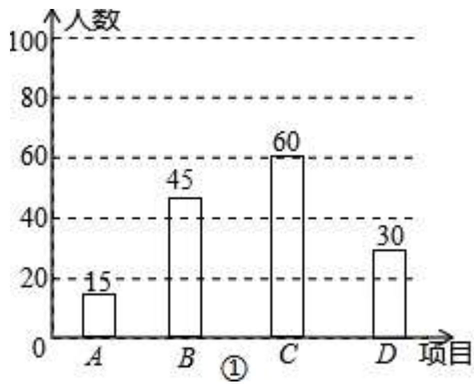
答案：(1)根据题意得：

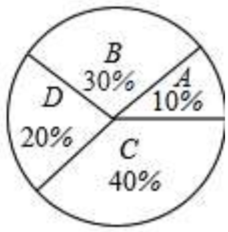
15÷10%=150(名).

答；在这项调查中，共调查了 150 名学生；

(2)本项调查中喜欢“立定跳远”的学生人数是；150-15-60-30=45(人)，

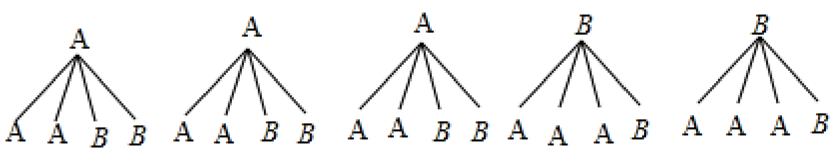
所占百分比是：$\frac{45}{150}\times 100\%=30\%$，画图如下：





②

(3)用 A 表示男生，B 表示女生，画图如下：



共有 20 种情况，同性别学生的情况是 8 种，则刚好抽到同性别学生的概率是$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$.

20.已知关于 x 的方程 $x^2-(m+3)x+\frac{m^2+2}{4}$=0.

(1)若方程有实根，求实数 m 的取值范围.

(2)若方程两实根分别为 x_1、x_2 且满足 $x_1^2+x_2^2=|x_1x_2|+\frac{41}{2}$，求实数 m 的值.

解析：(1)根据根的判别式，可得不等式，根据解不等式，可得答案；
(2)根据根与系数的关系，可得关于 m 的方程，根据解方程，可得答案.

答案：(1)由关于 x 的方程 $x^2-(m+3)x+\frac{m^2+2}{4}$，得

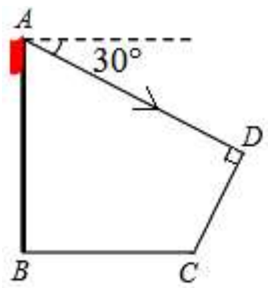
$\triangle=b^2-4ac=[-(m+3)]^2-4\times1\times\frac{m^2+2}{4}\geqslant0$，解得 $m\geqslant-\frac{7}{6}$；

(2)由根于系数的关系，得 $x_1+x_2=m+3$，$x_1x_2=\frac{m^2+2}{4}>0$，

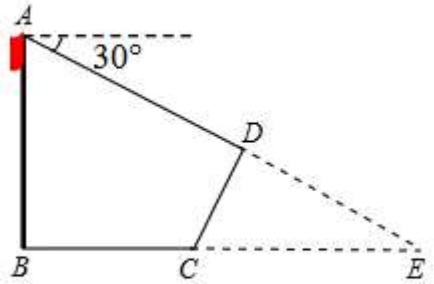
$x_1^2+x_2^2=|x_1x_2|+\frac{41}{2}$，$(x_1+x_2)^2=3x_1x_2+\frac{41}{2}$，$(m+3)^2=\frac{3(m^2+2)}{4}+\frac{41}{2}$，

解得 $m_1=-26$(不符合题意，舍)，$m_2=2$.

21.小明准备测量学校旗杆的高度，他发现斜坡正对着太阳时，旗杆 AB 影子恰好落在水平地面 BC 和斜坡面 CD 上，测得旗杆在水平地面上的影长 BC=20m，在斜坡坡面上的影长 CD=8m，太阳光线 AD 与水平地面成 30°角，且太阳光线 AD 与斜坡坡面互相垂直，请你帮小明求出旗杆 AB 的高度(结果保根号).



解析：设 AD 与 BC 的延长线交于 E，在 Rt△CDE 中，由含 30°角的直角三角形的性质求出 CE=16m，得出 BE，再由三角函数求出 AB 即可.
答案：作 AD 与 BC 的延长线，交于 E 点.如图所示：

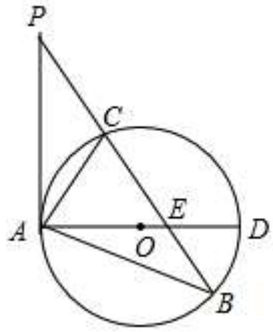


根据平行线的性质得：∠E=30°，∴CE=2CD=2×8=16.
则 BE=BC+CE=20+16=36.

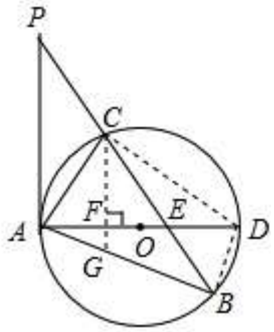
在直角△ABE 中，$\tan\angle E=\frac{AB}{BE}$，

∴AB=BE・tan30° $=36\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=12\sqrt{3}$ (m).即旗杆 AB 的高度是 $12\sqrt{3}$ m.

22.如图，已知在△ABP 中，C 是 BP 边上一点，∠PAC=∠PBA，⊙O 是△ABC 的外接圆，AD 是⊙O 的直径，且交 BP 于点 E.



(1)求证：PA 是⊙O 的切线；
(2)过点 C 作 CF⊥AD，垂足为点 F，延长 CF 交 AB 于点 G，若 AG・AB=12，求 AC 的长；
(3)在满足(2)的条件下，若 AF：FD=1：2，GF=1，求⊙O 的半径及 sin∠ACE 的值.
解析：(1)根据圆周角定理得出∠ACD=90°以及利用∠PAC=∠PBA 得出∠CAD+∠PAC=90°进而得出答案；
(2)首先得出△CAG∽△BAC，进而得出 AC^2=AG・AB，求出 AC 即可；
(3)先求出 AF 的长，根据勾股定理得：AG=$\sqrt{AF^2+GF^2}$，即可得出 sin∠ADB=$\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$，利用∠ACE=∠ACB=∠ADB，求出即可.
答案：(1)连接 CD，



∵AD 是⊙O 的直径，∴∠ACD=90°，∴∠CAD+∠ADC=90°，
又∵∠PAC=∠PBA，∠ADC=∠PBA，∴∠PAC=∠ADC，
∴∠CAD+∠PAC=90°，∴PA⊥OA，而 AD 是⊙O 的直径，∴PA 是⊙O 的切线；
(2)由(1)知，PA⊥AD，又∵CF⊥AD，∴CF∥PA，
∴∠GCA=∠PAC，又∵∠PAC=∠PBA，∴∠GCA=∠PBA，而∠CAG=∠BAC，
∴△CAG∽△BAC，∴$\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AG}{AC}$，即 AC^2=AG・AB，

∵AG・AB=12，∴AC^2=12，∴AC=$2\sqrt{3}$；

(3)设 AF=x，∵AF：FD=1：2，∴FD=2x，∴AD=AF+FD=3x，
在 Rt△ACD 中，∵CF⊥AD，∴AC^2=AF・AD，

即 $3x^2=12$，解得；$x=2$，∴AF=2，AD=6，∴⊙O 半径为 3，
在 Rt△AFG 中，∵AF=2，GF=1，

根据勾股定理得：AG=$\sqrt{AF^2+GF^2}=\sqrt{2^2+1^2}=5$，

由(2)知，AG·AB=12，∴AB=$\frac{12}{AG}=\frac{12\sqrt{5}}{5}$，连接 BD，

∵AD 是⊙O 的直径，∴∠ABD=90°，

在 Rt△ABD 中，∵sin∠ADB=$\frac{AB}{AD}$，AD=6，∴sin∠ADB=$\frac{2}{5}\sqrt{5}$，

∵∠ACE=∠ACB=∠ADB，∴sin∠ACE=$\frac{2}{5}\sqrt{5}$.

23.为鼓励大学毕业生自主创业，某市政府出台了相关政策：由政府协调，本市企业按成本价提供产品给大学毕业生自主销售，成本价与出厂价之间的差价由政府承担.李明按照相关政策投资销售本市生产的一种新型节能灯.已知这种节能灯的成本价为每件 10 元，出厂价为每件 12 元，每月销售量 y(件)与销售单价 x(元)之间的关系近似满足一次函数：$y=-10x+500$.

(1)李明在开始创业的第一个月将销售单价定为 20 元，那么政府这个月为他承担的总差价为多少元？

(2)设李明获得的利润为 w(元)，当销售单价定为多少元时，每月可获得最大利润？

(3)物价部门规定，这种节能灯的销售单价不得高于 25 元.如果李明想要每月获得的利润不低于 3000 元，那么政府为他承担的总差价最少为多少元？

解析：(1)把 $x=20$ 代入 $y=-10x+500$ 求出销售的件数，然后求出政府承担的成本价与出厂价之间的差价；

(2)由总利润=销售量·每件纯赚利润，得 $w=(x-10)(-10x+500)$，把函数转化成顶点坐标式，根据二次函数的性质求出最大利润；

(3)令 $-10x^2+600x-5000=3000$，求出 x 的值，结合图象求出利润的范围，然后设政府每个月为他承担的总差价为 p 元，根据一次函数的性质求出总差价的最小值.

答案：(1)当 $x=20$ 时，$y=-10x+500=-10\times20+500=300$，

$300\times(12-10)=300\times2=600$ 元，

即政府这个月为他承担的总差价为 600 元.

(2)由题意得，$w=(x-10)(-10x+500)$

$=-10x^2+600x-5000$

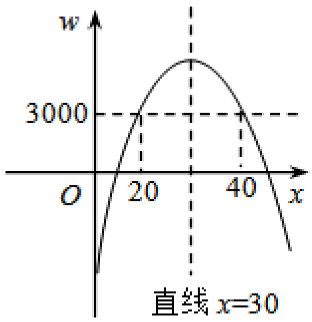
$=-10(x-30)^2+4000$

∵$a=-10<0$，∴当 $x=30$ 时，w 有最大值 4000 元.

即当销售单价定为 30 元时，每月可获得最大利润 4000 元.

(3)由题意得：$-10x^2+600x-5000=3000$，解得：$x_1=20$，$x_2=40$.

∵$a=-10<0$，抛物线开口向下，∴结合图象可知：当 $20\leqslant x\leqslant40$ 时，$4000>w\geqslant3000$.



又∵x≤25，∴当 20≤x≤25 时，w≥3000.
设政府每个月为他承担的总差价为 p 元，
∴p=(12-10)×(-10x+500)=-20x+1000.
∵k=-20＜0.∴p 随 x 的增大而减小，∴当 x=25 时，p 有最小值 500 元.
即销售单价定为 25 元时，政府每个月为他承担的总差价最少为 500 元.

24.如图，直线 AB 交 x 轴于点 B(2，0)，交 y 轴于点 A(0，2)，直线 DM⊥x 轴正半轴于点 M，交线段 AB 于点 C，DM=3，连接 DA，∠DAC=90°.

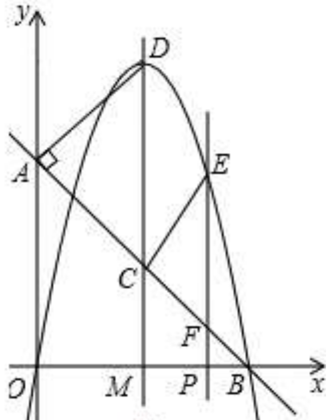
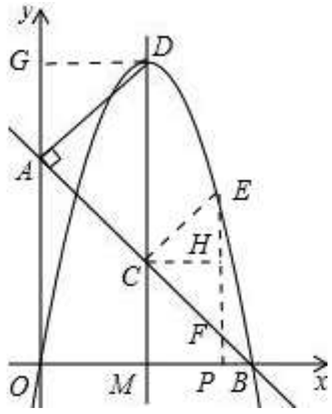


图1

(1)求直线 AB 的解析式.
(2)求 D 点坐标及过 O、D、B 三点的抛物线解析式.
(3)若点 P 是线段 OB 上的动点，过点 P 作 x 轴的垂线交 AB 于 F，交(2)中抛物线于 E，连 CE，是否存在 P 使△BPF 与△FCE 相似？若存在，请求出 P 点坐标；若不存在说明理由.
解析：(1)根据待定系数法，可得函数解析式；
(2)根据等腰直角三角形的判定与性质，可得 D 点坐标，根据待定系数法，可得函数解析式；
(3)根据相似三角形的判定与性质，可得 E 点坐标，根据点的坐标满足函数解析式，可得 E 点坐标，可得 P 点坐标.
答案：(1)设直线 AB 的解析式为 y=kx+b，将 A、B 点坐标代入函数解析式，

得$\begin{cases} b=2, \\ 2k+b=0, \end{cases}$解得$\begin{cases} k=-1, \\ b=2, \end{cases}$

直线 AB 的解析式为 y=-x+2；
(2)如图，过 D 作 DG⊥y 轴，垂足为 G，∵OA=OB=2，



∴△OAB是等腰直角三角形.

∵AD⊥AB，∴∠DAG=90°-∠OAB=45°即△ADG是等腰直角三角形，

∴DG=AG=OG-OA=DM-OA=3-2=1，∴D点坐标是(1，3)；

设抛物线的解析式为y=ax(x-2)，将D点坐标代入，得

a×1×(1-2)=3，解得a=-3，抛物线的解析式为y=-3x(x-2)；

(3)由(2)得∠PBF=45°，则∠CFE=∠BFP=45°，设P(x，0)，MP=x-1，PB=2-x，

①当∠ECF=∠BPF=90°时，△BPF∽△FCE，

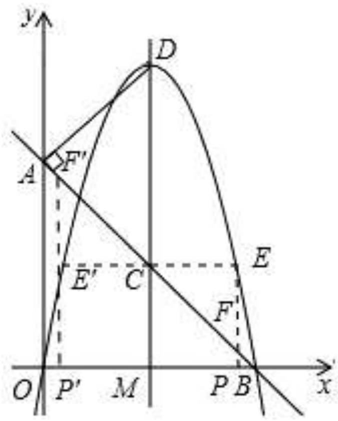
过C作CH⊥EF，CH=$\frac{1}{2}$EF，即EF=2CH=MP，

∴PE=PF+EF=BP+2MP=2-x+2(x-1)=x，即E(x，x).

将E点坐标代入抛物线，得x=-3x(x-2)，

解得x_1=0不符合题意，舍)，x_2=$\frac{5}{3}$，即P($\frac{5}{3}$，0)；

②如图，



当∠CEF=∠BPF=90°时，△CEF、△BPF为等腰直角三角形，PE=MC=1，∴E(x，1)，

将E点坐标代入函数解析式，得-3x(x-2)=1，解得x_1=$\frac{3-\sqrt{6}}{3}$，x_2=$\frac{3+\sqrt{6}}{3}$，

此时P($\frac{3-\sqrt{6}}{3}$，0)或($\frac{3+\sqrt{6}}{3}$，0)，

综上所述：P($\frac{5}{3}$，0)；($\frac{3-\sqrt{6}}{3}$，0)或($\frac{3+\sqrt{6}}{3}$，0).