

广西贵港市 2013 年中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）每小题都给出标号为 (A)、(B)、(C)、(D) 的四个选项，其中只有一个是正确的。请考生用 2B 铅笔在答题卡上将选定的答案标号涂黑。

1. (3 分) -3 的绝对值是 ()

- A. $-$ B. C. -3 D. 3

2. (3 分) 纳米是非常小的长度单位， 1 纳米= 10^{-9} 米。某种病菌的长度约为 50 纳米，用科学记数法表示该病菌的长度，结果正确的是 ()

- A. 5×10^{-10} 米 B. 5×10^{-9} 米 C. 5×10^{-8} 米 D. 5×10^{-7} 米

3. (3 分) 下列四种调查：

- ① 调查某班学生的身高情况；
② 调查某城市的空气质量；
③ 调查某风景区全年的游客流量；
④ 调查某批汽车的抗撞击能力。

其中适合用全面调查方式的是 ()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

4. (3 分) 下列四个式子中， x 的取值范围为 $x \geq 2$ 的是 ()

- A. $\frac{\sqrt{x-2}}{x-2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{x-2}}$ C. $\sqrt{x-2}$ D. $\sqrt{2-x}$

5. (3 分) 下列计算结果正确的是 ()

- A. $3a - (-a) = 2a$ B. $a^3 \times (-a)^2 = a^5$ C. $a^5 \div a = a^5$ D. $(-a^2)^3 = a^6$

6. (3 分) 如图是一个小正方体的展开图，把展开图折叠成小正方体后，有“共”字一面的相对面上的字是 ()



- A. 美 B. 丽 C. 家 D. 园

7. (3 分) 下列四个命题中，属于真命题的是 ()

- A. 若 $\sqrt{a^2} = m$ ，则 $a = m$ B. 若 $a > b$ ，则 $am > bm$
C. 两个等腰三角形必定相似 D. 位似图形一定是相似图形

8. (3 分) 关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x+1} = -1$ 的解是负数，则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > -1$ B. $m > -1$ 且 $m \neq 0$ C. $m \geq -1$ D. $m \geq -1$ 且 $m \neq 0$

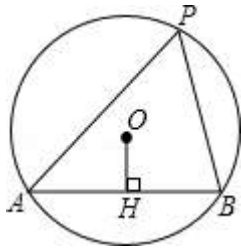
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13. (3 分) 若超出标准质量 0.05 克记作 +0.05 克，则低于标准质量 0.03 克记作 -0.03 克.

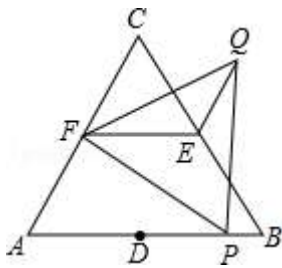
14. (3 分) 分解因式: $3x^2 - 18x + 27 = 3(x - 3)^2$.

15. (3 分) 若一组数据 1, 7, 8, a, 4 的平均数是 5、中位数是 m、极差是 n, 则 $m+n = 12$.

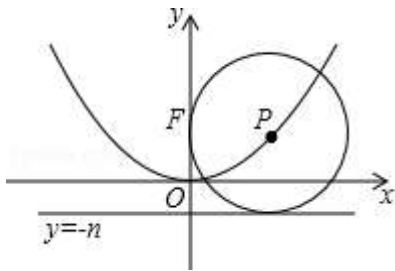
16. (3 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, $OH \perp AB$ 于点 H, 点 P 是优弧上一点, 若 $AB = 2\sqrt{3}$, $OH = 1$, 则 $\angle APB$ 的度数是 60° .



17. (3 分) 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle FPQ$ 均是等边三角形, 点 D、E、F 分别是 $\triangle ABC$ 三边的中点, 点 P 在 AB 边上, 连接 EF、QE. 若 $AB = 6$, $PB = 1$, 则 $QE = 2$.



18. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 若动点 P 在抛物线 $y = ax^2$ 上, $\odot P$ 恒过点 F (0, n), 且与直线 $y = -n$ 始终保持相切, 则 $n = \frac{1}{4a}$ (用含 a 的代数式表示).



三、解答题（本大题共 8 小题，满分 66 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

19. (10 分) (1) 计算: $\sqrt{9} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + (2 - \sqrt{2})^0 - 2\cos 60^\circ$;

(2) 先化简: $\left(\frac{1}{x+1} - 1\right) \div \frac{x}{x^2 - 1}$, 再选择一个恰当的 x 值代入求值.

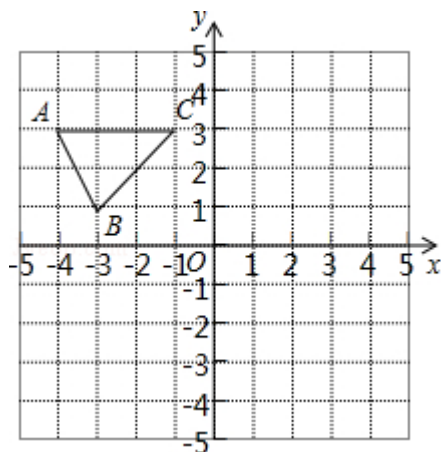
20. (5分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-4, 3)$ 、 $B(-3, 1)$ 、 $C(-1, 3)$.

(1) 请按下列要求画图:

①将 $\triangle ABC$ 先向右平移4个单位长度、再向上平移2个单位长度, 得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 画出 $\triangle A_1B_1C_1$;

② $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 关于原点 O 成中心对称, 画出 $\triangle A_2B_2C_2$.

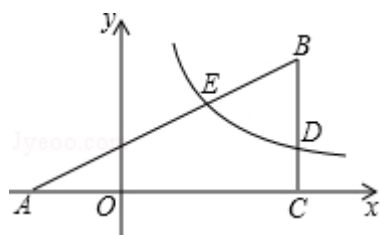
(2) 在(1)中所得的 $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于点 M 成中心对称, 请直接写出对称中心 M 点的坐标.



21. (7分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle ABC$ 的边 AC 在 x 轴上, 边 $BC \perp x$ 轴, 双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 与边 BC 交于点 $D(4, m)$, 与边 AB 交于点 $E(2, n)$.

(1) 求 n 关于 m 的函数关系式;

(2) 若 $BD=2$, $\tan \angle BAC = \frac{1}{2}$, 求 k 的值和点 B 的坐标.



22. (8分) 在以“关爱学生、安全第一”为主题的安全教育宣传月活动中, 某学校为了了解本校学生的上学方式, 在全校范围内随机抽查部分学生, 了解到上学方式主要有: A - 结伴步行、B - 自行乘车、C - 家人接送、D - 其他方式, 并将收集的数据整理绘制成如下两幅不完整的统计图. 请根据图中信息, 解答下列问题:

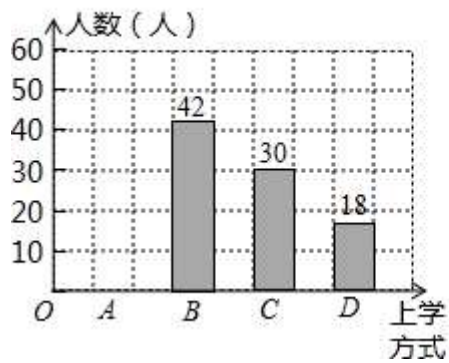
(1) 本次抽查的学生人数是多少人?

(2) 请补全条形统计图;

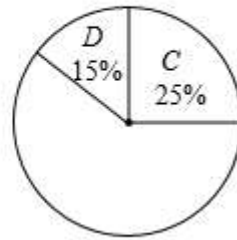
(3) 请补全扇形统计图, 并在图中标出“自行乘车”对应扇形的圆心角的度数;

(4) 如果该校学生有2080人, 请你估计该校“家人接送”上学的学生约有多少人?

学生上学方式条形统计图

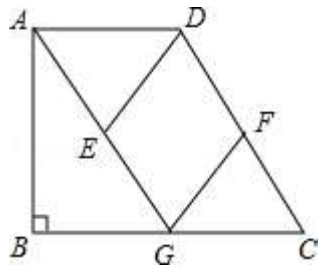


学生上学方式扇形统计图



23. (7分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B=90^\circ$, $AG \parallel CD$ 交 BC 于点 G , 点 E 、 F 分别为 AG 、 CD 的中点, 连接 DE 、 FG .

- (1) 求证: 四边形 $DEGF$ 是平行四边形;
- (2) 当点 G 是 BC 的中点时, 求证: 四边形 $DEGF$ 是菱形.

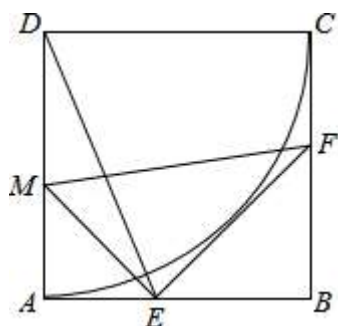


24. (8分) 在校园文化建设中, 某学校原计划按每班 5 幅订购了“名人字画”共 90 幅. 由于新学期班数增加, 决定从阅览室中取若干幅“名人字画”一起分发, 如果每班分 4 幅, 则剩下 17 幅; 如果每班分 5 幅, 则最后一班不足 3 幅, 但不少于 1 幅.

- (1) 该校原有的班数是多少个?
- (2) 新学期所增加的班数是多少个?

25. (10分) 如图, 在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中, 以点 D 为圆心、 DC 为半径作 \widehat{AC} , 点 E 在 AB 上, 且与 A 、 B 两点均不重合, 点 M 在 AD 上, 且 $ME=MD$, 过点 E 作 $EF \perp ME$, 交 BC 于点 F , 连接 DE 、 MF .

- (1) 求证: EF 是 \widehat{AC} 所在 $\odot D$ 的切线;
- (2) 当 $MA=1$ 时, 求 MF 的长;
- (3) 试探究: $\triangle MFE$ 能否是等腰直角三角形? 若是, 请直接写出 MF 的长度; 若不是, 请说明理由.

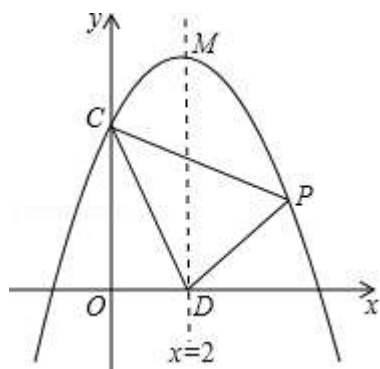


26. (11分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 交 y 轴于点 $C(0, 4)$, 对称轴 $x=2$ 与 x 轴交于点 D , 顶点为 M , 且 $DM=OC+OD$.

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 设点 $P(x, y)$ 是第一象限内该抛物线上的一个动点, $\triangle PCD$ 的面积为 S , 求 S 关于 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 在(2)的条件下, 若经过点 P 的直线 PE 与 y 轴交于点 E , 是否存在以 O 、 P 、 E 为顶点的三角形与 $\triangle OPD$ 全等? 若存在, 请求出直线 PE 的解析式; 若不存在, 请说明理由.



一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）每小题都给出标号为 (A)、(B)、(C)、(D) 的四个选项，其中只有一个是正确的。请考生用 2B 铅笔在答题卡上将选定的答案标号涂黑。

1. D
2. C
3. A
4. C
5. B
6. D
7. D
8. B
9. A
10. D
11. C
12. B

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13. $\underline{-0.03}$.
14. $\underline{\frac{3(x-3)^2}{}}$.
15. $\underline{12}$.
16. $\underline{60^\circ}$.
17. $\underline{2}$.
18. $\underline{-\frac{1}{4a}}$.

三、解答题（本大题共 8 小题，满分 66 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

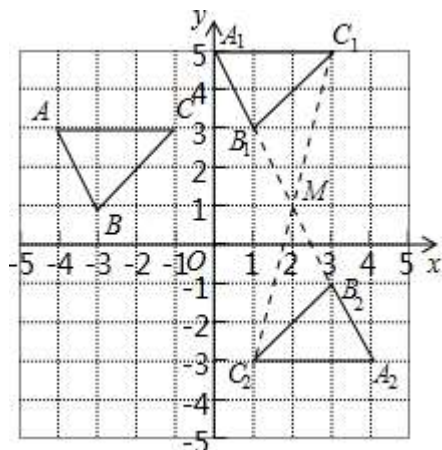
19. 解：(1) $\sqrt{9} - (-1) + (2 - \sqrt{2})^0 - 2\cos 60^\circ$
 $= 3 - 2 + 1 - 2 \times$
 $= 3 - 2 + 1 - 1$
 $= 1;$

(2) $\left(\frac{1}{x+1} - 1\right) \div \frac{x}{x^2 - 1}$
 $= \frac{1 - x - 1}{x+1} \div \frac{x}{(x+1)(x-1)}$
 $= \frac{-x}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x}$
 $= 1 - x,$

要使分式有意义，则 $(x+1)(x-1) \neq 0$, $x \neq 0$,
 解得 $x \neq \pm 1$, $x \neq 0$,
 所以， $x=2$ 时，原式 $= 1 - 2 = -1$.

20. 解：(1) ① $\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示;
 ② $\triangle A_2B_2C_2$ 如图所示;

(2) 连接 B_1B_2 , C_1C_2 , 得到对称中心 M 的坐标为 $(2, 1)$.



21. 解: (1) \because 点 $D(4, m)$, 点 $E(2, n)$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$,

$\therefore 4m = 2n$, 解得 $n = 2m$;

(2) 过点 E 作 $EF \perp BC$ 于点 F ,

\therefore 由 (1) 可知 $n = 2m$,

$\therefore DF = m$,

$\therefore BD = 2$,

$\therefore BF = 2 - m$,

\because 点 $D(4, m)$, 点 $E(2, n)$,

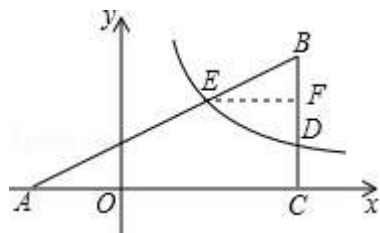
$\therefore EF = 4 - 2 = 2$,

$\therefore EF \parallel x$ 轴,

$\therefore \tan \angle BAC = \tan \angle BEF = \frac{BF}{EF} = \frac{2 - m}{2}$, 解得 $m = 1$,

$\therefore D(4, 1)$,

$\therefore k = 4 \times 1 = 4$, $B(4, 3)$.



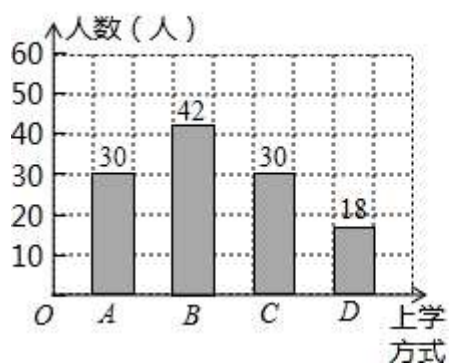
22. 解: (1) 根据题意得: $30 \div 25\% = 120$ (人),

则本次抽查的学生人数是 120 人;

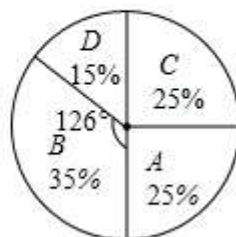
(2) “结伴步行”的人数为 $120 - (42 + 30 + 18) = 30$ (人),

补全统计图, 如图所示:

学生上学方式条形统计图



学生上学方式扇形统计图



(3) “结伴步行”所占的百分比为 $\frac{30}{120} \times 100\% = 25\%$ ；“自行乘车”所占的百分比为

$$\frac{42}{120} \times 100\% = 35\%$$

“自行乘车”在扇形统计图中占的度数为 $360^\circ \times 35\% = 126^\circ$ ，补全扇形统计图，如图所示：

(4) 估计该校“家人接送”上学的学生约有 $2080 \times 25\% = 520$ (人)。

23. 证明：(1) $\because AG \parallel DC, AD \parallel BC,$

\therefore 四边形 AGCD 是平行四边形，

$\therefore AG = DC,$

$\because E, F$ 分别为 AG、DC 的中点，

$\therefore GE = \frac{1}{2}AG, DF = \frac{1}{2}DC,$

即 $GE = DF, GE \parallel DF,$

\therefore 四边形 DEGF 是平行四边形；

(2) 连接 DG，

\because 四边形 AGCD 是平行四边形，

$\therefore AD = CG,$

$\because G$ 为 BC 中点，

$\therefore BG = CG = AD,$

$\because AD \parallel BC,$

\therefore 四边形 ABGD 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel DG,$

$\because \angle B = 90^\circ,$

$\therefore \angle DGC = \angle B = 90^\circ,$

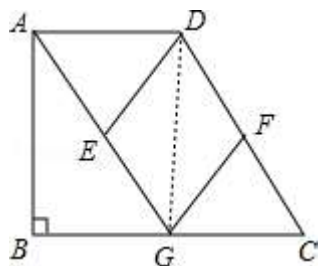
$\because F$ 为 CD 中点，

$\therefore GF = DF = CF,$

即 $GF = DF,$

\therefore 四边形 DEGF 是平行四边形，

\therefore 四边形 DEGF 是菱形。



24. 解：（1）原有的班数为： $\frac{90}{5}=18$ 个；

（2）设增加后的班数为 x ，则“名人字画”有 $4x+17$ ，

由题意得，
$$\begin{cases} 4x+17-5(x-1) < 3 \\ 4x+17-5(x-1) \geq 1 \end{cases}$$

解得： $19 < x \leq 21$ ，

$\therefore x$ 为正整数，

$\therefore x$ 可取 20, 21，

故新学期所增加的班数为 2 个或 3 个。

25. （1）证明：过点 D 作 $DG \perp EF$ 于 G ，

$\therefore ME=MD$ ，

$\therefore \angle MDE=\angle MED$ ，

$\therefore EF \perp ME$ ，

$\therefore \angle DME+\angle GED=90^\circ$ ，

$\therefore \angle DAB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle MDE+\angle AED=90^\circ$ ，

$\therefore \angle AED=\angle GED$ ，

\therefore 在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle GDE$ 中，

$$\begin{cases} \angle AED=\angle GED \\ \angle DAE=\angle DGE=90^\circ \\ DE=DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle GDE$ (AAS)，

$\therefore AD=GD$ ，

$\therefore \widehat{AC}$ 的半径为 DC ，即 AD 的长度，

$\therefore EF$ 是 \widehat{AC} 所在 $\odot D$ 的切线；

（2） $MA=1$ 时， $ME=MD=2$ ，

在 $Rt\triangle AME$ 中， $AE=\sqrt{ME^2-MA^2}=\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2-\left(\frac{3}{4}\right)^2}=1$ ，

$\therefore BE=AB - AE=2 - 1=1,$
 $\therefore EF \perp ME,$
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$
 $\therefore \angle B = 90^\circ,$
 $\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$
 $\therefore \angle 1 = \angle 3,$

又 $\because \angle DAB = \angle B = 90^\circ,$

$\therefore \triangle AME \sim \triangle BEF,$

$$\therefore \frac{MA}{BE} = \frac{ME}{EF},$$

$$\text{即} = \frac{5}{EF},$$

解得 $EF = \frac{5}{4},$

$$\text{在 Rt}\triangle MEF \text{ 中, } MF = \sqrt{ME^2 + EF^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2} = \frac{25}{12};$$

(3) 假设 $\triangle MFE$ 能是等腰直角三角形,

则 $ME = EF,$

\therefore 在 $\triangle AME$ 和 $\triangle BEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 3 \\ \angle MAE = \angle EBF, \\ ME = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AME \cong \triangle BEF$ (AAS),

$\therefore MA = BE,$

设 $AM = BE = x,$

则 $MD = AD - MA = 2 - x,$ $AE = AB - BE = 2 - x,$

$\therefore ME = MD,$

$\therefore ME = 2 - x,$

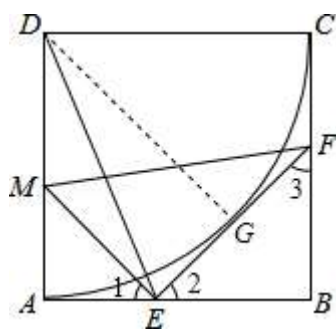
$\therefore ME = AE,$

$\therefore ME、AE$ 分别是 $\text{Rt}\triangle AME$ 的斜边与直角边,

$\therefore ME \neq AE,$

\therefore 假设不成立,

故 $\triangle MFE$ 不能是等腰直角三角形.



26. 解：(1) 由题意得：OC=4，OD=2，∴ DM=OC+OD=6，∴ 顶点 M 坐标为 (2, 6).

设抛物线解析式为：y=a(x-2)²+6，

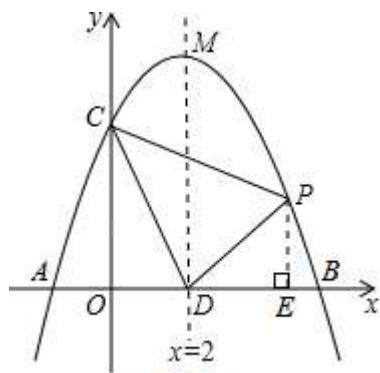
∴ 点 C(0, 4) 在抛物线上，

∴ 4=4a+6，

解得 a = - $\frac{1}{2}$.

∴ 抛物线的解析式为：y = - $\frac{1}{2}$ (x-2)²+6 = - $\frac{1}{2}$ x²+2x+4.

(2) 如答图 1，过点 P 作 PE⊥x 轴于点 E.



答图1

∴ P(x, y)，且点 P 在第一象限，

∴ PE=y，OE=x，

∴ DE=OE - OD=x - 2.

S = S_{梯形 PEOC} - S_{△ COD} - S_{△ PDE}

= (4+y) · x - $\frac{1}{2}$ × 2 × 4 - (x - 2) · y

= y + 2x - 4.

将 y = - $\frac{1}{2}$ x²+2x+4 代入上式得：S = - $\frac{1}{2}$ x²+2x+4+2x - 4 = - $\frac{1}{2}$ x²+4x.

在抛物线解析式 y = - $\frac{1}{2}$ x²+2x+4 中，令 y=0，即 - $\frac{1}{2}$ x²+2x+4=0，解得 x=2±2 $\sqrt{3}$.

设抛物线与 x 轴交于点 A、B，则 B(2+2 $\sqrt{3}$, 0)，

∴ 0 < x < 2+2 $\sqrt{3}$.

∴ S 关于 x 的函数关系式为：S = - $\frac{1}{2}$ x²+4x (0 < x < 2+2 $\sqrt{3}$).

(3) 存在.

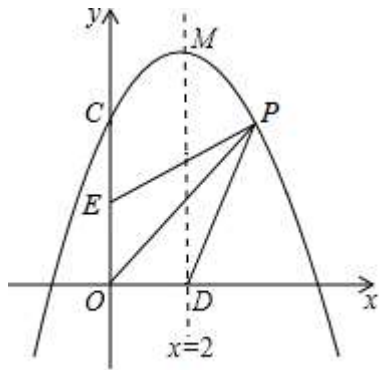
若以 O、P、E 为顶点的三角形与△ OPD 全等，可能有以下情形：

(I) OD=OP.

由图象可知，OP 最小值为 4，即 OP≠OD，故此种情形不存在.

(II) OD=OE.

若点 E 在 y 轴正半轴上，如答图 2 所示：



答图2

此时 $\triangle OPD \cong \triangle OPE$,

$\therefore \angle OPD = \angle OPE$, 即点 P 在第一象限的角平分线上,

\therefore 直线 PE 的解析式为: $y=x$;

若点 E 在 y 轴负半轴上, 易知此种情形下, 两个三角形不可能全等, 故不存在.

(III) $OD=PE$.

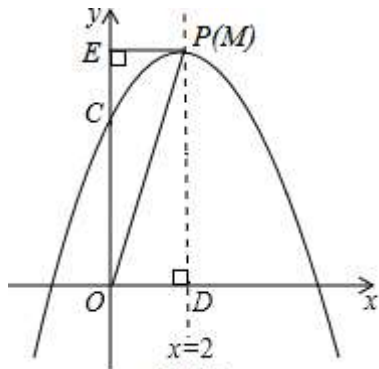
$\therefore OD=2$,

\therefore 第一象限内对称轴右侧的点到 y 轴的距离均大于 2,

则点 P 只能位于对称轴左侧或与顶点 M 重合.

若点 P 位于第一象限内抛物线对称轴的左侧, 易知 $\triangle OPE$ 为钝角三角形, 而 $\triangle OPD$ 为锐角三角形, 则不可能全等;

若点 P 与点 M 重合, 如答图 3 所示, 此时 $\triangle OPD \cong \triangle OPE$, 四边形 PDOE 为矩形,



答图3

\therefore 直线 PE 的解析式为: $y=6$.

综上所述, 存在以 O、P、E 为顶点的三角形与 $\triangle OPD$ 全等, 直线 PE 的解析式为 $y=x$ 或 $y=6$.