2005年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学（必修+选修Ⅰ）

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分. 共150分. 考试时间120分钟.

第Ⅰ卷

参考公式：

如果事件A、B互斥，那么

P（A+B）=P(A)+P(B)

如果事件A、B相互独立，那么

P（A•B）=P(A)•P(B)

如果事件A在一次试验中发生的概率是P，那么n次独立重复试验中恰好发生k次的概率

$P_n(k)=C_n^k P^k(1-P)^{n-k}$

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

其中R表示球的半径，

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$，

其中R表示球的半径

一、选择题：每小题5分，共60分.

1．已知α为第三象限角，则$\frac{\alpha}{2}$所在的象限是（　　）

A．第一或第二象限　　B．第二或第三象限

C．第一或第三象限　　D．第二或第四象限

2．已知过点A(－2，m)和B(m，4)的直线与直线2x+y-1=0平行，则m的值为（　　）

A．0　　B．－8　　C．2　　D．10

3．在$(x-1)(x+1)^8$的展开式中x^5的系数是（　　）

A．－14　　B．14　　C．－28　　D．28

4．设三棱柱$ABC\text{-}A_1B_1C_1$的体积为V，P、Q分别是侧棱AA_1、CC_1上的点，且$PA=QC_1$，则四棱锥B-APQC的体积为（　　）

A．$\frac{1}{6}V$　　B．$\frac{1}{4}V$　　C．$\frac{1}{3}V$　　D．$\frac{1}{2}V$

5．设$3^x=\frac{1}{7}$，则（　　）

A．－2<x<－1　　B．－3<x<－2　　C．－1<x<0　　D．0<x<1

6．若$a=\frac{\ln 2}{2},b=\frac{\ln 3}{3},c=\frac{\ln 5}{5}$，则（　　）

A．a<b<c　　B．c<b<a　　C．c<a<b　　D．b<a<c

7．设$0 \le x \le 2\pi$,且$\sqrt{1-\sin 2x} = \sin x - \cos x$,则 （　　）

A．$0 \le x \le \pi$　　B．$\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{7\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{5\pi}{4}$　　D．$\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$

8．$\frac{2\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\cos 2\alpha}$ = （　　）

A．$\tan\alpha$　　B．$\tan 2\alpha$　　C．1　　D．$\frac{1}{2}$

9．已知双曲线$x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$的焦点为F_1、F_2，点M在双曲线上且$\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} = 0$,则点M到x轴的距离为 （　　）

A．$\frac{4}{3}$　　B．$\frac{5}{3}$　　C．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．$\sqrt{3}$

10．设椭圆的两个焦点分别为F_1、F_2，过F_2作椭圆长轴的垂线交椭圆于点P，若△F_1PF_2为等腰直角三角形，则椭圆的离心率是 （　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$　　C．$2-\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{2}-1$

11．不共面的四个定点到平面α的距离都相等，这样的平面α共有 （　　）

A．3个　　B．4个　　C．6个　　D．7个

12．计算机中常用十六进制是逢16进1的计数制，采用数字0～9和字母A～F共16个计数符号，这些符号与十进制的数的对应关系如下表：

16进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
10进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

例如，用十六进制表示：E+D=1B，则A×B= （　　）

A．6E　　B．72　　C．5F　　D．B0

第II卷

二．填空题：每小题4分，共（16分）

13．经问卷调查，某班学生对摄影分别执“喜欢”、“不喜欢”和“一般”三种态度，其中执“一般”态度的比“不喜欢”态度的多12人，按分层抽样方法从全班选出部分学生座谈摄影，如果选出的5位“喜欢”摄影的同学、1位“不喜欢”摄影的同学和3位执“一般”态度的同学，那么全班学生中“喜欢”摄影的比全班人数的一半还多________人.

14．已知向量$\overrightarrow{OA} = (k,12), \overrightarrow{OB} = (4,5), \overrightarrow{OC} = (-k,10)$，且A、B、C三点共线，则k=____ .

15．曲线$y = 2x - x^3$在点（1，1）处的切线方程为______________ .

16．已知在△ABC 中，∠ACB=90°，BC=3，AC=4，P 是 AB 上的点，则点 P 到 AC、BC 的距离乘积的最大值是____________

三. 解答题：共 74 分.

17．(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=2\sin^2 x+\sin 2x, x\in[0,2\pi]$. 求使 $f(x)$ 为正值的 x 的集合.

18．(本小题满分 12 分)

设甲、乙、丙三台机器是否需要照顾相互之间没有影响。已知在某一小时内，甲、乙都需要照顾的概率为 0.05，甲、丙都需要照顾的概率为 0.1，乙、丙都需要照顾的概率为 0.125，

（Ⅰ）求甲、乙、丙每台机器在这个小时内需要照顾的概率分别是多少；

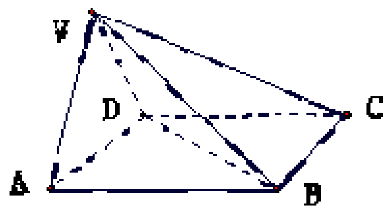
（Ⅱ）计算这个小时内至少有一台需要照顾的概率.

19．(本小题满分 12 分)

在四棱锥 V-ABCD 中，底面 ABCD 是正方形，侧面 VAD 是正三角形，平面 VAD⊥底面 ABCD.

（Ⅰ）证明 AB⊥平面 VAD；

（Ⅱ）求面 VAD 与面 VDB 所成的二面角的大小.



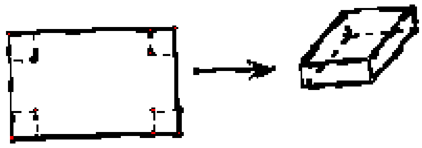
20．(本小题满分 12 分)

在等差数列$\{a_n\}$中，公差$d \neq 0, a_2$是a_1与a_4的等差中项.

已知数列$a_1, a_3, a_{k_1}, a_{k_2}, \cdots, a_{k_n}, \cdots$成等比数列，求数列$\{k_n\}$的通项$k_n$.

21． (本小题满分 12 分)

用长为 90cm,宽为 48cm 的长方形铁皮做一个无盖的容器,先在四角分别截去一个小正方形,然后把四边翻转 90° 角,再焊接而成(如图),问该容器的高为多少时,容器的容积最大?最大容积是多少?



22．（本小题满分 14 分)

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 两点在抛物线 $y=2x^2$ 上，l 是 AB 的垂直平分线，

（Ⅰ）当且仅当 x_1+x_2 取何值时，直线 l 经过抛物线的焦点 F？证明你的结论；

（Ⅱ）当 $x_1=1,x_2=-3$ 时，求直线 l 的方程.

2005年普通高等学校招生全国统一考试（四川）

数学（文）参考答案

一、DBBCA，CCBCD，BA

二、13、3，14、$-\frac{2}{3}$，15、x+y-2=0，16、12

三、解答题：

17．解：∵ $f(x)=1-\cos 2x+\sin 2x$ ……………2 分　　$=1+\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})$ ………4 分

$\therefore f(x)>0 \Leftrightarrow 1+\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})>0$

$\Leftrightarrow \sin(2x-\frac{\pi}{4})>-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ………………………………………………6 分

$\Leftrightarrow -\frac{\pi}{4}+2k\pi<2x-\frac{\pi}{4}<\frac{5\pi}{4}+2k\pi$ ……………………………8 分

$\Leftrightarrow k\pi<x<\frac{3\pi}{4}+k\pi$ ……………………………………………………10 分

又 $x\in[0,2\pi]$.　　∴ $x\in(0,\frac{3\pi}{4})\cup(\pi,\frac{7\pi}{4})$ ………………………12 分

18．解：（Ⅰ）记甲、乙、丙三台机器在一小时需要照顾分别为事件 A、B、C，……1 分

则 A、B、C 相互独立，

由题意得：　P（AB）=P(A)・P(B)=0.05

P（AC）=P(A)・P(C)=0.1

P（BC）=P(B)・P(C)=0.125………………………………………………………4 分

解得：P(A)=0.2；P(B)=0.25；P(C)=0.5

所以，甲、乙、丙每台机器在这个小时内需要照顾的概率分别是 0.2、0.25、0.5……6 分

（Ⅱ）∵A、B、C 相互独立，∴ $\overline{A}$、$\overline{B}$、$\overline{C}$ 相互独立，……………………………………7 分

∴甲、乙、丙每台机器在这个小时内需都不需要照顾的概率为

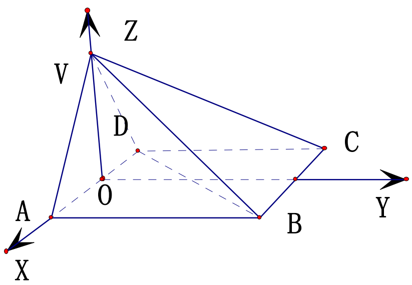
$P(\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C})=P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C})=0.8\times0.75\times0.5=0.3$

…………………………10 分

∴这个小时内至少有一台需要照顾的概率为

$p=1-P(\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C})=1-0.3=0.7$ ……12 分

19．证明：（Ⅰ）作 AD 的中点 O，则 VO⊥底面



ABCD. ······························1 分

建立如图空间直角坐标系，并设正方形边长为 1，······························2 分

则 A（$\frac{1}{2}$，0，0），B（$\frac{1}{2}$，1，0），C（$-\frac{1}{2}$，1，0），D（$-\frac{1}{2}$，0，0），V（0，0，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），

$\therefore \overrightarrow{AB}=(0,1,0),\overrightarrow{AD}=(1,0,0),\overrightarrow{AV}=(-\frac{1}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2})$ ·································3 分

由 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=(0,1,0)\cdot(1,0,0)=0\Rightarrow\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AD}$ ·······································4 分

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AV}=(0,1,0)\cdot(-\frac{1}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2})=0\Rightarrow\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AV}$ ·······································5 分

又 AB∩AV=A ∴AB⊥平面 VAD··6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $\overrightarrow{AB}=(0,1,0)$ 是面 VAD 的法向量·································7 分

设 $\vec{n}=(1,y,z)$ 是面 VDB 的法向量，则

$$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{VB}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(1,y,z)\cdot(-\frac{1}{2},1,-\frac{\sqrt{3}}{2})=0\\ (1,y,z)\cdot(-1,-1,0)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-1\\ z=-\frac{\sqrt{3}}{3}\end{cases}\Rightarrow\vec{n}=(1,-1,\frac{\sqrt{3}}{3})$$ ······9 分

$\therefore \cos<\overrightarrow{AB},\vec{n}>=\dfrac{(0,1,0)\cdot(1,-1,\frac{\sqrt{3}}{3})}{1\times\frac{\sqrt{21}}{3}}=-\frac{\sqrt{21}}{7}$， ·······································11 分

又由题意知，面 VAD 与面 VDB 所成的二面角，所以其大小为 $\arccos\frac{\sqrt{21}}{7}$ ············12 分

20．解：由题意得：$a_2^2=a_1a_4$ ···············1 分 即 $(a_1+d)^2=a_1(a_1+3d)$ ············3 分

又 $d\neq0,\therefore a_1=d$ ············4 分 又 $a_1,a_3,a_{k_1},a_{k_2},\cdots,a_{k_n},\cdots$ 成等比数列,

∴该数列的公比为 $q=\frac{a_3}{a_1}=\frac{3d}{d}=3$，·········6 分 所以 $a_{k_n}=a_1\cdot3^{n+1}$ ·········8 分

又 $a_{k_n}=a_1+(k_n-1)d=k_na_1$ ·······································10 分

$\therefore k_n=3^{n+1}$ 所以数列$\{k_n\}$的通项为$k_n=3^{n+1}$ ……………………………12 分

21．解：设容器的高为 x，容器的体积为 V，……………………………………………………1 分

则 V=（90－2x）（48－2x）x,(0<V<24)……………………………………………………5 分

=4x^3－276x^2+4320x　∵V′ =12 x^2－552x+4320……………………………………7 分

由 V′ =12 x^2－552x+4320=0 得 x_1=10，x_2=36

∵x<10 时，V′ >0,　10<x<36 时，V′ <0,　x>36 时，V′ >0,

所以,当 x=10,V 有极大值 V(10)=1960…………………………………………10 分

又 V(0)=0,V(24)=0,…………………………………………………………………11 分

所以当 x=10,V 有最大值 V(10)=1960…………………………………………………12 分

22．解：（Ⅰ）∵抛物线 $y=2x^2$，即 $x^2=\frac{y}{2},\therefore p=\frac{1}{4}$，

∴焦点为 $F(0,\frac{1}{8})$ ……………………………………………………………1 分

（1）直线l的斜率不存在时，显然有 $x_1+x_2=0$ ………………………………3 分

（2）直线l的斜率存在时，设为 k，　截距为 b

即直线l：y=kx+b　　由已知得：

$$\begin{cases}\frac{y_1+y_2}{2}=k\cdot\frac{x_1+x_2}{2}+b\\ \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{1}{k}\end{cases}$$ ……………5 分

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{2x_1^2+2x_2^2}{2}=k\cdot\frac{x_1+x_2}{2}+b\\ \frac{2x_1^2-2x_2^2}{x_1-x_2}=-\frac{1}{k}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x_1^2+x_2^2=k\cdot\frac{x_1+x_2}{2}+b\\ x_1+x_2=-\frac{1}{2k}\end{cases}$$ ……………7 分

$$\Rightarrow x_1^2+x_2^2=-\frac{1}{4}+b\ge 0\Rightarrow b\ge\frac{1}{4}$$

即l的斜率存在时，不可能经过焦点 $F(0,\frac{1}{8})$ ……………………………………8 分

所以当且仅当 x_1+x_2=0 时，直线l经过抛物线的焦点 F…………………………9 分

（Ⅱ）当 $x_1=1,x_2=-3$ 时，

直线l的斜率显然存在，设为l：y=kx+b………………………………10 分

则由（Ⅰ）得：

$$\begin{cases}x_1^2+x_2^2=k\cdot\frac{x_1+x_2}{2}+b\\ x_1+x_2=-\frac{1}{2k}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k\cdot\frac{x_1+x_2}{2}+b=10\\ -\frac{1}{2k}=-2\end{cases}$$ ………………………11 分

$$\Rightarrow \begin{cases} k=\dfrac{1}{4} \\ b=\dfrac{41}{4} \end{cases}$$ ……………………………………………13 分

所以直线 l 的方程为 $y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{41}{4}$，即 $x-4y+41=0$ ………………14 分