

## 2018 年内蒙古通辽市中考真题数学

一、选择题(本题包括 10 个小题每小题 3 分共 30 分，每小题只有一个正确选项，请在答题卡上将代表正确答案的字母用 2B 铅笔涂黑)

1.  $\frac{1}{2018}$  的倒数是( )

A. 2018

B. -2018

C.  $-\frac{1}{2018}$

D.  $\frac{1}{2018}$

解析：根据倒数的定义得： $\frac{1}{2018} \times 2018 = 1$ ，

因此倒数是 2018.

答案：A

2. 剪纸是我国传统的民间艺术，下列剪纸作品中既不是轴对称图形，也不是中心对称图形的是( )



A.



B.



C.



D.

解析：根据轴对称图形和中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

A、不是中心对称图形，是轴对称图形，故本选项错误；

B、不是中心对称图形，是轴对称图形，故本选项错误；

C、既不是中心对称图形，也不是轴对称图形，故本选项正确；

D、是中心对称图形，不是轴对称图形，故本选项错误。

答案：C

3. 下列说法错误的是( )

A. 通过平移或旋转得到的图形与原图形全等

B. “对顶角相等”的逆命题是真命题

C. 圆内接正六边形的边长等于半径

D. “经过有交通信号灯的路口，遇到红灯”是随机事件

解析：根据平移、旋转的性质、对顶角的性质、圆内接多边形的性质、随机事件的概念判断即可。

通过平移或旋转得到的图形与原图形全等，A 正确，不符合题意；

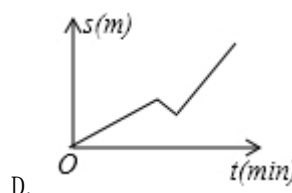
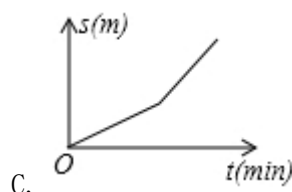
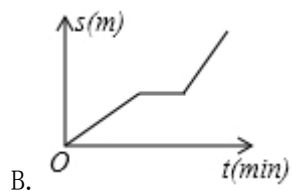
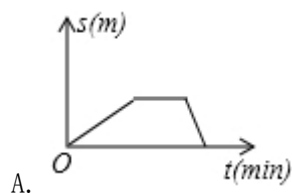
“对顶角相等”的逆命题是相等的角是对顶角，是假命题，B 错误，符合题意；

圆内接正六边形的边长等于半径，C 正确，不符合题意；

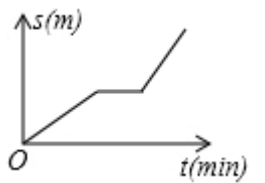
“经过有交通信号灯的路口，遇到红灯”是随机事件，D 正确，不符合题意。

答案：B

4. 小刚从家去学校，先匀速步行到车站，等了几分钟后坐上了公交车，公交车匀速行驶一段时间后到达学校，小刚从家到学校行驶路程  $s$  (单位：m) 与时间  $r$  (单位：min) 之间函数关系的大致图象是( )



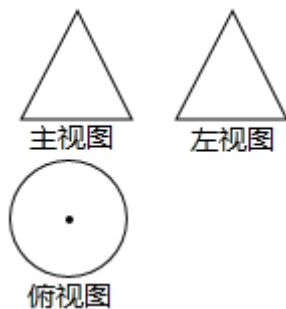
解析：根据题意得：小刚从家到学校行驶路程  $s$  (单位：m) 与时间  $r$  (单位：min) 之间函数关



系的大致图象是

答案：B

5. 如图，一个几何体的主视图和左视图都是边长为6的等边三角形，俯视图是直径为6的圆，则此几何体的全面积是（ ）



A.  $18\pi$

B.  $24\pi$

C.  $27\pi$

D.  $42\pi$

解析：依据题意可得这个几何体为圆锥，其全面积=侧面积+底面积.

圆锥的全面积为  $\pi \times 3^2 + \pi \times 3 \times 6 = 27\pi$  ( $\text{cm}^2$ ).

答案：C

6. 学校为创建“书香校园”购买了一批图书. 已知购买科普类图书花费 10000 元，购买文学类图书花费 9000 元，其中科普类图书平均每本的价格比文学类图书平均每本的价格贵 5 元，且购买科普书的数量比购买文学书的数量少 100 本. 求科普类图书平均每本的价格是多少元？若设科普类图书平均每本的价格是  $x$  元，则可列方程为（ ）

A.  $\frac{10000}{x} - \frac{9000}{x-5} = 100$

B.  $\frac{9000}{x-5} - \frac{10000}{x} = 100$

C.  $\frac{10000}{x-5} - \frac{9000}{x} = 100$

D.  $\frac{9000}{x} - \frac{10000}{x-5} = 100$

解析：设科普类图书平均每本的价格是  $x$  元，根据购买科普书的数量比购买文学书的数量少

100 本可列方程为： $\frac{9000}{x-5} - \frac{10000}{x} = 100$ .

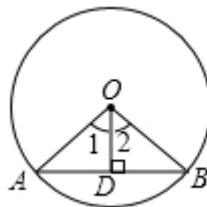
答案：B

7. 已知  $\odot O$  的半径为 10，圆心  $O$  到弦  $AB$  的距离为 5，则弦  $AB$  所对的圆周角的度数是（ ）

A.  $30^\circ$

- B.  $60^\circ$   
 C.  $30^\circ$  或  $150^\circ$   
 D.  $60^\circ$  或  $120^\circ$

解析：由图可知，



$OA=10$ ,  $OD=5$ ,  
 在  $Rt\triangle OAD$  中，

$$\because OA=10, OD=5, AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3},$$

$$\therefore \tan \angle 1 = \frac{AD}{OD} = \sqrt{3}, \angle 1 = 60^\circ,$$

同理可得  $\angle 2 = 60^\circ$ ,

$$\therefore \angle AOB = \angle 1 + \angle 2 = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ,$$

$\therefore$  圆周角的度数是  $60^\circ$  或  $120^\circ$ .

答案：D

8. 一商店以每件 150 元的价格卖出两件不同的商品，其中一件盈利 25%，另一件亏损 25%，则商店卖这两件商品总的盈亏情况是（ ）
- A. 亏损 20 元  
 B. 盈利 30 元  
 C. 亏损 50 元  
 D. 不盈不亏

解析：设盈利的商品的进价为  $x$  元，亏损的商品的进价为  $y$  元，

根据题意得： $150-x=25\%x$ ， $150-y=-25\%y$ ，

解得： $x=120$ ， $y=200$ ，

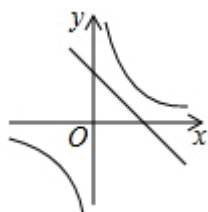
$$\therefore 150+150-120-200=-20(\text{元})$$

答：商店卖这两件商品总的盈亏情况是亏损 20 元。

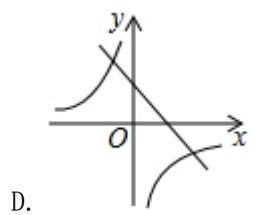
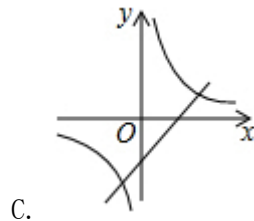
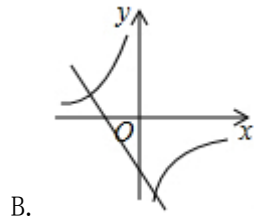
答案：A

9. 已知抛物线  $y=x^2+2x+k+1$  与  $x$  轴有两个不同的交点，则一次函数  $y=kx-k$  与反比例函数

$y = \frac{k}{x}$  在同一坐标系内的大致图象是（ ）



A.



解析：∵ 抛物线  $y=x^2+2x+k+1$  与  $x$  轴有两个不同的交点，

$$\therefore \Delta=4-4(k+1) > 0,$$

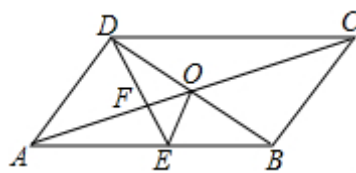
解得  $k < 0$ ，

∴ 一次函数  $y=kx-k$  的图象经过第一二四象限，

反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象在第二四象限。

答案：D

10. 如图， $\square ABCD$  的对角线  $AC$ 、 $BD$  交于点  $O$ ， $DE$  平分  $\angle ADC$  交  $AB$  于点  $E$ ， $\angle BCD=60^\circ$ ， $AD=\frac{1}{2}AB$ ，连接  $OE$ 。下列结论：①  $S_{\square ABCD}=AD \cdot BD$ ；②  $DB$  平分  $\angle CDE$ ；③  $AO=DE$ ；④  $S_{\triangle ADE}=5S_{\triangle OFE}$ ，其中正确的个数有（ ）



- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

解析：∵  $\angle BAD=\angle BCD=60^\circ$ ， $\angle ADC=120^\circ$ ， $DE$  平分  $\angle ADC$ ，

$$\therefore \angle ADE=\angle DAE=60^\circ = \angle AED,$$

∴  $\triangle ADE$  是等边三角形，

$$\therefore AD=AE=\frac{1}{2}AB,$$

$\therefore E$  是  $AB$  的中点,  
 $\therefore DE=BE$ ,  
 $\therefore \angle BDE = \frac{1}{2} \angle AED = 30^\circ$ ,  
 $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ , 即  $AD \perp BD$ ,  
 $\therefore S_{\triangle ABCD} = AD \cdot BD$ , 故①正确;  
 $\because \angle CDE = 60^\circ$ ,  $\angle BDE = 30^\circ$ ,  
 $\therefore \angle CDB = \angle BDE$ ,  
 $\therefore DB$  平分  $\angle CDE$ , 故②正确;  
 $\because$  在  $\text{Rt}\triangle AOD$  中,  $AO > AD$ ,  
 $\therefore AO > DE$ , 故③错误;  
 $\because O$  是  $BD$  的中点,  $E$  是  $AB$  的中点,  
 $\therefore OE$  是  $\triangle ABD$  的中位线,  
 $\therefore OE \parallel AD$ ,  $OE = \frac{1}{2} AD$ ,  
 $\therefore \triangle OEF \sim \triangle ADF$ ,  
 $\therefore S_{\triangle ADF} = 4S_{\triangle OEF}$ , 且  $AF = 2OF$ ,  
 $\therefore S_{\triangle AEF} = 2S_{\triangle OEF}$ ,  
 $\therefore S_{\triangle ADE} = 6S_{\triangle OFE}$ , 故④错误.

答案: B

二、填空题(本题包括 7 个小题, 每小题 3 分, 共 21 分, 将答案直接填在答题卡对应题的横线上)

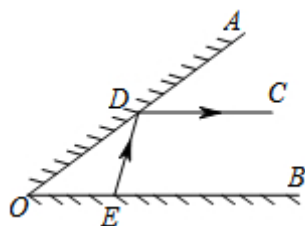
11. 2018 年 5 月 13 日, 我国第一艘国产航母出海试航, 这标志着我国从此进入“双航母”时代, 据估测该航母的满载排水量与辽宁舰相当, 约 67500 吨, 将 67500 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

解析: 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数. 确定  $n$  的值时, 要看把原数变成  $a$  时, 小数点移动了多少位,  $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时,  $n$  是正数; 当原数的绝对值  $< 1$  时,  $n$  是负数.

将 67500 用科学记数法表示为:  $6.75 \times 10^4$ .

答案:  $6.75 \times 10^4$

12. 如图,  $\angle AOB$  的一边  $OA$  为平面镜,  $\angle AOB = 37^\circ 45'$ , 在  $OB$  边上有一点  $E$ , 从点  $E$  射出一束光线经平面镜反射后, 反射光线  $DC$  恰好与  $OB$  平行, 则  $\angle DEB$  的度数是\_\_\_\_\_.



解析:  $\because CD \parallel OB$ ,

$\therefore \angle ADC = \angle AOB,$   
 $\therefore \angle EDO = \angle CDA,$   
 $\therefore \angle EDO = \angle AOB = 37^\circ 45',$   
 $\therefore \angle DEB = \angle AOB + \angle EDO = 2 \times 37^\circ 45' = 75^\circ 30' \text{ (或 } 75.5^\circ \text{)}.$   
 答案:  $75^\circ 30'$  (或  $75.5^\circ$ )

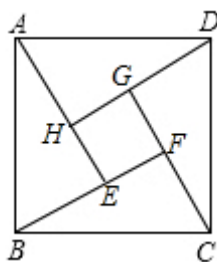
13. 一组数据 2, x, 1, 3, 5, 4, 若这组数据的中位数是 3, 则这组数据的方差是\_\_\_\_\_.

解析:  $\therefore$  按从小到大的顺序排列为 1, 2, 3, x, 4, 5, 若这组数据的中位数为 3,  
 $\therefore x=3,$   
 $\therefore$  这组数据的平均数是  $(1+2+3+3+4+5) \div 6=3,$

$\therefore$  这组数据的方差是:  $\frac{1}{6} [(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2] = \frac{5}{3}.$

答案:  $\frac{5}{3}$

14. 如图, 这个图案是 3 世纪我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的, 人们称它为“赵爽弦图”. 已知  $AE=3, BE=2,$  若向正方形 ABCD 内随意投掷飞镖 (每次均落在正方形 ABCD 内, 且落在正方形 ABCD 内任何一点的机会均等), 则恰好落在正方形 EFGH 内的概率为\_\_\_\_\_.



解析: 根据题意,  $AB^2 = AE^2 + BE^2 = 13,$

$\therefore S_{\text{正方形 } ABCD} = 13,$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF,$

$\therefore AE = BF = 3, \therefore BE = 2,$

$\therefore EF = 1,$

$\therefore S_{\text{正方形 } EFGH} = 1,$

故飞镖扎在小正方形内的概率为  $\frac{1}{13}.$

答案:  $\frac{1}{13}$

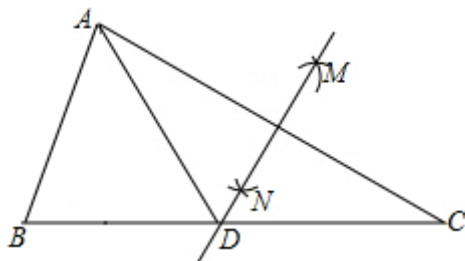
15. 为增强学生身体素质, 提高学生足球运动竞技水平, 我市开展“市长杯”足球比赛, 赛制为单循环形式 (每两队之间赛一场). 现计划安排 21 场比赛, 应邀请多少个球队参赛? 设邀请 x 个球队参赛, 根据题意, 可列方程为\_\_\_\_\_.

解析: 设有 x 个队, 每个队都要赛 (x-1) 场, 但两队之间只有一场比赛, 由题意得:

$\frac{1}{2} x(x-1) = 21.$

答案:  $\frac{1}{2} x(x-1) = 21$

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，按以下步骤作图：①分别以点A和点C为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧，两弧相交于M、N两点；②作直线MN交BC于点D，连接AD. 若 $AB=BD$ ， $AB=6$ ， $\angle C=30^\circ$ ，则 $\triangle ACD$ 的面积为\_\_\_\_\_.



解析：由作图可知，MN垂直平分线段AC，

$$\therefore DA=DC,$$

$$\therefore \angle C = \angle DAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle C + \angle DAC = 60^\circ,$$

$$\therefore AB=AD,$$

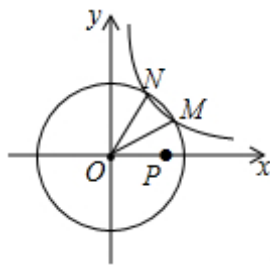
$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形，

$$\therefore BD=AD=DC,$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ABD} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}.$$

答案： $9\sqrt{3}$

17. 如图，在平面直角坐标系中，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$  ( $k > 0$ )的图象与半径为5的 $\odot O$ 交于M、N两点， $\triangle MON$ 的面积为3.5，若动点P在x轴上，则PM+PN的最小值是\_\_\_\_\_.



解析：设点M(a, b)，N(c, d)，

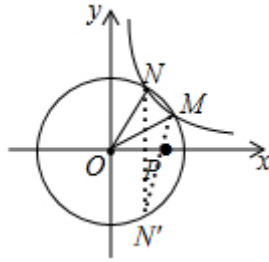
$$\therefore ab=k, cd=k,$$

$\therefore$ 点M, N在 $\odot O$ 上，

$$\therefore a^2+b^2=c^2+d^2=25,$$

作出点N关于x轴的对称点N' (c, -d)，连接MN'，





$$\therefore S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2}k + \frac{1}{2}(b+d)(a-c) - k = 3.5,$$

$$\therefore bc - ad = k + 7,$$

$$\therefore \frac{kc}{a} - \frac{ka}{c} = k + 7,$$

$$\therefore ac = \frac{k(c^2 - a^2)}{k + 7},$$

$$\text{同理: } bd = \frac{k(b^2 - d^2)}{k + 7},$$

$$\therefore ac - bd = \frac{k(c^2 - a^2)}{k + 7} - \frac{k(b^2 - d^2)}{k + 7} = \frac{k}{k + 7} [(c^2 + d^2) - (a^2 + b^2)] = 0,$$

$$\therefore M(a, b), N'(c, -d),$$

$$\therefore MN'^2 = (a-c)^2 + (b+d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2ac + 2bd = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2(ac - bd) = 50,$$

$$\therefore MN' = 5\sqrt{2}.$$

答案:  $5\sqrt{2}$

三、解答题(本题包括 9 个小题共 69 分, 每小题分值均在各题号后面标出, 请在答题卡上写出各题解答的文字说明、证明过程或计算步骤)

$$18. \text{ 计算: } -\left|4 - \sqrt{12}\right| - (\pi - 3.14)^0 + (1 - \cos 30^\circ) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}.$$

解析: 直接利用绝对值的性质以及零指数幂的性质和特殊角的三角函数值以及负指数幂的性质分别化简得出答案.

$$\text{答案: 原式} = -(4 - 2\sqrt{3}) - 1 + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times 4 = -4 + 2\sqrt{3} - 1 + 4 - 2\sqrt{3} = -1.$$

$$19. \text{ 先化简 } \left(1 - \frac{3}{x+2}\right) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4}, \text{ 然后从不等式 } 2x - 6 < 0 \text{ 的非负整数解中选取一个合适}$$

的解代入求值.

解析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，求出  $x$  的值，代入计算即可求出值。

$$\text{答案：原式} = \frac{x+2-3}{x+2} \div \frac{(x-1)^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{(x-1)^2} = \frac{x-2}{x-1},$$

由不等式  $2x-6 < 0$ ，得到  $x < 3$ ，

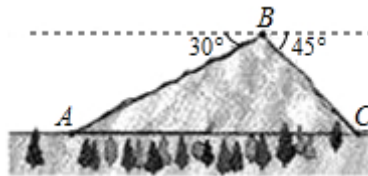
$\therefore$  不等式  $2x-6 < 0$  的非负整数解为  $x=0, 1, 2$ ，

$\because x+2 \neq 0, x-2 \neq 0, x-1 \neq 0$ ，

$\therefore x \neq -2, x \neq 2, x \neq 1$ ，即  $x=0$ ，

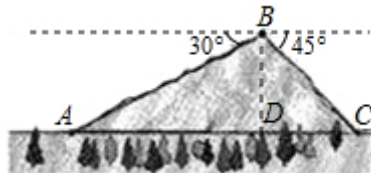
$$\text{当 } x=0 \text{ 时，原式} = \frac{0-2}{0-1} = 2.$$

20. 我市 304 国道通辽至霍林郭勒段在修建过程中经过一座山峰，如图所示，其中山脚 A、C 两地海拔高度约为 1000 米，山顶 B 处的海拔高度约为 1400 米，由 B 处望山脚 A 处的俯角为  $30^\circ$ ，由 B 处望山脚 C 处的俯角为  $45^\circ$ ，若在 A、C 两地间打通一隧道，求隧道最短为多少米(结果取整数，参考数据  $\sqrt{3} \approx 1.732$ )



解析：作  $BD \perp AC$  于 D，利用直角三角形的性质和三角函数解答即可。

答案：如图，作  $BD \perp AC$  于 D，



由题意可得： $BD=1400-1000=400$ (米)，

$\angle BAC=30^\circ$ ， $\angle BCA=45^\circ$ ，

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中，

$$\because \tan 30^\circ = \frac{BD}{AD}, \text{ 即 } \frac{400}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AD=400\sqrt{3} \text{ (米)},$$

在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中，

$$\because \tan 45^\circ = \frac{BD}{CD}, \text{ 即 } \frac{400}{CD} = 1,$$

$$\therefore CD=400 \text{ (米)},$$

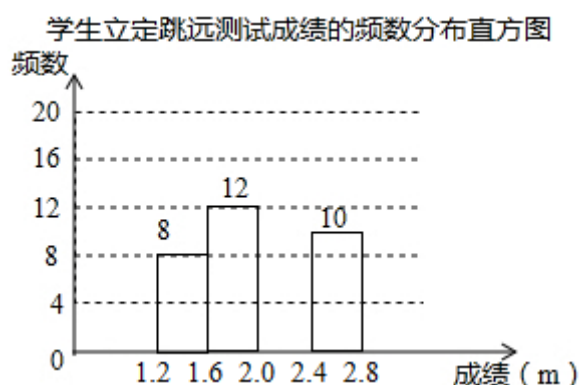
$$\therefore AC=AD+CD=400\sqrt{3}+400 \approx 1092.8 \approx 1093 \text{ (米)},$$

答：隧道最短为 1093 米。

21. 为了解某校九年级学生立定跳远水平, 随机抽取该年级 50 名学生进行测试, 并把测试成绩(单位: m)绘制成不完整的频数分布表和频数分布直方图.

学生立定跳远测试成绩的频数分布表

分组	频数
$1.2 \leq x < 1.6$	a
$1.6 \leq x < 2.0$	12
$2.0 \leq x < 2.4$	b
$2.4 \leq x < 2.8$	10



请根据图表中所提供的信息, 完成下列问题:

(1) 表中  $a = \underline{\quad}$ ,  $b = \underline{\quad}$ , 样本成绩的中位数落在  $\underline{\quad}$  范围内.

解析: (1) 根据题意和统计图可以求得  $a$ 、 $b$  的值, 并得到样本成绩的中位数所在的取值范围.

答案: (1) 由统计图可得,

$$a=8, b=50-8-12-10=20,$$

样本成绩的中位数落在:  $2.0 \leq x < 2.4$  范围内.

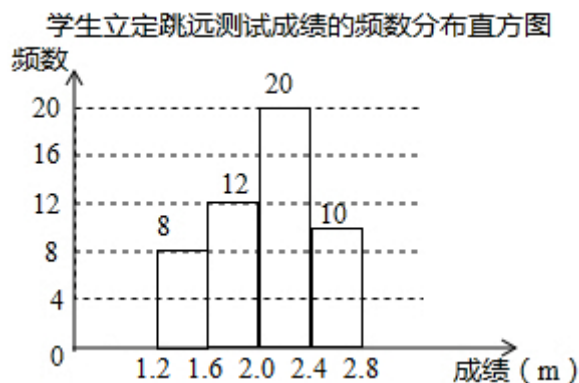
故答案为: 8; 20;  $2.0 \leq x < 2.4$ .

(2) 请把频数分布直方图补充完整.

解析: (2) 根据  $b$  的值可以将频数分布直方图补充完整.

答案: (2) 由(1)知,  $b=20$ .

补全的频数分布直方图如右图所示:



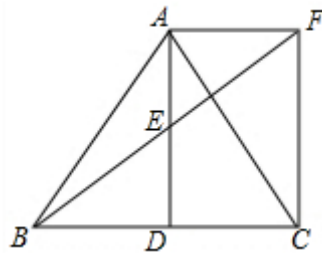
(3) 该校九年级共有 1000 名学生, 估计该年级学生立定跳远成绩在  $2.4 \leq x < 2.8$  范围内的学生有多少人?

解析: (3) 根据统计图中的数据可以求得该年级学生立定跳远成绩在  $2.4 \leq x < 2.8$  范围内的学生有多少人.

答案: (3)  $1000 \times \frac{10}{50} = 200$  (人),

答: 该年级学生立定跳远成绩在  $2.4 \leq x < 2.8$  范围内的学生有 200 人.

22. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $BC$  边上一点,  $E$  是  $AD$  的中点, 过点  $A$  作  $BC$  的平行线交  $BE$  的延长线于  $F$ , 且  $AF=CD$ , 连接  $CF$ .



(1) 求证:  $\triangle AEF \cong \triangle DEB$ .

解析: (1) 由  $AF \parallel BC$  得  $\angle AFE = \angle EBD$ , 继而结合  $\angle EAF = \angle EDB$ 、 $AE = DE$  即可判定全等.

答案: (1) 证明:  $\because E$  是  $AD$  的中点,

$\therefore AE = DE$ ,

$\because AF \parallel BC$ ,

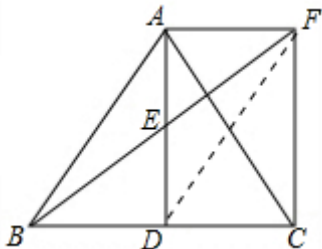
$\therefore \angle AFE = \angle DBE$ ,  $\angle EAF = \angle EDB$ ,

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DEB$  (AAS).

(2) 若  $AB = AC$ , 试判断四边形  $ADCF$  的形状, 并证明你的结论.

解析: (2) 根据  $AB = AC$ , 且  $AD$  是  $BC$  边上的中线可得  $\angle ADC = 90^\circ$ , 由四边形  $ADCF$  是矩形可得答案.

答案: (2) 连接  $DF$ ,



$\because AF \parallel CD$ ,  $AF = CD$ ,

$\therefore$  四边形  $ADCF$  是平行四边形,

$\because \triangle AEF \cong \triangle DEB$ ,

$\therefore BE = FE$ ,

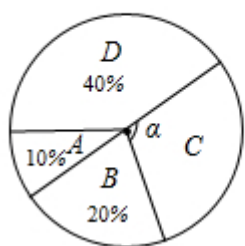
$\because AE = DE$ ,

$\therefore$  四边形  $ABDF$  是平行四边形,

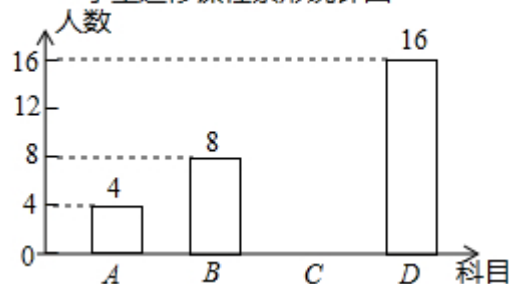
$\therefore DF=AB$ ,  
 $\because AB=AC$ ,  
 $\therefore DF=AC$ ,  
 $\therefore$  四边形 ADCF 是矩形.

23. 为提升学生的艺术素养, 学校计划开设四门艺术选修课: A. 书法; B. 绘画; C. 乐器; D. 舞蹈. 为了解学生对四门功课的喜欢情况, 在全校范围内随机抽取若干名学生进行问卷调查 (每个被调查的学生必须选择而且只能选择其中一门). 将数据进行整理, 并绘制成如下两幅不完整的统计图, 请结合图中所给信息解答下列问题:

学生选修课程扇形统计图



学生选修课程条形统计图



(1) 本次调查的学生共有多少人? 扇形统计图中  $\angle\alpha$  的度数是多少?

解析: (1) 用 A 科目人数除以其对应的百分比可得总人数, 用  $360^\circ$  乘以 C 对应的百分比可得  $\angle\alpha$  的度数.

答案: (1) 本次调查的学生总人数为  $4 \div 10\% = 40$  (人),  $\angle\alpha = 360^\circ \times (1 - 10\% - 20\% - 40\%) = 108^\circ$ ,

答: 本次调查的学生共有 40 人, 扇形统计图中  $\angle\alpha$  的度数是  $108^\circ$ .

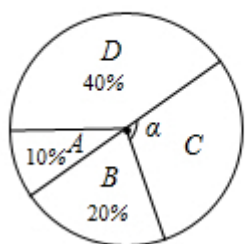
(2) 请把条形统计图补充完整.

解析: (2) 用总人数乘以 C 科目的百分比即可得出其人数, 从而补全图形.

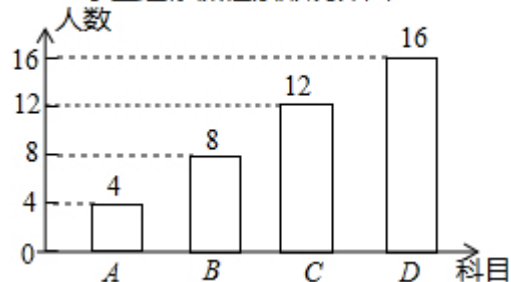
答案: (2) C 科目人数为  $40 \times (1 - 10\% - 20\% - 40\%) = 12$  (人).

补全图形如下:

学生选修课程扇形统计图



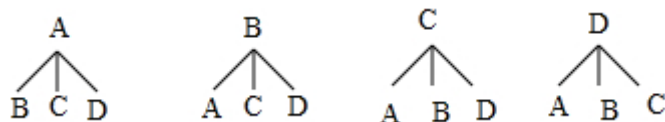
学生选修课程条形统计图



(3) 学校为举办 2018 年度校园文化艺术节, 决定从 A. 书法; B. 绘画; C. 乐器; D. 舞蹈四项艺术形式中选择其中两项组成一个新的节目形式, 请用列表法或树状图求出选中书法与乐器组合在一起的概率.

解析: (3) 画树状图展示所有 12 种等可能的结果数, 再找出恰好是“书法”“乐器”的结果数, 然后根据概率公式求解.

答案: (3) 画树状图为:



共有 12 种等可能的结果数，其中恰好是书法与乐器组合在一起的结果数为 2，

所以书法与乐器组合在一起的概率为  $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 。

24. 某网店销售甲、乙两种羽毛球，已知甲种羽毛球每筒的售价比乙种羽毛球多 15 元，王老师从该网店购买了 2 筒甲种羽毛球和 3 筒乙种羽毛球，共花费 255 元。

(1) 该网店甲、乙两种羽毛球每筒的售价各是多少元？

解析：(1) 设甲种羽毛球每筒的售价为  $x$  元，乙种羽毛球每筒的售价为  $y$  元，由条件可列方程组，则可求得答案。

答案：(1) 设甲种羽毛球每筒的售价为  $x$  元，乙种羽毛球每筒的售价为  $y$  元，

$$\text{根据题意可得} \begin{cases} x - y = 15 \\ 2x + 3y = 255 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 60 \\ y = 45 \end{cases},$$

答：该网店甲种羽毛球每筒的售价为 60 元，乙种羽毛球每筒的售价为 45 元。

(2) 根据消费者需求，该网店决定用不超过 8780 元购进甲、乙两种羽毛球共 200 筒，且甲种羽毛球的数量大于乙种羽毛球数量的  $\frac{3}{5}$ ，已知甲种羽毛球每筒的进价为 50 元，乙种羽毛球每筒的进价为 40 元。

① 若设购进甲种羽毛球  $m$  筒，则该网店有哪几种进货方案？

② 若所购进羽毛球均可全部售出，请求出网店所获利润  $W$  (元) 与甲种羽毛球进货量  $m$  (筒) 之间的函数关系式，并说明当  $m$  为何值时所获利润最大？最大利润是多少？

解析：(2) ① 设购进甲种羽毛球  $m$  筒，则乙种羽毛球为  $(200-m)$  筒，由条件可得到关于  $m$  的不等式组，则可求得  $m$  的取值范围，且  $m$  为整数，则可求得  $m$  的值，即可求得进货方案；② 用  $m$  可表示出  $W$ ，可得到关于  $m$  的一次函数，利用一次函数的性质可求得答案。

答案：(2) ① 若购进甲种羽毛球  $m$  筒，则乙种羽毛球为  $(200-m)$  筒，

$$\text{根据题意可得} \begin{cases} 50m + 40(200 - m) \leq 8780 \\ m > \frac{3}{5}(200 - m) \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} m \leq 78 \\ m > 75 \end{cases}, \text{即 } 75 < m \leq 78,$$

$\because m$  为整数，

$\therefore m$  的值为 76、77、78，

$\therefore$  进货方案有 3 种，分别为：

方案一，购进甲种羽毛球 76 筒，乙种羽毛球为 124 筒；

方案二，购进甲种羽毛球 77 筒，乙种羽毛球为 123 筒；

方案一，购进甲种羽毛球 78 筒，乙种羽毛球为 122 筒。

② 根据题意可得  $W = (60-50)m + (45-40)(200-m) = 5m + 1000$ ，

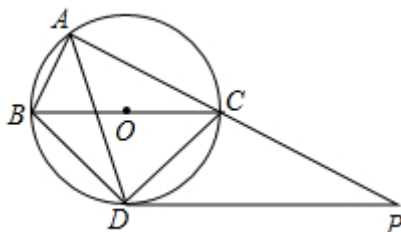
$\because 5 > 0$ ，

$\therefore W$  随  $m$  的增大而增大，且  $75 < m \leq 78$ ，

∴当  $m=78$  时,  $W$  最大,  $W$  最大值为 1390,

答: 当  $m=78$  时, 所获利润最大, 最大利润为 1390 元.

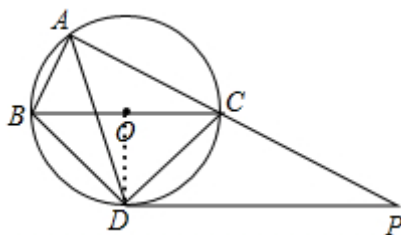
25. 如图,  $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆, 点  $O$  在  $BC$  边上,  $\angle BAC$  的平分线交  $\odot O$  于点  $D$ , 连接  $BD$ 、 $CD$ , 过点  $D$  作  $BC$  的平行线与  $AC$  的延长线相交于点  $P$ .



(1) 求证:  $PD$  是  $\odot O$  的切线.

解析: (1) 先判断出  $\angle BAC=2\angle BAD$ , 进而判断出  $\angle BOD=\angle BAC=90^\circ$ , 得出  $PD \perp OD$  即可得出结论.

答案: (1) 如图, 连接  $OD$ ,



∵  $BC$  是  $\odot O$  的直径,  
 ∴  $\angle BAC=90^\circ$ ,  
 ∵  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  
 ∴  $\angle BAC=2\angle BAD$ ,  
 ∵  $\angle BOD=2\angle BAD$ ,  
 ∴  $\angle BOD=\angle BAC=90^\circ$ ,  
 ∵  $DP \parallel BC$ ,  
 ∴  $\angle ODP=\angle BOD=90^\circ$ ,  
 ∴  $PD \perp OD$ ,  
 ∵  $OD$  是  $\odot O$  半径,  
 ∴  $PD$  是  $\odot O$  的切线.

(2) 求证:  $\triangle ABD \sim \triangle DCP$ .

解析: (2) 先判断出  $\angle ADB=\angle P$ , 再判断出  $\angle DCP=\angle ABD$ , 即可得出结论.

答案: (2) ∵  $PD \parallel BC$ ,

∴  $\angle ACB=\angle P$ ,  
 ∵  $\angle ACB=\angle ADB$ ,  
 ∴  $\angle ADB=\angle P$ ,  
 ∵  $\angle ABD+\angle ACD=180^\circ$ ,  $\angle ACD+\angle DCP=180^\circ$ ,  
 ∴  $\angle DCP=\angle ABD$ ,

∴  $\triangle ABD \sim \triangle DCP$ .

(3) 当  $AB=5\text{cm}$ ,  $AC=12\text{cm}$  时, 求线段  $PC$  的长.

解析: (3) 先求出  $BC$ , 再判断出  $BD=CD$ , 利用勾股定理求出  $BC=BD=\frac{13\sqrt{2}}{2}$ , 最后用  $\triangle ABD \sim$

$\triangle DCP$  得出比例式求解即可得出结论.

答案: (3) ∵  $BC$  是  $\odot O$  的直径,

∴  $\angle BDC = \angle BAC = 90^\circ$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 13\text{cm}$ ,

∵  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,

∴  $\angle BAD = \angle CAD$ ,

∴  $\angle BOD = \angle COD$ ,

∴  $BD = CD$ ,

在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $BD^2 + CD^2 = BC^2$ ,

$$\therefore BC = CD = \frac{\sqrt{2}}{2} BC = \frac{13\sqrt{2}}{2},$$

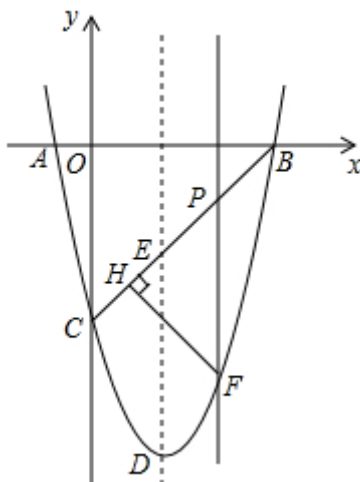
∵  $\triangle ABD \sim \triangle DCP$ ,

$$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{BD}{CP},$$

$$\therefore \frac{5}{\frac{13\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{13\sqrt{2}}{2}}{CP},$$

∴  $CP = 16.9\text{cm}$ .

26. 如图, 抛物线  $y = ax^2 + bx - 5$  与坐标轴交于  $A(-1, 0)$ ,  $B(5, 0)$ ,  $C(0, -5)$  三点, 顶点为  $D$ .



(1) 请直接写出抛物线的解析式及顶点  $D$  的坐标.



解析：(1)应用待定系数法.

答案：(1)把A(-1, 0), B(5, 0)代入抛物线  $y=ax^2+bx-5$  得:

$$\begin{cases} 0 = a - b - 5 \\ 0 = 25a + 5b - 5 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases},$$

$$\therefore y = x^2 - 4x - 5 = (x-2)^2 - 9,$$

$\therefore$ 顶点坐标为D(2, -9).

(2)连接BC与抛物线的对称轴交于点E, 点P为线段BC上的一个动点(点P不与B、C两点重合), 过点P作PF//DE交抛物线于点F, 设点P的横坐标为m.

①是否存在点P, 使四边形PEDF为平行四边形? 若存在, 求出点P的坐标; 若不存在, 说明理由.

②过点F作FH⊥BC于点H, 求△PFH周长的最大值.

解析：(2)①求出直线BC解析式, 表示PF. 当PF=DE时, 平行四边形存在.

②利用△PFH∽△BCO, 应用相似三角形性质表示△PFH周长, 应用函数性质讨论最值.

答案：(2)①存在点P, 使四边形PEDF为平行四边形.

设直线BC的函数解析式为  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ),

把B(5, 0), C(0, -5)代入得:

$$\begin{cases} 5k + b = 0 \\ b = -5 \end{cases}, \text{解得:} \begin{cases} k = 1 \\ b = -5 \end{cases},$$

$\therefore$ BC解析式为  $y=x-5$ .

当  $x=m$  时,  $y=m-5$ ,

$\therefore P(m, m-5)$ ;

当  $x=2$  时,  $y=2-5=-3$ ,

$\therefore E(2, -3)$ ;

$\therefore PF \parallel DE \parallel y$  轴,

$\therefore$ 点F的横坐标为m,

当  $x=m$  时,  $y=m^2-4m-5$ ,

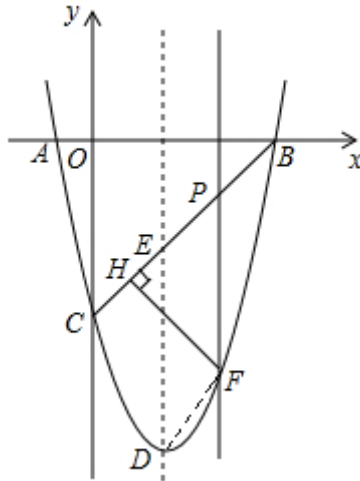
$\therefore F(m, m^2-4m-5)$ ;

$\therefore PF = (m-5) - (m^2-4m-5) = -m^2+5m$ ,

$\therefore E(2, -3), D(2, -9)$ ,

$\therefore DE = -3 - (-9) = 6$ ,

如图, 连接DF,



$\because PF \parallel DE$ ,  
 $\therefore$ 当  $PF=DE$  时, 四边形  $PEDF$  为平行四边形,  
 即  $-m^2+5m=6$ ,  
 解得  $m_1=3$ ,  $m_2=2$ (舍去),  
 当  $m=3$  时,  $y=3-5=2$ ,  
 此时  $P(3, -2)$ ,  
 $\therefore$ 存在点  $P(3, -2)$  使四边形  $PEDF$  为平行四边形.

②在  $Rt\triangle BOC$  中,  $OB=OC=5$ ,

$$\therefore BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = 5\sqrt{2},$$

$$\therefore \triangle BOC \text{ 的周长 } C_{\triangle BOC} = OB+OC+BC = 10+5\sqrt{2},$$

$\because PF \parallel DE \parallel y$  轴,

$\therefore \angle FPE = \angle DEC = \angle OCB$ ,

$\because FH \perp BC$ ,

$\therefore \angle FHP = \angle BOC = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle PFH \sim \triangle BCO$ ,

$$\therefore \frac{C_{\triangle PFH}}{C_{\triangle BCO}} = \frac{PF}{BC},$$

$$\text{即 } \triangle PFH \text{ 的周长 } C_{\triangle PFH} = \frac{10+5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}(-m^2+5m) = (\sqrt{2}+1)(-m^2+5m),$$

$\because 0 < m < 5$ ,

$\therefore$  当  $m = -\frac{5}{2 \times (-1)} = \frac{5}{2}$  时,  $\triangle PFH$  周长的取最大值, 是

$$(\sqrt{2}+1) \times \left[ -\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 5 \times \frac{5}{2} \right] = \frac{25\sqrt{2}-25}{4}.$$