2005年普通高等学校招生全国统一考试（重庆卷）

数学试题卷（文史类）

数学试题（文史类）分选择题和非选择题两部分. 满分150分. 考试时间120分钟.

注意事项：

1．答题前，务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡规定的位置上。

2．答选择题时，必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其他答案标号。

3．答非选择题时，必须使用0.5毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上。

4．所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。

5．考试结束后，将试题卷和答题卡一并交回。

参考公式：

如果事件A、B互斥，那么P(A+B)=P(A)+P(B)

如果事件A、B相互独立，那么P(A·B)=P(A)·P(B)

如果事件A在一次试验中发生的概率是P，那么n次独立重复试验中恰好发生k次的概率$P_n(k)=C_n^kP^k(1-P)^{n-k}$

第一部分（选择题 共50分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分. 在每小题给出的四个备选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．圆$(x+2)^2+y^2=5$关于原点（0，0）对称的圆的方程为（　　）

A．$(x-2)^2+y^2=5$　　B．$x^2+(y-2)^2=5$

C．$(x+2)^2+(y+2)^2=5$　　D．$x^2+(y+2)^2=5$

2．$(\cos\frac{\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12})(\cos\frac{\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12})=$（　　）

A．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

3．若函数$f(x)$是定义在**R**上的偶函数，在$(-\infty,0]$上是减函数，且$f(x)=0$，则使得$f(x)<0$的x的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,2)$　　B．$(2,+\infty)$

C．$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$　　D．（－2，2）

4．设向量 ***a***=（－1，2），**b**=（2，－1），则（***a***·**b**）（***a***+**b**）等于　（　　）

A．（1，1）　B．（－4，－4）　C．－4　D．（－2，－2）

5．不等式组$\begin{cases}|x-2|<2,\\ \log_2(x^2-1)>1\end{cases}$的解集为　（　　）

A．$(0,\sqrt{3})$　B．$(\sqrt{3},2)$　C．$(\sqrt{3},4)$　D．$(2,4)$

6．已知α,β均为锐角，若$p:\sin\alpha<\sin(\alpha+\beta),q:\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$,则$p$是$q$的　（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．对于不重合的两个平面α与β，给定下列条件：

①存在平面γ，使得α、β都垂直于γ；

②存在平面γ，使得α、β都平等于γ；

③存在直线$l\subset\alpha$，直线$m\subset\beta$，使得$l // m$；

④存在异面直线 *l*、*m*，使得$l//\alpha,l//\beta,m//\alpha,m//\beta$.

其中，可以判定α与β平行的条件有　（　　）

A．1 个　B．2 个　C．3 个　D．4 个

8．若$(1+2x)^n$展开式中含x^3的项的系数等于含 x 的项的系数的 8 倍，则 n 等于　（　　）

A．5　B．7　C．9　D．11

9．若动点(x,y)在曲线$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$上变化，则$x^2+2y$的最大值为　（　　）

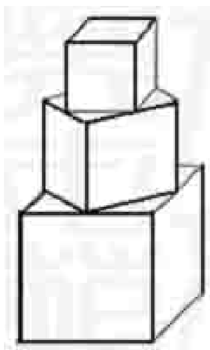
A．$\begin{cases}\frac{b^2}{4}+4 & (0<b<4)\\ 2b & (b\ge4)\end{cases}$　　B．$\begin{cases}\frac{b^2}{4}+4 & (0<b<2)\\ 2b & (b\ge2)\end{cases}$

C．$\frac{b^2}{4}+4$　　D．$2b$

10．有一塔形几何体由若干个正方体构成，构成方式如图所示，上层正方体下底面的四个顶点是下层正方体上底面各连接中点，已知最底层正方体的棱长为 2，且该塔形的表面积（含最底层正方体的底面面积）超过 39，则该塔形中正方体的个数至少是　（　　）

A．4　B．5

C．6　D．7



第二部分（非选择题　共 100 分）

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.

11．若集合 $A=\{x\in R\mid x^2-4x+3<0\},B=\{x\in R\mid (x-2)(x-5)<0\}$，则 $A\cap B=$

____________________.

12．曲线 $y=x^3$ 在点（1，1）处的切线与 x 轴、直线 $x=2$ 所围成的三角形的面积为______.

13．已知 α,β 均为锐角，且 $\cos(\alpha+\beta)=\sin(\alpha-\beta)$, 则 $\tan\alpha=$__________.

14．若 $x^2+y^2=4$, 则 $x-y$ 的最大值是_____________.

15．若 10 把钥匙中只有 2 把能打开某锁，则从中任取 2 把能将该锁打开的概率为_________.

16．已知 $A(-\frac{1}{2},0),B$ 是圆 $F:(x-\frac{1}{2})^2+y^2=4$（$F$ 为圆心）上一动点，线段 AB 的垂直平分线交 BF 于 P，则动点 P 的轨迹方程为________________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 76 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 13 分）

若函数 $f(x)=\dfrac{1+\cos 2x}{2\sin(\frac{\pi}{2}-x)}+\sin x+a^2\sin(x+\frac{\pi}{4})$ 的最大值为 $\sqrt{2}+3$，试确定常数 a 的值.

18.（本小题满分 13 分）

加工某种零件需经过三道工序，设第一、二、三道工序的合格率分别为 $\frac{9}{10}$、$\frac{8}{9}$、$\frac{7}{8}$，且各道工序互不影响.

（Ⅰ）求该种零件的合格率；

（Ⅱ）从该种零件中任取 3 件，求恰好取到一件合格品的概率和至少取到一件合格品的概率.

19.（本小题满分 13 分）

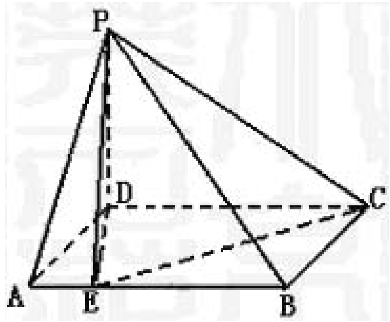
设函数 $f(x)=2x^3-3(a+1)x^2+6ax+8,$ 其中 $a\in\mathbf{R}$.

（1）若 $f(x)$ 在 $x=3$ 处取得极值，求常数 a 的值；

（2）若 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上为增函数，求 a 的取值范围.

20．（本小题满分 13 分）

如图，在四棱锥 P—ABCD 中，底面 ABCD 为矩形，PD⊥底面 ABCD，E 是 AB 上一点，PE⊥EC. 已知 $PD=\sqrt{2}, CD=2, AE=\frac{1}{2},$ 求



（Ⅰ）异面直线 PD 与 EC 的距离；

（Ⅱ）二面角 E—PC—D 的大小.

21．（本小题满分 12 分）

已知中心在原点的双曲线 C 的右焦点为（2，0），右顶点为 $(\sqrt{3},0)$

（1）求双曲线 C 的方程；

（2）若直线 $l: y=kx+\sqrt{2}$ 与双曲线 C 恒有两个不同的交点 A 和 B，且 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}>2$（其中 O 为原点）. 求 k 的取值范围.

22．（本小题满分 12 分）

数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$ 且 $8a_{n+1}a_n-16a_{n+1}+2a_n+5=0(n\ge 1).$ 记 $b_n=\dfrac{1}{a_n-\frac{1}{2}}(n\ge 1).$

（Ⅰ）求 b_1、b_2、b_3、b_4 的值；

（Ⅱ）求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式及数列 $\{a_nb_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

2005年高考数学试题（文史类）答案（重庆卷）

一、选择题：每小题5分，满分50分.

1.A　2.D　3.D　4.B　5.C　6.B　7.B　8.A　9.A　10.C

二、填空题：每小题4分，满分24分.

11．$\{x \mid 2 < x < 3\}$　12．$\frac{8}{3}$　13．1　14．$2\sqrt{2}$　15．$\frac{17}{45}$　16．$x^2 + \frac{4}{3}y^2 = 1$

三、解答题：满分76分.

17．（本小题13分）

解：$f(x) = \dfrac{1+2\cos^2 x - 1}{2\sin(\frac{\pi}{2} - x)} + \sin x + a^2 \sin(x + \frac{\pi}{4})$

$= \dfrac{2\cos^2 x}{2\cos x} + \sin x + a^2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin x + \cos x + a^2 \sin(x + \frac{\pi}{4})$

$= \sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4}) + a^2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) = (\sqrt{2} + a^2)\sin(x + \frac{\pi}{4})$

因为 $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{2} + 3, \sin(x + \frac{\pi}{4})$ 的最大值为1，则 $\sqrt{2} + a^2 = \sqrt{2} + 3,$

所以 $a = \pm\sqrt{3},$

18．（本小题13分）

（Ⅰ）解：$P = \frac{9}{10} \times \frac{8}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{10}$；

（Ⅱ）解法一：　该种零件的合格品率为 $\frac{7}{10}$，由独立重复试验的概率公式得：

恰好取到一件合格品的概率为　$C_3^1 \cdot \frac{7}{10} \cdot (\frac{3}{10})^2 = 0.189$，

至少取到一件合格品的概率为　$1 - (\frac{3}{10})^3 = 0.973.$

解法二：

恰好取到一件合格品的概率为 $C_3^1 \cdot \frac{7}{10} \cdot (\frac{3}{10})^2 = 0.189$，

至少取到一件合格品的概率为　$C_3^1 \cdot \frac{7}{10} \cdot (\frac{3}{10})^2 + C_3^2 (\frac{7}{10})^2 \cdot \frac{3}{10} + C_3^3 (\frac{7}{10})^3 = 0.973.$

19．（本小题13分）

解：（Ⅰ）$f'(x) = 6x^2 - 6(a+1)x + 6a = 6(x-a)(x-1).$

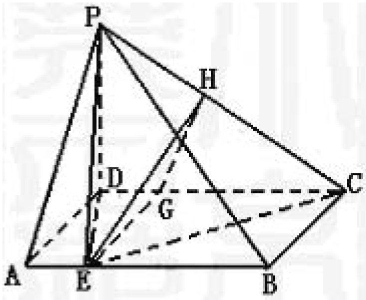
因 $f(x)在x = 3$ 取得极值，　所以 $f'(3) = 6(3-a)(3-1) = 0.$　解得 $a = 3.$

经检验知当 $a=3$时, $x=3$为$f(x)$ 为极值点.

（Ⅱ）令 $f'(x)=6(x-a)(x-1)=0$得$x_1=a, x_2=1$.

当 $a<1$时, 若$x\in(-\infty,a)\cup(1,+\infty)$, 则$f'(x)>0$, 所以$f(x)$在$(-\infty,a)$ 和 $(1,+\infty)$ 上为增函数，故当 $0\le a<1$时, $f(x)$在$(-\infty,0)$ 上为增函数.

当 $a\ge 1$时, 若$x\in(-\infty,1)\cup(a,+\infty)$, 则$f'(x)>0$, 所以$f(x)$在$(-\infty,1)$和$(a,+\infty)$ 上为增函数，从而 $f(x)$在$(-\infty,0]$上也为增函数.



综上所述，当 $a\in[0,+\infty)$时, $f(x)$在$(-\infty,0)$ 上为增函数.

20.（本小题 13 分）

解法一：

（Ⅰ）因 PD⊥底面，故 PD⊥DE，又因 EC⊥PE，且 DE 是 PE 在面 ABCD 内的射影，由三垂直线定理的逆定理知 EC⊥DE，因此 DE 是异面直线 PD 与 EC 的公垂线.

设 DE=x，因△DAE∽△CED，故 $\dfrac{x}{AE}=\dfrac{CD}{x}$, 即$x^2=1, x=\pm 1$（负根舍去）.

从而 DE=1，即异面直线 PD 与 EC 的距离为 1.

（Ⅱ）过 E 作 EG⊥CD 交 CD 于 G，作 GH⊥PC 交 PC 于 H，连接 EH. 因 PD⊥底面，故 PD⊥EG，从而 EG⊥面 PCD.

因 GH⊥PC，且 GH 是 EH 在面 PDC 内的射影，由三垂线定理知 EH⊥PC.

因此∠EHG 为二面角的平面角.

在面 PDC 中，PD=$\sqrt{2}$，CD=2，GC=$2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$,

因△PDC∽△GHC，故 $GH=PD\cdot\dfrac{CG}{PC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

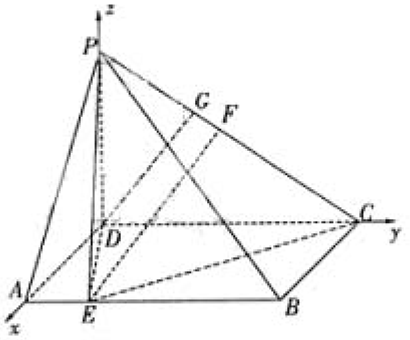
又 $EG=\sqrt{DE^2-DG^2}=\sqrt{1^2-(\frac{1}{2})^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

故在 $Rt\Delta EHG$中, $GH=EG$, 因此$\angle EHG=\dfrac{\pi}{4}$,

即二面角 E—PC—D 的大小为$\dfrac{\pi}{4}$.

解法二：

（Ⅰ）以 D 为原点，$\overrightarrow{DA}$、$\overrightarrow{DC}$、$\overrightarrow{DP}$ 分别为 x、y、z 轴建立空间直角坐标系.



由已知可得 D（0，0，0），P（0，0，$\sqrt{2}$），

C（0，2，0）设 $A(x,0,0)(x>0),$则$B(x,2,0),$

$E(x,\frac{1}{2},0),\overrightarrow{PE}=(x,\frac{1}{2},-\sqrt{2}),\overrightarrow{CE}=(x,-\frac{3}{2},0).$ 由 $PE\perp CE$得$\overrightarrow{PE}\cdot\overrightarrow{CE}=0$，

即 $x^2-\frac{3}{4}=0,$故$x=\frac{\sqrt{3}}{2}.$ 由 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CE}=(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},0)\cdot(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{3}{2},0)=0$得$DE\perp CE$，

又 PD⊥DE，故 DE 是异面直线 PD 与 CE 的公垂线，易得$|\overrightarrow{DE}|=1$，故异面直线 PD、CE 的距离为 1.

（Ⅱ）作 DG⊥PC，可设 G（0，y，z）.由 $\overrightarrow{DG}\cdot\overrightarrow{PC}=0$ 得 $(0,y,z)\cdot(0,2,-\sqrt{2})=0$

即 $z=\sqrt{2}y,$故可取$\overrightarrow{DG}=(0,1,\sqrt{2}),$ 作 EF⊥PC 于 F，设 F（0，m，n），

则 $\overrightarrow{EF}=(-\frac{\sqrt{3}}{2},m-\frac{1}{2},n).$

由 $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{PC}=0$得$(-\frac{\sqrt{3}}{2},m-\frac{1}{2},n)\cdot(0,2,-\sqrt{2})=0,$即$2m-1-\sqrt{2}n=0$，

又由 F 在 PC 上得 $n=-\frac{\sqrt{2}}{2}m+\sqrt{2},$故$m=1,n=\frac{\sqrt{2}}{2},\overrightarrow{EF}=(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}).$

因 $\overrightarrow{EF}\perp\overrightarrow{PC},\overrightarrow{DG}\perp\overrightarrow{PC},$ 故平面 E—PC—D 的平面角θ的大小为向量$\overrightarrow{EF}$与$\overrightarrow{DG}$的夹角.

故 $\cos\theta=\frac{\overrightarrow{DG}\cdot\overrightarrow{EF}}{|\overrightarrow{DG}||\overrightarrow{EF}|}=\frac{\sqrt{2}}{2},\theta=\frac{\pi}{4},$ 即二面角 E—PC—D 的大小为 $\frac{\pi}{4}.$

21.（本小题 12 分）

解：（Ⅰ）设双曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (a>0,b>0).$

由已知得 $a=\sqrt{3},c=2,$再由$a^2+b^2=2^2,$得$b^2=1.$

故双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{3}-y^2=1.$

（Ⅱ）将 $y=kx+\sqrt{2}$代入$\frac{x^2}{3}-y^2=1$得 $(1-3k^2)x^2-6\sqrt{2}kx-9=0.$

由直线 l 与双曲线交于不同的两点得 $\begin{cases}1-3k^2\neq 0,\\ \Delta=(6\sqrt{2}k)^2+36(1-3k^2)=36(1-k^2)>0.\end{cases}$

即 $k^2\neq\dfrac{1}{3}$ 且 $k^2<1.$ ① 设 $A(x_A,y_A),B(x_B,y_B)$，则

$x_A+x_B=\dfrac{6\sqrt{2}k}{1-3k^2},x_Ax_B=\dfrac{-9}{1-3k^2}$,由 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}>2$ 得 $x_Ax_B+y_Ay_B>2,$

而 $x_Ax_B+y_Ay_B=x_Ax_B+(kx_A+\sqrt{2})(kx_B+\sqrt{2})=(k^2+1)x_Ax_B+\sqrt{2}k(x_A+x_B)+2$

$=(k^2+1)\dfrac{-9}{1-3k^2}+\sqrt{2}k\dfrac{6\sqrt{2}k}{1-3k^2}+2=\dfrac{3k^2+7}{3k^2-1}.$

于是 $\dfrac{3k^2+7}{3k^2-1}>2$,即 $\dfrac{-3k^2+9}{3k^2-1}>0$,解此不等式得

$\dfrac{1}{3}<k^2<3.$ ②

由①、②得 $\dfrac{1}{3}<k^2<1.$

故 k 的取值范围为 $(-1,-\dfrac{\sqrt{3}}{3})\cup(\dfrac{\sqrt{3}}{3},1).$

22．（本小题 12 分）解法一：

（I） $a_1=1$,故 $b_1=\dfrac{1}{1-\frac{1}{2}}=2;$

$a_2=\dfrac{7}{8}$,故 $b_2=\dfrac{1}{\frac{7}{8}-\frac{1}{2}}=\dfrac{8}{3};$

$a_3=\dfrac{3}{4}$,故 $b_3=\dfrac{1}{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}}=4;$

$a_4=\dfrac{13}{20}$,故 $b_4=\dfrac{20}{3}.$

（II）因 $(b_1-\dfrac{4}{3})(b_3-\dfrac{4}{3})=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{8}{3}=(\dfrac{4}{3})^2$，

$(b_2-\dfrac{4}{3})^2=(\dfrac{4}{3})^2,(b_1-\dfrac{4}{3})(b_3-\dfrac{4}{3})=(b_2-\dfrac{4}{3})^2$

故猜想 $\{b_n-\dfrac{4}{3}\}$ 是首项为 $\dfrac{2}{3}$,公比 $q=2$ 的等比数列.

因 $a_n \neq 2$，（否则将 $a_n = 2$ 代入递推公式会导致矛盾）

故$a_{n+1} = \dfrac{5+2a}{16-8a_n}(n \geq 1).$

因$b_{n+1} - \dfrac{4}{3} = \dfrac{1}{a_{n+1}-\dfrac{1}{2}} - \dfrac{4}{3} = \dfrac{16-8a_n}{6a_n-3} - \dfrac{4}{3} = \dfrac{20-16a_n}{6a_n-3},$

$2(b_n - \dfrac{4}{3}) = \dfrac{2}{a_n - \dfrac{1}{2}} - \dfrac{8}{3} = \dfrac{20-16a_n}{6a_n-3} = b_{n+1} - \dfrac{4}{3}, b_1 - \dfrac{4}{3} \neq 0,$

故$|b_n - \dfrac{4}{3}|$确是公比为$q = 2$的等比数列.

因$b_1 - \dfrac{4}{3} = \dfrac{2}{3}$,故$b_n - \dfrac{4}{3} = \dfrac{1}{3} \cdot 2^n$，$b_n = \dfrac{1}{3} \cdot 2^n + \dfrac{4}{3}(n \geq 1)$　由$b_n = \dfrac{1}{a_n - \dfrac{1}{2}}$得$a_n b_n = \dfrac{1}{2} b_n + 1,$

故$S_n = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$

$= \dfrac{1}{2}(b_1 + b_2 + \cdots + b_n) + n$

$= \dfrac{\frac{1}{3}(1-2^n)}{1-2} + \dfrac{5}{3}n$

$= \dfrac{1}{3}(2^n + 5n - 1)$

解法二：

（Ⅰ）由 $b_n = \dfrac{1}{a_n - \dfrac{1}{2}}$得$a_n = \dfrac{1}{b_n} + \dfrac{1}{2}$,代入递推关系$8a_{n+1}a_n - 16a_{n+1} + 2a_n + 5 = 0,$

整理得$\dfrac{4}{b_{n+1}b_n} - \dfrac{6}{b_{n+1}} + \dfrac{3}{b_n} = 0$,即$b_{n+1} = 2b_n - \dfrac{4}{3},$

由$a_1 = 1$,有$b_1 = 2$,所以$b_2 = \dfrac{8}{3}, b_3 = 4, b_4 = \dfrac{20}{3}.$

（Ⅱ）由 $b_{n+1} = 2b_n - \dfrac{4}{3}, b_{n+1} - \dfrac{4}{3} = 2(b_n - \dfrac{4}{3}), b_1 - \dfrac{4}{3} = \dfrac{2}{3} \neq 0,$

所以$\{b_n - \dfrac{4}{3}\}$是首项为$\dfrac{2}{3}$,公比$q = 2$的等比数列,故

$b_n-\frac{4}{3}=\frac{1}{3}\cdot 2^n$,即$b_n=\frac{1}{3}\cdot 2^n+\frac{4}{3}(n\ge 1)$.

由$b_n=\frac{1}{a_n-\frac{1}{2}}$得$a_nb_n=\frac{1}{2}b_n+1$,

故$S_n=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n$

$=\frac{1}{2}(b_1+b_2+\cdots+b_n)+n$

$=\frac{\frac{1}{3}(1-2^n)}{1-2}+\frac{5}{3}n$

$=\frac{1}{3}(2^n+5n-1)$.

解法三:

(Ⅰ)同解法一

(Ⅱ)$b_2-b_1=\frac{2}{3},b_3-b_2=\frac{4}{3},b_4-b_3=\frac{8}{3},\frac{2}{3}\times\frac{8}{3}=(\frac{4}{3})^2$

猜想$\{b_{n+1}-b_n\}$是首项为$\frac{2}{3}$,公比$q=2$的等比数列,$b_{n+1}-b_n=\frac{1}{3}\cdot 2^n$

又因$a_n\ne 2$,故$a_{n+1}=\frac{5+2a_n}{16-8a_n}(n\ge 1)$.因此

$$b_{n+1}-b_n=\frac{1}{a_{n+1}-\frac{1}{2}}-\frac{1}{a_n-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\frac{5+2a_n}{16-8a_n}-\frac{1}{2}}-\frac{2}{2a_n-1}$$

$$=\frac{16-8a_n}{6a_n-3}-\frac{6}{6a_n-3}=\frac{10-8a_n}{6a_n-3};$$

$$b_{n+2}-b_{n+1}=\frac{1}{a_{n+2}-\frac{1}{2}}-\frac{1}{a_{n+1}-\frac{1}{2}}=\frac{16-8a_{n+1}}{6a_{n+1}-3}-\frac{16-8a_n}{6a_n-3}$$

$$=\frac{36-24a_n}{6a_n-3}-\frac{16-8a_n}{6a_n-3}=\frac{20-16a_n}{6a_n-3}=2(b_{n+1}-b_n).$$

因$b_2-b_1=\frac{2}{3}\ne 0$,$\{b_{n+1}-b_n\}$是公比$q=2$的等比数列,$b_{n+1}-b_n=\frac{1}{3}\cdot 2^n$,

从而$b_n=(b_n-b_{n-1})+(b_{n-1}-b_{n-2})+\cdots+(b_2-b_1)+b_1$

$=\frac{1}{3}(2^{n-1}+2^{n-2}+\cdots+2^{1})+2$

$=\frac{1}{3}(2^{n}-2)+2=\frac{1}{3}\cdot 2^{n}+\frac{4}{3}(n\geq 1).$

由$b_n=\dfrac{1}{a_n-\frac{1}{2}}$得$a_nb_n=\frac{1}{2}b_n+1,$

故$S_n=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n$