

2017年黑龙江省鸡西市中考真题数学(农垦、森工用)

一、填空题(每题3分,满分30分)

1. 在2017年的“双11”网上促销活动中,淘宝网的交易额突破了3200000000元,将数字3200000000用科学记数法表示_____.

解析:用科学记数法表示较大的数时,一般形式为 $a \times 10^n$,其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数,据此判断即可.

$$3200000000 = 3.2 \times 10^9.$$

答案: 3.2×10^9 .

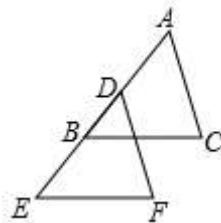
2. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 中,自变量 x 的取值范围是_____.

解析:根据二次根式的性质和分式的意义,被开方数大于等于0,分母不等于0可求出自变量 x 的取值范围.

根据题意得: $x-1 > 0$.

解得: $x > 1$.

3. 如图, $BC \parallel EF$, $AC \parallel DF$, 添加一个条件_____, 使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



解析:本题要判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,易证 $\angle A = \angle EDF$, $\angle ABC = \angle E$,故添加 $AB = DE$ 、 $BC = EF$ 或 $AC = DF$ 根据ASA、AAS即可解题.

$\because BC \parallel EF$,

$\therefore \angle ABC = \angle E$,

$\because AC \parallel DF$,

$\therefore \angle A = \angle EDF$,

\because 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle EDF \\ AB = DE \\ \angle ABC = \angle E \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$,

同理, $BC = EF$ 或 $AC = DF$ 也可证 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

答案: $AB = DE$ 或 $BC = EF$ 或 $AC = DF$ 或 $AD = BE$ (只需添加一个即可).

4. 在一个不透明的袋子中装有除颜色外完全相同的3个红球、3个黄球、2个绿球,任意摸出一球,摸到红球的概率是_____.

解析：根据随机事件 A 的概率 $P(A) = \text{事件 A 可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}$ ，用红球的个数除以总个数，求出恰好摸到红球的概率是多少即可。

∵ 袋子中共有 8 个球，其中红球有 3 个，

∴ 任意摸出一球，摸到红球的概率是 $\frac{3}{8}$ 。

答案： $\frac{3}{8}$ 。

5. 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ a - \frac{1}{3}x < 0 \end{cases}$ 的解集是 $x > -1$ ，则 a 的取值范围是_____。

解析：解不等式 $x+1 > 0$ ，得： $x > -1$ ，

解不等式 $a - \frac{1}{3}x < 0$ ，得： $x > 3a$ ，

∵ 不等式组的解集为 $x > -1$ ，

则 $3a \leq -1$ ，

∴ $a \leq -\frac{1}{3}$ 。

答案： $a \leq -\frac{1}{3}$ 。

6. 原价 100 元的某商品，连续两次降价后售价为 81 元，若每次降低的百分率相同，则降低的百分率为_____。

解析：设这两次的百分率是 x，根据题意列方程得

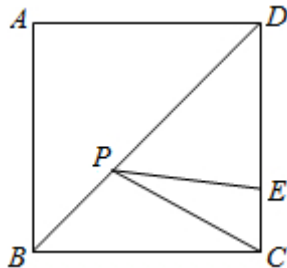
$$100 \times (1-x)^2 = 81,$$

解得 $x_1 = 0.1 = 10\%$ ， $x_2 = 1.9$ (不符合题意，舍去)。

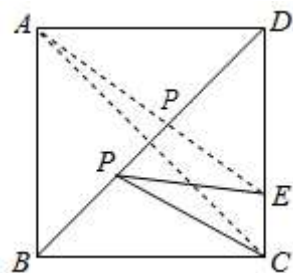
答：这两次的百分率是 10%。

答案： 10%。

7. 如图，边长为 4 的正方形 ABCD，点 P 是对角线 BD 上一动点，点 E 在边 CD 上， $EC = 1$ ，则 PC+PE 的最小值是_____。



解析：连接 AC、AE，



∵ 四边形 ABCD 是正方形，
 ∴ A、C 关于直线 BD 对称，
 ∴ AE 的长即为 PC+PE 的最小值，
 ∵ CD=4，CE=1，
 ∴ DE=3，
 在 Rt△ADE 中，

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

∴ PC+PE 的最小值为 5.

答案：5.

8. 圆锥底面半径为 3cm，母线长 $3\sqrt{2}$ cm 则圆锥的侧面积为 _____ cm^2 .

解析：根据题意可求出圆锥底面周长，然后利用扇形面积公式即可求出圆锥的侧面积.

圆锥的底面周长为： $2\pi \times 3 = 6\pi$ cm，

∴ 圆锥侧面展开图的弧长为： 6π cm，

∴ 圆锥的母线长 $3\sqrt{2}$ cm，

∴ 圆锥侧面展开图的半径为： $3\sqrt{2}$ cm，

∴ 圆锥侧面积为： $\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 6\pi = 9\sqrt{2}\pi$.

答案： $9\sqrt{2}\pi$.

9. △ABC 中，AB=12，AC= $\sqrt{39}$ ，∠B=30°，则△ABC 的面积是 _____.

解析：(1) 如图 1，作 AD⊥BC，垂足为点 D，

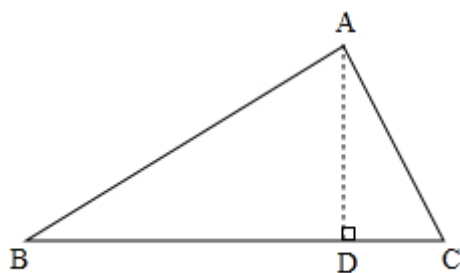


图 1

在 Rt△ABD 中，∵ AB=12、∠B=30°，

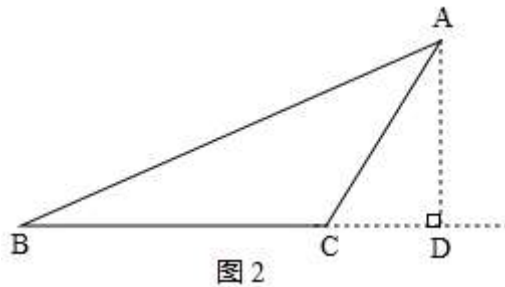
$$\therefore AD = \frac{1}{2} AB = 6, \quad BD = AB \cos B = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACD \text{ 中, } CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{(\sqrt{39})^2 - 6^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore BC = BD + CD = 6\sqrt{3} + \sqrt{3} = 7\sqrt{3},$$

$$\text{则 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 7\sqrt{3} \times 6 = 21\sqrt{3};$$

(2) 如图 2, 作 $AD \perp BC$, 交 BC 延长线于点 D ,



由①知, $AD=6$, $BD=6\sqrt{3}$, $CD=\sqrt{3}$,

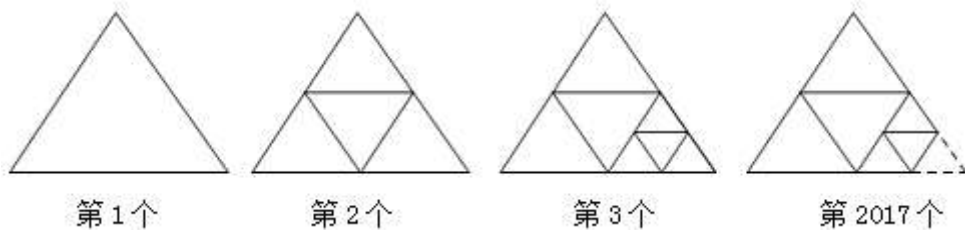
则 $BC=BD-CD=5\sqrt{3}$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 6 = 15\sqrt{3}.$$

综上所述, $\triangle ABC$ 的面积是 $21\sqrt{3}$ 或 $15\sqrt{3}$.

答案: $21\sqrt{3}$ 或 $15\sqrt{3}$.

10. 观察下列图形, 第一个图形中有一个三角形; 第二个图形中有 5 个三角形; 第三个图形中有 9 个三角形; \dots . 则第 2017 个图形中有 _____ 个三角形.



解析: 结合图形数出前三个图形中三角形的个数:

第 1 个图形中一共有 1 个三角形,

第 2 个图形中一共有 $1+4=5$ 个三角形,

第 3 个图形中一共有 $1+4+4=9$ 个三角形,

\dots

发现规律: 后一个图形中三角形的个数总比前一个三角形的个数多 4.

第 n 个图形中三角形的个数是 $1+4(n-1)=4n-3$,

当 $n=2017$ 时, $4n-3=8065$.

答案: 8065.

二、选择题(每题 3 分, 满分 30 分)

11. 下列各运算中, 计算正确的是()

A. $(x-2)^2=x^2-4$

B. $(3a^2)^3=9a^6$

C. $x^6 \div x^2=x^3$

D. $x^3 \cdot x^2=x^5$

解析: 根据整式的运算法则即可求出答案.

A、根据完全平方公式, 原式= x^2-4x+4 , 故 A 错误;

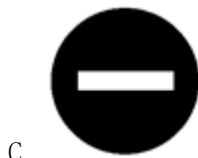
B、根据幂的乘方和积的乘方, 原式= $27a^6$, 故 B 错误;

C、根据同底数幂的除法, 原式= x^4 , 故 C 错误;

D、根据同底数幂的乘法, 原式= x^5 , 故 D 正确.

答案: D.

12. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是()



解析: 根据轴对称图形和中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

A、不是轴对称图形, 也不是中心对称图形, 故本选项错误;

B、不是轴对称图形, 也不是中心对称图形, 故本选项错误;

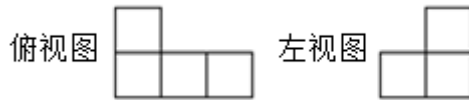
C、既是轴对称图形, 又是中心对称图形, 故本选项正确;

D、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误.

答案: C.

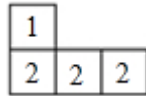
13. 几个相同的小正方体所搭成的几何体的俯视图如图所示, 构成该几何体的小正方体的个

数最多是()



- A. 5 个
- B. 7 个
- C. 8 个
- D. 9 个

解析：根据俯视图知几何体的底层有 4 个小正方形组成，而左视图是由 3 个小正方形组成，故这个几何体的后排最有 1 个小正方体，前排最多有 $2 \times 3 = 6$ 个小正方体，即可解答。由俯视图及左视图知，构成该几何体的小正方形体个数最多的情况如下：



构成该几何体的小正方体的个数最多 7 个。

答案：B.

14. 一组从小到大排列的数据：a, 3, 4, 4, 6(a 为正整数)，唯一的众数是 4，则该组数据的平均数是()

- A. 3.6
- B. 3.8
- C. 3.6 或 3.8
- D. 4.2

解析：根据众数的定义得出正整数 a 的值，再根据平均数的定义求解可得。

∵ 数据：a, 3, 4, 4, 6(a 为正整数)，唯一的众数是 4，

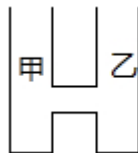
∴ a=1 或 2，

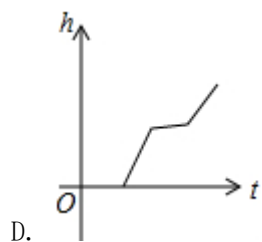
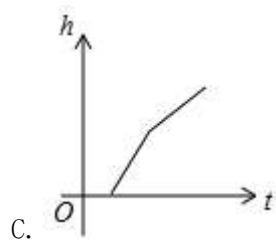
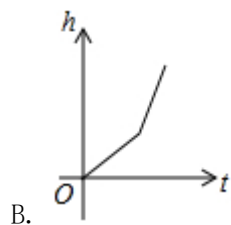
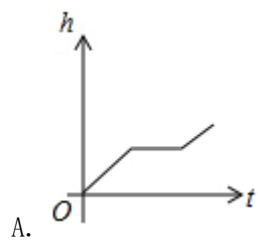
当 a=1 时，平均数为 $\frac{1+3+4+4+6}{5} = 3.6$ ；

当 a=2 时，平均数为 $\frac{2+3+4+4+6}{5} = 3.8$ 。

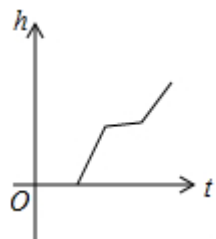
答案：C.

15. 如图，某工厂有甲、乙两个大小相同的蓄水池，且中间有管道连通，现要向甲池中注水，若单位时间内的注水量不变，那么从注水开始，乙水池水面上升的高度 h 与注水时间 t 之间的函数关系图象可能是()





解析：先注甲时水未达连接地方是，乙水池中的水面高度没变化；当甲池中水到达连接的地方，乙水池中水面上升比较快；当两水池水面不持平时，乙水池的水面持续增长较慢，最后



两池水面持平后继续快速上升，即
答案：D.

16. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2x-a}{x-2} = \frac{1}{2}$ 的解为非负数，则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \geq 1$
- B. $a > 1$
- C. $a \geq 1$ 且 $a \neq 4$
- D. $a > 1$ 且 $a \neq 4$

解析：去分母得： $2(2x-a) = x-2$,

解得： $x = \frac{2a-2}{3}$,

由题意得： $\frac{2a-2}{3} \geq 0$ 且 $\frac{2a-2}{3} \neq 2$,

解得： $a \geq 1$ 且 $a \neq 4$.

答案：C.

17. 在平行四边形 ABCD 中， $\angle A$ 的平分线把 BC 边分成长度是 3 和 4 的两部分，则平行四边形 ABCD 周长是()

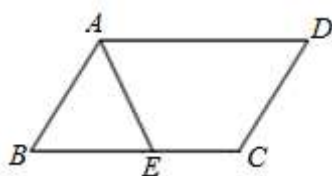
A. 22

B. 20

C. 22 或 20

D. 18

解析：在平行四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，则 $\angle DAE = \angle AEB$.



\because AE 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle BAE = \angle DAE$,

$\therefore \angle BAE = \angle BEA$,

$\therefore AB = BE$, $BC = BE + EC$,

①当 $BE = 3$, $EC = 4$ 时,

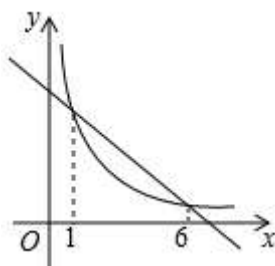
平行四边形 ABCD 的周长为： $2(AB + AD) = 2(3 + 3 + 4) = 20$.

②当 $BE = 4$, $EC = 3$ 时,

平行四边形 ABCD 的周长为： $2(AB + AD) = 2(4 + 4 + 3) = 22$.

答案：C.

18. 如图，是反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 和一次函数 $y_2 = mx + n$ 的图象，若 $y_1 < y_2$ ，则相应的 x 的取值范围是()



A. $1 < x < 6$

B. $x < 1$

C. $x < 6$

D. $x > 1$

解析：观察图象得到：当 $1 < x < 6$ 时，一次函数 y_2 的图象都在反比例函数 y_1 的图象的上方，即满足 $y_1 < y_2$.

答案：A.

19. 某企业决定投资不超过 20 万元建造 A、B 两种类型的温室大棚. 经测算, 投资 A 种类型的大棚 6 万元/个、B 种类型的大棚 7 万元/个, 那么建造方案有()

- A. 2 种
- B. 3 种
- C. 4 种
- D. 5 种

解析: 设建造 A 种类型的温室大棚 x 个, 建造 B 种类型的温室大棚 y 个, 根据题意可得:

$$6x+7y \leq 20,$$

当 $x=1, y=2$ 符合题意;

当 $x=2, y=1$ 符合题意;

当 $x=3, y=0$ 符合题意;

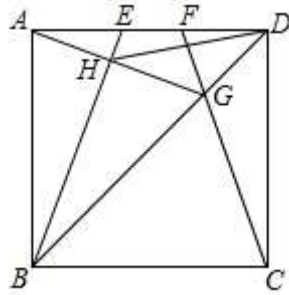
故建造方案有 3 种.

答案: B.

20. 如图, 在边长为 4 的正方形 ABCD 中, E、F 是 AD 边上的两个动点, 且 $AE=FD$, 连接 BE、CF、BD, CF 与 BD 交于点 G, 连接 AG 交 BE 于点 H, 连接 DH, 下列结论正确的个数是()

① $\triangle ABG \sim \triangle FDG$; ② HD 平分 $\angle EHG$; ③ $AG \perp BE$; ④ $S_{\triangle HDG} : S_{\triangle HBG} = \tan \angle DAG$; ⑤ 线段 DH 的最小

值是 $2\sqrt{5}-2$.



- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

解析: \because 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore AB=CD, \angle BAD=\angle ADC=90^\circ, \angle ADB=\angle CDB=45^\circ,$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中,

$$\begin{cases} AB = CD \\ \angle BAD = \angle ADC, \\ AE = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (SAS),

$\therefore \angle ABE = \angle DCF,$

在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle CDG$ 中,

$$\begin{cases} AD = CD \\ \angle ADB = \angle CDB, \\ DG = DG \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADG \cong \triangle CDG$ (SAS),

$\therefore \angle DAG = \angle DCF$,

$\therefore \angle ABE = \angle DAG$,

$\because \angle DAG + \angle BAH = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAE + \angle BAH = 90^\circ$,

$\therefore \angle AHB = 90^\circ$,

$\therefore AG \perp BE$, 故③正确;

同法可证: $\triangle AGB \cong \triangle CGB$,

$\therefore DF \parallel CB$,

$\therefore \triangle CBG \sim \triangle FDG$,

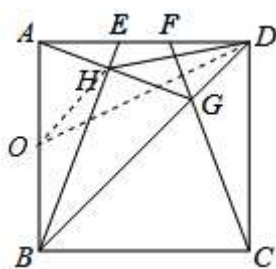
$\therefore \triangle ABG \sim \triangle FDG$, 故①正确;

$\therefore S_{\triangle HDG} : S_{\triangle HBG} = DG : BG = DF : BC = DF : CD = \tan \angle FCD$,

又 $\because \angle DAG = \angle FCD$,

$\therefore S_{\triangle HDG} : S_{\triangle HBG} = \tan \angle FCD = \tan \angle DAG$, 故④正确;

取 AB 的中点 O, 连接 OD、OH,



\because 正方形的边长为 4,

$$\therefore AO = OH = \frac{1}{2} \times 4 = 2,$$

由勾股定理得, $OD = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$,

由三角形的三边关系得, O、D、H 三点共线时, DH 最小,

$$DH_{\text{最小}} = 2\sqrt{5} - 2.$$

故⑤正确;

无法证明 DH 平分 $\angle EHG$, 故②错误;

故①③④⑤正确.

答案: C.

三、解答题(满分 60 分)

21. 先化简, 再求值: $\left(\frac{m}{m-2} - \frac{2m}{m^2-4} \right) \div \frac{m}{m+2}$, 请在 2, -2, 0, 3 当中选一个合适的数

代入求值.

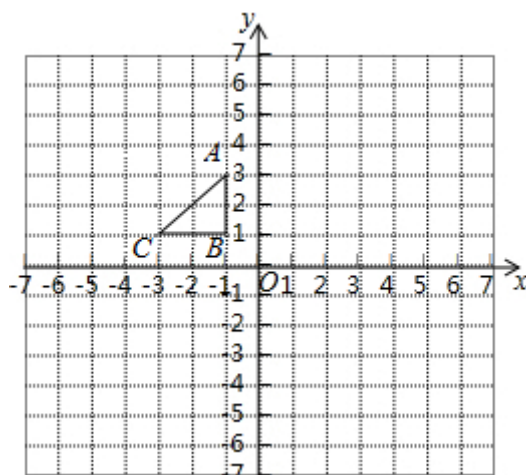
解析: 先化简分式, 然后根据分式有意义的条件即可求出 m 的值, 从而可求出原式的值.

$$\begin{aligned} \text{答案: 原式} &= \left[\frac{m}{m-2} - \frac{2m}{(m-2)(m+2)} \right] \times \frac{m+2}{m} \\ &= \frac{m}{m-2} \times \frac{m+2}{m} - \frac{2m}{(m-2)(m+2)} \times \frac{m+2}{m} \\ &= \frac{m+2}{m-2} - \frac{2}{m-2} \\ &= \frac{m}{m-2} \end{aligned}$$

∵ 根据分式有意义的条件, $m \neq \pm 2, 0$,

∴ 当 $m=3$ 时, 原式=3.

22. 如图, 在平面直角坐标系中, $\text{Rt}\triangle ABC$ 三个顶点都在格点上, 点 A、B、C 的坐标分别为 $A(-1, 3)$, $B(-3, 1)$, $C(-1, 1)$.

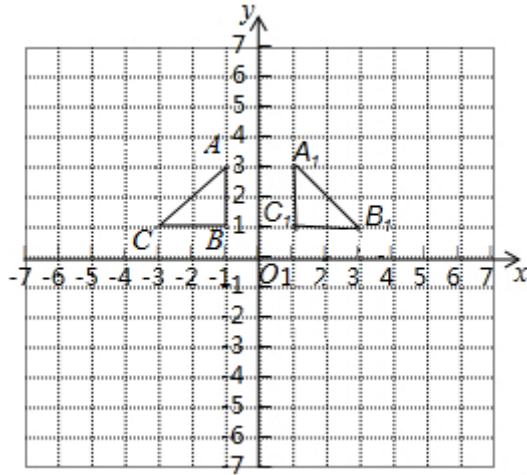


请解答下列问题:

(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出 B_1 的坐标.

解析: (1) 根据网格结构找出点 A、B、C 关于 y 轴的对称点 A_1 、 B_1 、 C_1 的位置, 然后顺次连接即可.

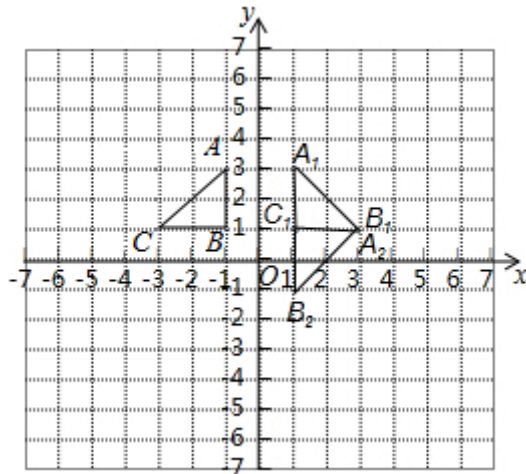
答案: (1) 如图, $B_1(3, 1)$.



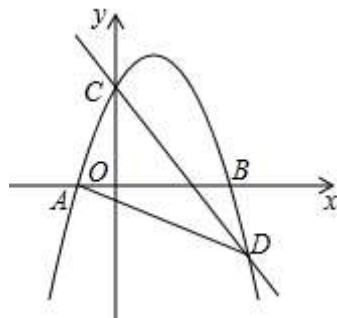
(2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 C_1 顺时针旋转 90° 后得到的 $\triangle A_2B_2C_1$ ，并求出点 A_1 走过的路径长。

解析：(2) 根据旋转作图的步骤进行画图，根据弧长公式列式计算即可得解。

答案：(2) 如图， A_1 走过的路径长： $\frac{1}{4} \times 2 \times \pi \times 2 = \pi$ 。



23. 如图，已知抛物线 $y = -x^2 + mx + 3$ 与 x 轴交于点 A 、 B 两点，与 y 轴交于 C 点，点 B 的坐标为 $(3, 0)$ ，抛物线与直线 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 交于 C 、 D 两点，连接 BD 、 AD 。



(1) 求 m 的值。

解析：(1) 利用待定系数法即可解决问题。

答案：(1) ∵ 抛物线 $y = -x^2 + mx + 3$ 过 $(3, 0)$,

$$\therefore 0 = -9 + 3m + 3,$$

$$\therefore m = 2.$$

(2) 抛物线上有一点 P, 满足 $S_{\triangle ABP} = 4S_{\triangle ABD}$, 求点 P 的坐标.

解析：(2) 利用方程组首先求出点 D 坐标. 由面积关系, 推出点 P 的纵坐标, 再利用待定系数法求出点 P 的坐标即可.

$$\text{答案：(2) 由 } \begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3 \\ y = -\frac{3}{2}x + 3 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 3 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{7}{2} \\ y_2 = -\frac{9}{4} \end{cases},$$

$$\therefore D\left(\frac{7}{2}, -\frac{9}{4}\right),$$

$$\because S_{\triangle ABP} = 4S_{\triangle ABD},$$

$$\therefore \frac{1}{2} AB \times |y_P| = 4 \times \frac{1}{2} AB \times \frac{9}{4},$$

$$\therefore |y_P| = 9, y_P = \pm 9,$$

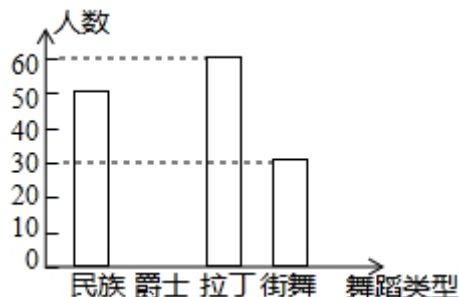
当 $y = 9$ 时, $-x^2 + 2x + 3 = 9$, 无实数解,

$$\text{当 } y = -9 \text{ 时, } -x^2 + 2x + 3 = -9, x_1 = 1 + \sqrt{13}, x_2 = 1 - \sqrt{13},$$

$$\therefore P(1 + \sqrt{13}, -9) \text{ 或 } P(1 - \sqrt{13}, -9).$$

24. 某校在艺术节选拔节目过程中, 从备选的“街舞”、“爵士”、“民族”、“拉丁”四种类型舞蹈中, 选择一种学生最喜爱的舞蹈, 为此, 随机调查了本校的部分学生, 并将调查结果绘制成如下统计图表(每位学生只选择一种类型), 根据统计图表的信息, 解答下列问题:

类型	民族	拉丁	爵士	街舞
据点百分比	a	30%	b	15%



(1) 本次抽样调查的学生人数及 a、b 的值.

解析：(1) 由“拉丁”的人数及所占百分比可得总人数, 由条形统计图可直接得 a、b 的值.

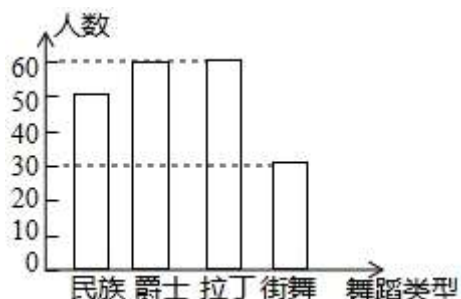
答案：(1) 总人数: $60 \div 30\% = 200$ (人), $a = 50 \div 200 = 25\%$,

$$b = (200 - 50 - 60 - 30) \div 200 = 30\%$$

(2) 将条形统计图补充完整.

解析: (2) 由(1)中各种类型舞蹈的人数即可补全条形图.

答案: (2) 如图所示:



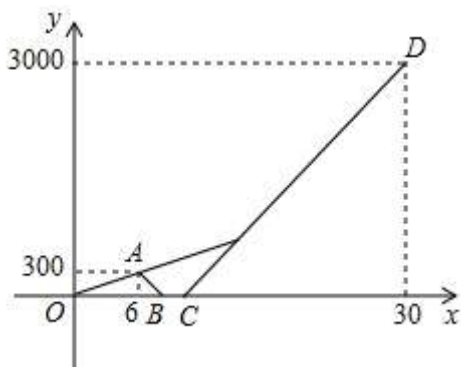
(3) 若该校共有 1500 名学生, 试估计全校喜欢“拉丁舞蹈”的学生人数.

解析: (3) 用样本中“拉丁舞蹈”的百分比乘以总人数可得.

答案: (3) $1500 \times 30\% = 450$ (人).

答: 约有 450 人喜欢“拉丁舞蹈”.

25. 为营造书香家庭, 周末小亮和姐姐一起从家出发去图书馆借书, 走了 6 分钟忘带借书证, 小亮立即骑路边共享单车返回家中取借书证, 姐姐以原来的速度继续向前行走, 小亮取到借书证后骑单车原路原速前往图书馆, 小亮追上姐姐后用单车带着姐姐一起前往图书馆. 已知单车的速度是步行速度的 3 倍, 如图是小亮和姐姐距家的路程 y (米) 与出发的时间 x (分钟) 的函数图象, 根据图象解答下列问题:



(1) 小亮在家停留了 _____ 分钟.

解析: (1) 根据路程与速度、时间的关系, 首先求出 C、B 两点的坐标, 即可解决问题.

答案: (1) 步行速度: $300 \div 6 = 50$ m/min, 单车速度: $3 \times 50 = 150$ m/min, 单车时间: $3000 \div 150 = 20$ min, $30 - 20 = 10$,

$$\therefore C(10, 0),$$

$$\therefore A \text{ 到 } B \text{ 是时间} = \frac{300}{150} = 2 \text{ min},$$

$$\therefore B(8, 0),$$

$$\therefore BC = 2,$$

\therefore 小亮在家停留了 2 分钟.

故答案为 2.

(2) 求小亮骑单车从家出发去图书馆时距家的路程 y (米) 与出发时间 x (分钟) 之间的函数关系式.

解析: (2) 根据 C、D 两点坐标, 利用待定系数法即可解决问题.

答案: (2) 设 $y=kx+b$, 过 C、D(30, 3000),

$$\therefore \begin{cases} 0 = 10k + b \\ 3000 = 30k + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = 150 \\ b = -1500 \end{cases},$$

$$\therefore y = 150x - 1500 (10 \leq x \leq 30)$$

(3) 若小亮和姐姐到图书馆的实际时间为 m 分钟, 原计划步行到达图书馆的时间为 n 分钟, 则 $n-m=$ _____ 分钟.

解析: (3) 求出原计划步行到达图书馆的时间为 n , 即可解决问题.

答案: (3) 原计划步行到达图书馆的时间为 n 分钟, $n = \frac{3000}{50} = 60$

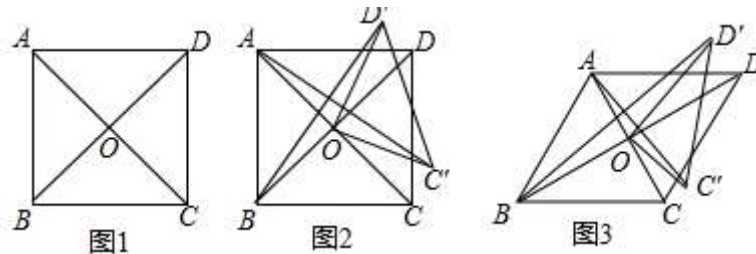
$$n-m = 60 - 30 = 30 (\text{分钟}).$$

故答案为 30.

26. 在四边形 ABCD 中, 对角线 AC、BD 交于点 O. 若四边形 ABCD 是正方形如图 1: 则有 $AC=BD$, $AC \perp BD$.

旋转图 1 中的 $Rt\triangle COD$ 到图 2 所示的位置, AC' 与 BD' 有什么关系? (直接写出)

若四边形 ABCD 是菱形, $\angle ABC=60^\circ$, 旋转 $Rt\triangle COD$ 至图 3 所示的位置, AC' 与 BD' 又有什么关系? 写出结论并证明.



解析: 旋转图 1 中的 $Rt\triangle COD$ 到图 2 所示的位置: 根据四边形 ABCD 是正方形, 得到 $AO=OC$, $BO=OD$, $AC \perp BD$, 根据旋转的性质得到 $OD' = OD$, $OC' = OC$, $\angle D'OD = \angle C'OC$, 等量代换得到 $AO=BO$, $OC' = OD'$, $\angle AOC' = \angle BOD'$, 根据全等三角形的性质得到 $AC' = BD'$, $\angle OAC' = \angle OBD'$, 于是得到结论;

若四边形 ABCD 是菱形, $\angle ABC=60^\circ$, 旋转 $Rt\triangle COD$ 至图 3 所示的位置: 根据四边形 ABCD 是菱形, 得到 $AC \perp BD$, $AO=CO$, $BO=DO$, 求得 $OB = \sqrt{3}OA$, $OD = \sqrt{3}OC$, 根据旋转的性质得到 $OD' = OD$, $OC' = OC$, $\angle D'OD = \angle C'OC$, 求得 $OD' = \sqrt{3}OC'$, $\angle AOC' = \angle BOD'$, 根据相似三角形的性质得到 $BD' = \sqrt{3}AC'$, 于是得到结论.

答案: 旋转图 1 中的 $Rt\triangle COD$ 到图 2 所示的位置: $AC' = BD'$, $AC' \perp BD'$,

理由: \because 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore AO=OC, BO=OD, AC \perp BD,$
 \therefore 将 $Rt\triangle COD$ 旋转得到 $Rt\triangle C'OD'$,
 $\therefore OD' = OD, OC' = OC, \angle D'OD = \angle C'OC,$
 $\therefore AO=BO, OC' = OD', \angle AOC' = \angle BOD',$
 在 $\triangle AOC'$ 与 $\triangle BOD'$ 中,

$$\begin{cases} AO = BO \\ \angle AOC' = \angle BOD', \\ OC' = OD' \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOC' \cong \triangle BOD',$
 $\therefore AC' = BD', \angle OAC' = \angle OBD',$
 $\therefore \angle AO'D' = \angle BO'O, \angle O'BO + \angle BO'O = 90^\circ,$
 $\therefore \angle O'AC' + \angle AO'D' = 90^\circ,$
 $\therefore AC' \perp BD'.$

若四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC=60^\circ$, 旋转 $Rt\triangle COD$ 至图 3 所示的位置: $BD' = \sqrt{3}AC'$, $AC' \perp BD'$

理由: \because 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD, AO=CO, BO=DO,$

$\therefore \angle ABC=60^\circ,$

$\therefore \angle ABO=30^\circ,$

$\therefore OB = \sqrt{3}OA, OD = \sqrt{3}OC,$

\therefore 将 $Rt\triangle COD$ 旋转得到 $Rt\triangle C'OD'$,

$\therefore OD' = OD, OC' = OC, \angle D'OD = \angle C'OC,$

$\therefore OD' = \sqrt{3}OC', \angle AOC' = \angle BOD',$

$\therefore \frac{OB}{OA} = \frac{OD'}{OC'} = \sqrt{3},$

$\therefore \triangle AOC' \sim \triangle BOD',$

$\therefore \frac{BD'}{AC'} = \frac{OB}{OA} = \sqrt{3}, \angle OAC' = \angle OBD',$

$\therefore BD' = \sqrt{3}AC',$

$\therefore \angle AO'D' = \angle BO'O, \angle O'BO + \angle BO'O = 90^\circ,$

$\therefore \angle O'AC' + \angle AO'D' = 90^\circ,$

$\therefore AC' \perp BD'.$

27. 由于雾霾天气频发, 市场上防护口罩出现热销. 某药店准备购进一批口罩, 已知 1 个 A 型口罩和 3 个 B 型口罩共需 26 元; 3 个 A 型口罩和 2 个 B 型口罩共需 29 元.

(1) 求一个 A 型口罩和一个 B 型口罩的售价各是多少元?

解析: (1) 设一个 A 型口罩的售价是 a 元, 一个 B 型口罩的售价是 b 元, 根据: “1 个 A 型口罩和 3 个 B 型口罩共需 26 元; 3 个 A 型口罩和 2 个 B 型口罩共需 29 元” 列方程组求解即可.

答案：(1) 设一个 A 型口罩的售价是 a 元，一个 B 型口罩的售价是 b 元，依题意有：

$$\begin{cases} a + 3b = 26 \\ 3a + 2b = 29 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} a = 5 \\ b = 7 \end{cases}.$$

答：一个 A 型口罩的售价是 5 元，一个 B 型口罩的售价是 7 元。

(2) 药店准备购进这两种型号的口罩共 50 个，其中 A 型口罩数量不少于 35 个，且不多于 B 型口罩的 3 倍，有哪几种购买方案，哪种方案最省钱？

解析：(2) 设 A 型口罩 x 个，根据“A 型口罩数量不少于 35 个，且不多于 B 型口罩的 3 倍”确定 x 的取值范围，然后得到有关总费用和 A 型口罩之间的关系得到函数解析式，确定函数的最值即可。

答案：(2) 设 A 型口罩 x 个，依题意有：

$$\begin{cases} x \geq 35 \\ x \leq 3(50 - x) \end{cases},$$

解得 $35 \leq x \leq 37.5$,

$\because x$ 为整数，

$\therefore x = 35, 36, 37$.

方案如下：

方案	A型口罩	B型口罩
一	35	15
二	36	14
三	37	13

设购买口罩需要 y 元，则 $y = 5x + 7(50 - x) = -2x + 350$, $k = -2 < 0$,

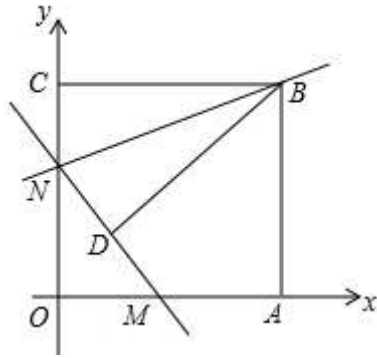
$\therefore y$ 随 x 增大而减小，

$\therefore x = 37$ 时， y 的值最小。

答：有 3 种购买方案，其中方案三最省钱。

28. 如图，矩形 AOCB 的顶点 A、C 分别位于 x 轴和 y 轴的正半轴上，线段 OA、OC 的长度满足方程 $|x - 15| + \sqrt{y - 13} = 0$ ($OA > OC$)，直线 $y = kx + b$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 M、N 两点，将 \triangle

BCN 沿直线 BN 折叠，点 C 恰好落在直线 MN 上的点 D 处，且 $\tan \angle CBD = \frac{3}{4}$.



(1) 求点 B 的坐标.

解析: (1) 由非负数的性质可求得 x 、 y 的值, 则可求得 B 点坐标.

答案: (1) $\because |x-15| + \sqrt{y-13} = 0,$

$\therefore x=15, y=13,$

$\therefore OA=BC=15, AB=OC=13,$

$\therefore B(15, 13).$

(2) 求直线 BN 的解析式.

解析: (2) 过 D 作 $EF \perp OA$ 于点 E, 交 CB 于点 F, 由条件可求得 D 点坐标, 且可求得 $\frac{OM}{ON} = \frac{3}{4},$

结合 $DE \parallel ON,$ 利用平行线分线段成比例可求得 OM 和 ON 的长, 则可求得 N 点坐标, 利用待定系数法可求得直线 BN 的解析式.

答案: (2) 如图 1, 过 D 作 $EF \perp OA$ 于点 E, 交 CB 于点 F,

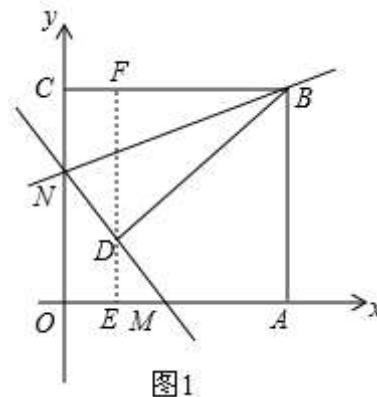


图1

由折叠的性质可知 $BD=BC=15, \angle BDN = \angle BCN = 90^\circ,$

$\therefore \tan \angle CBD = \frac{3}{4},$

$\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{3}{4},$ 且 $BF^2 + DF^2 = BD^2 = 15^2,$ 解得 $BF=12, DF=9,$

$\therefore CF=OE=15-12=3, DE=EF-DF=13-9=4,$

$\therefore \angle CND + \angle CBD = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ,$ 且 $\angle ONM + \angle CND = 180^\circ,$

$\therefore \angle ONM = \angle CBD,$

$\therefore \frac{OM}{ON} = \frac{3}{4},$

∵ DE // ON,

$$\therefore \frac{ME}{DE} = \frac{OM}{ON} = \frac{3}{4}, \text{ 且 } OE=3,$$

$$\therefore \frac{OM-3}{4} = \frac{3}{4}, \text{ 解得 } OM=6,$$

∴ ON=8, 即 N(0, 8),

把 N、B 的坐标代入 $y=kx+b$ 可得
$$\begin{cases} b=8 \\ 15k+b=13 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=\frac{1}{3} \\ b=8 \end{cases}$$

∴ 直线 BN 的解析式为 $y = \frac{1}{3}x + 8$.

(3) 将直线 BN 以每秒 1 个单位长度的速度沿 y 轴向下平移, 求直线 BN 扫过矩形 AOCB 的面积 S 关于运动的时间 t ($0 < t \leq 13$) 的函数关系式.

解析: (3) 设直线 BN 平移后交 y 轴于点 N' , 交 AB 于点 B' , 当点 N' 在 x 轴上方时, 可知 S 即为 $\triangle BNN'$ 的面积, 当 N' 在 y 轴的负半轴上时, 可用 t 表示出直线 $B'N'$ 的解析式, 设交 x 轴于点 G, 可用 t 表示出 G 点坐标, 由 $S = S_{\text{四边形} BNN'B'} - S_{\triangle OGN'}$, 可分别得到 S 与 t 的函数关系式.

答案: (3) 设直线 BN 平移后交 y 轴于点 N' , 交 AB 于点 B' , 当点 N' 在 x 轴上方, 即 $0 < t \leq 8$ 时, 如图 2,

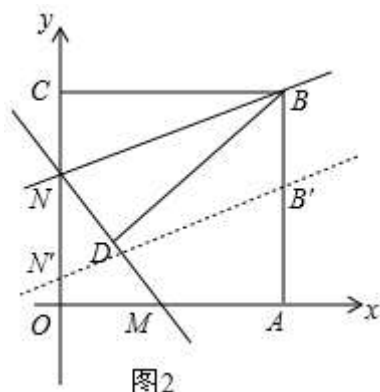


图2

由题意可知四边形 $BNN'B'$ 为平行四边形, 且 $NN' = t$,

$$\therefore S = NN' \cdot OA = 15t;$$

当点 N' 在 y 轴负半轴上, 即 $8 < t \leq 13$ 时, 设直线 $B'N'$ 交 x 轴于点 G, 如图 3,

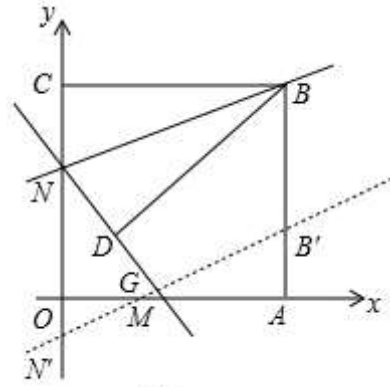


图3

$$\because NN' = t,$$

$$\therefore \text{可设直线 } B'N' \text{ 解析式为 } y = \frac{1}{3}x + 8 - t,$$

$$\text{令 } y=0, \text{ 可得 } x=3t-24,$$

$$\therefore OG=24,$$

$$\because ON=8, NN' = t,$$

$$\therefore ON' = t-8,$$

$$\therefore S = S_{\text{四边形}BNN'B'} - S_{\text{VOGN}'} = 15t - \frac{1}{2}(t-8)(3t-24) = -\frac{3}{2}t^2 + 39t - 96.$$

$$\text{综上所述可知 } S \text{ 与 } t \text{ 的函数关系式为 } S = \begin{cases} 15t(0 < t \leq 8) \\ -\frac{3}{2}t^2 + 39t - 96(8 < t \leq 13) \end{cases}.$$