2012年普通高等学校招生全国统一考试

数学（文科）

本试题卷分选择题和非选择题两部分。全卷共 4 页，选择题部分 1 至 3 页，非选择题部分 3 至 4 页。满分 150 分，考试时间 120 分钟。

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分（共 50 分）

注意事项：

1.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试卷和答题纸规定的位置上。

2.每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

参考公式

球体的面积公式

$S=4\pi R^2$ 球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$ 其中 R 表示球的半径

锥体的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$ 其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高

柱体体积公式 V=Sh

其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高

台体的体积公式

$V=\frac{1}{3}h(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)$

其中 S_1，S_2 分别表示台体的上、下面积，h 表示台体的高

如果事件 A,B 互斥 ，那么

P(A+B)=P(A)+P(B)

一 、选择题： 本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1 设全集 U={1，2，3，4，5，6} ，设集合 P={1，2，3，4} Q{3，4，5}，则 P∩（C_UQ）=

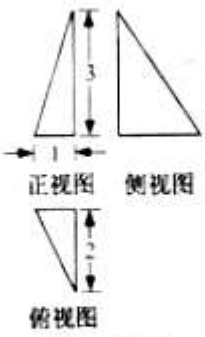
A.{1，2，3，4，6}　　　　B.{1，2，3，4，5}

C.{1，2，5}　　　　D.{1,2}

2. 已知i是虚数单位，则$\frac{3+i}{1-i}$=

A 1-2i　　B 2-i　　C 2+i　　D 1+2i

3.已知某三棱锥的三视图（单位：cm）如图所示，则该三棱锥的体积是



（第3题图）

A.1cm^3　　B.2cm^3　　C.3cm^3　　D.6cm^3

4 设 a∈R ，则“a＝1”是“直线 l_1：ax+2y-1=0 与直线 l_2 ：x+2y+4=0 平行 的

A 充分不必要条件　　B 必要不充分条件

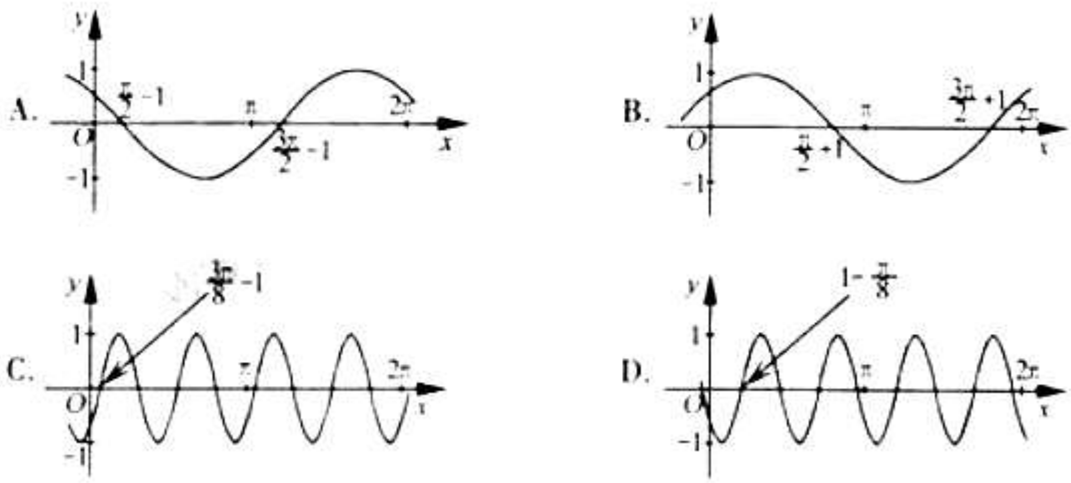
C 充分必要条件　　D 既不充分也不必要条件

5.设 l 是直线，a，β 是两个不同的平面

A.若 l∥a,l∥β，则 a∥β　　B.若 l∥a，l⊥β，则 a⊥β

C.若 a⊥β,l⊥a,则 l⊥β　　D.若 a⊥β, l⊥a,则 l⊥β

6. 把函数 y=cos2x+1 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），然后向左平移 1 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度，得到的图像是



7. 设 a，b 是两个非零向量。

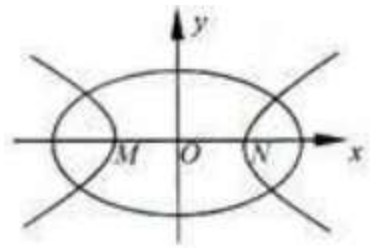
A. 若|a+b|=|a|-|b|，则 a⊥b

B. 若 a⊥b，则|a+b|=|a|-|b|

C. 若|a+b|=|a|-|b|，则存在实数λ，使得 b=λa

D. 若存在实数λ，使得 b=λa，则|a+b|=|a|-|b|

8.如图，中心均为原点 O 的双曲线与椭圆有公共焦点，M，N 是双曲线的两顶点。若 M，O，N 将椭圆长轴四等分，则双曲线与椭圆的离心率的比值是



（第 8 题图）

A.3　　　B.2　　　C. $\sqrt{3}$　　　D. $\sqrt{2}$

9.若正数 x，y 满足 x+3y=5xy，则 3x+4y 的最小值是

A. $\frac{24}{5}$　　　B. $\frac{28}{5}$　　　C. 5　　　D.6

10.设 a＞0，b＞0，e 是自然对数的底数

A.若 $e^a+2a=e^b+3b$，则 a＞b

B.若 $e^a+2a=e^b+3b$，则 a＜b

C.若 $e^a-2a=e^b-3b$，则 a＞b

D. 若 $e^a-2a=e^b-3b$，则 a＜b

2012 年普通高等学校招生全国统一考试

数　学（文科）

非选择题部分（共 100 分）

注意事项：

1.用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

2.在答题纸上作图，可先使用 2B 铅笔，确定后必须使用黑色自拟的签字笔或钢笔描黑。

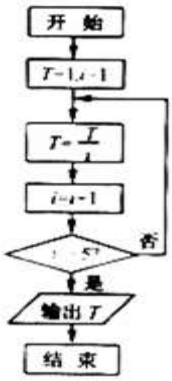
二、填空题:本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分。

11.某个年级有男生 560 人，女生 420 人，用分层抽样的方法从该年级全体学生中抽取一个容量为 280 的样本，则此样本中男生人数为____________.

12.从边长为 1 的正方形的中心和顶点这五点中，随机（等可能）取两点，则该两点间的距

离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的概率是___________。

13.若某程序框图如图所示，则该程序运行后输出的值是___________。



（第 13 题图）

14.设 z=x+2y，其中实数 x，y 满足 $\begin{cases} x-y+1\geqslant 0, \\ x+y-2\leqslant 0, \\ x\geqslant 0, \\ y\geqslant 0, \end{cases}$ 则 z 的取值范围是_________。

15.在△ABC 中，M 是 BC 的中点，AM=3，BC=10，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ =________.

16.设函数 f（x）是定义在 R 上的周期为 2 的偶函数，当 x∈[0，1]时，f（x）=x＋1，则 f（$\frac{3}{2}$）=_______________。

17. 定义：曲线C上的点到直线l的距离的最小值称为曲线C到直线l的距离，已知曲线C_1：$y=x^2+a$ 到直线l:y=x的距离等于曲线C_2：$x^2+(y+4)^2=2$到直线l:y=x的距离，则实数a=_______。

三、解答题：本大题共 5 小题，共 72 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18.（本题满分 14 分）在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a，b，c，且 bsinA=$\sqrt{3}$acosB。

（1）求角 B 的大小；

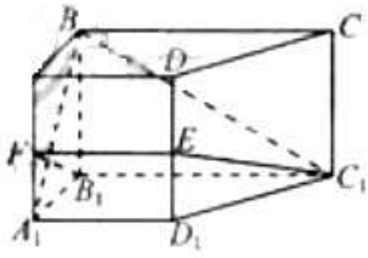
（2）若 b=3，sinC=2sinA，求 a，c 的值。

19. （本题满分 14 分）已知数列{a_n}的前 n 项和为 S_n，且 S_n=2n2+n，n∈N＊，数列{b_n}满足 $a_n=4\log_2 b_n+3$，n∈N＊。

（1）求 a_n，b_n；

（2）求数列$\{a_n \cdot b_n\}$的前 n 项和 T_n。

20. （本题满分 15 分）如图，在侧棱锥垂直底面的四棱锥 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AD \parallel BC$，$AD \perp AB$，$AB=\sqrt{2}$。$AD=2$，$BC=4$，$AA_1=2$，E 是 DD_1 的中点，F 是平面 B_1C_1E 与直线 AA_1 的交点。



（第 20 题图）

（1）证明：（i）$EF \parallel A_1D_1$；

（ii）$BA_1 \perp$ 平面 B_1C_1EF；

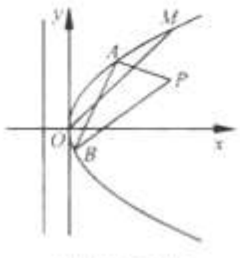
（2）求 BC_1 与平面 B_1C_1EF 所成的角的正弦值。

21.（本题满分 15 分）已知 a∈R，函数 $f(x)=4x^3-2ax+a.$

（1）求 f(x)的单调区间

（2）证明：当 $0 \leqslant x \leqslant 1$ 时，$f(x)+|2-a|>0$.

22. （本题满分 14 分）如图，在直角坐标系 xOy 中，点 P（1，$\frac{1}{2}$）到抛物线 C：y2=2px（P＞0）的准线的距离为$\frac{5}{4}$。点 M（t，1）是 C 上的定点，A，B 是 C 上的两动点，且线段 AB 被直线 OM 平分。



（第 22 题图）

（1）求 p,t 的值。

（2）求△ABP 面积的最大值。

（Ⅱ）求△ABP面积的最大值。

数学（文科）试题参考答案

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算。每小题5分，满分50分。

1. D　2. D　3. A　4. C　5. B　6. A　7. C　8. B　9. C　10. A

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算。每小题4分，满分28分。

11. 160　12. $\frac{2}{5}$　13. $\frac{1}{120}$　14. $[0,\frac{7}{2}]$

15. -16　16. $\frac{3}{2}$　17. $\frac{9}{4}$

三、解答题：本大题共5小题，共72分。

18. 本题主要考查正、余弦定理及三角运算等基础知识，同时考查运算求解能力。满分14分。

（Ⅰ）由 $b\sin A=\sqrt{3}a\cos B$ 及正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，得

$$\sin B=\sqrt{3}\cos B,$$

所以

$$\tan B=\sqrt{3},$$

所以

$$B=\frac{\pi}{3}.$$

（Ⅱ）由 $\sin C=2\sin A$ 及 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，得

$$c=2a.$$

由 $b=3$ 及余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，得

$$9=a^2+c^2-ac.$$

所以

$$a=\sqrt{3},\ c=2\sqrt{3}.$$

19. 本题主要考查等差、等比数列的概念,通项公式及求和公式等基础知识,同时考查运算求解能力。满分14分。

(Ⅰ)由 $S_n=2n^2+n$,得

当 $n=1$ 时,

$$a_1=S_1=3;$$

当 $n\geq 2$ 时,

$$a_n=S_n-S_{n-1}=4n-1.$$

所以

$$a_n=4n-1, n\in \mathbf{N}^*.$$

由 $4n-1=a_n=4\log_2 b_n+3$,得

$$b_n=2^{n-1}, n\in \mathbf{N}^*.$$

(Ⅱ)由(Ⅰ)知

$$a_nb_n=(4n-1)\cdot 2^{n-1}, n\in \mathbf{N}^*,$$

所以

$$T_n=3+7\times 2+11\times 2^2+\cdots+(4n-1)\cdot 2^{n-1},$$
$$2T_n=3\times 2+7\times 2^2+\cdots+(4n-5)\cdot 2^{n-1}+(4n-1)\cdot 2^n,$$

所以

$$2T_n-T_n=(4n-1)2^n-[3+4(2+2^2+\cdots+2^{n-1})]$$
$$=(4n-5)2^n+5.$$

故

$$T_n=(4n-5)2^n+5, n\in \mathbf{N}^*.$$

20. 本题主要考查空间点、线、面位置关系,线面所成角等基础知识,同时考查空间想象能力和推理论证能力。满分15分。

(Ⅰ)(i)因为 $C_1B_1 /\!/ A_1D_1$,$C_1B_1 \not\subset$ 平面 ADD_1A_1,所以

$$C_1B_1 /\!/ \text{平面 } A_1D_1DA.$$

又因为平面 $B_1C_1EF\cap$ 平面 $A_1D_1DA=EF$,所以

$$C_1B_1 /\!/ EF,$$

所以

$$A_1D_1 /\!/ EF.$$

(ii)因为 $BB_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$,所以

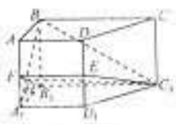
$$BB_1\perp B_1C_1.$$

又因为 $B_1C_1\perp B_1A_1$,所以

$$B_1C_1\perp \text{平面 } ABB_1A_1,$$

所以

$$B_1C_1\perp BA_1.$$



(第20题图)

在矩形 ABB_1A_1 中,F 是 AA_1 的中点,$\tan\angle A_1B_1F=\tan\angle AA_1B=\frac{\sqrt{2}}{2}$,即

$$\angle A_1B_1F=\angle AA_1B.$$

故

$$BA_1\perp B_1F.$$

所以

$$BA_1\perp \text{平面 } B_1C_1EF.$$

(Ⅱ)设 BA_1 与 B_1F 交点为 H,连结 C_1H.

由(Ⅰ)知 $BA_1\perp$ 平面 B_1C_1EF,所以 $\angle BC_1H$ 是 BC_1 与面 B_1C_1EF 所成的角.

在矩形 AA_1B_1B 中,$AB=\sqrt{2}$,$AA_1=2$,得

$$BH=\frac{4}{\sqrt{6}}.$$

在直角 $\triangle BHC_1$ 中,$BC_1=2\sqrt{5}$,$BH=\frac{4}{\sqrt{6}}$,得

$$\sin\angle BC_1H=\frac{BH}{BC_1}=\frac{\sqrt{30}}{15}.$$

所以 BC_1 与平面 B_1C_1EF 所成角的正弦值是 $\frac{\sqrt{30}}{15}$.

21. 本题主要考查利用导数研究函数的单调性等性质，及导数应用等基础知识，同时考查抽象概括、推理论证能力。满分 15 分。

（Ⅰ）由题意得 $f'(x)=12x^2-2a$.

当 $a\leqslant0$ 时，$f'(x)\geqslant0$ 恒成立，此时 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty,+\infty)$.

当 $a>0$ 时，$f'(x)=12(x-\sqrt{\frac{a}{6}})(x+\sqrt{\frac{a}{6}})$，此时

函数 $f(x)$ 的单调递增区间为

$$(-\infty,-\sqrt{\frac{a}{6}}]\text{ 和 }[\sqrt{\frac{a}{6}},+\infty),$$

单调递减区间为

$$[-\sqrt{\frac{a}{6}},\sqrt{\frac{a}{6}}].$$

（Ⅱ）由于 $0\leqslant x\leqslant1$，故

当 $a\leqslant2$ 时，

$$\begin{aligned}f(x)+|a-2|&=4x^3-2ax+2\\&\geqslant4x^3-4x+2.\end{aligned}$$

当 $a>2$ 时，

$$\begin{aligned}f(x)+|a-2|&=4x^3+2a(1-x)-2\\&\geqslant4x^3+4(1-x)-2\\&=4x^3-4x+2.\end{aligned}$$

设 $g(x)=2x^3-2x+1$，$0\leqslant x\leqslant1$，则

$$g'(x)=6x^2-2=6(x-\frac{\sqrt{3}}{3})(x+\frac{\sqrt{3}}{3}),$$

于是

x	0	$(0,\frac{\sqrt{3}}{3})$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$(\frac{\sqrt{3}}{3},1)$	1
$g'(x)$		−	0	+	
$g(x)$	1	减	极小值	增	1

所以，$g(x)_{\min}=g(\frac{\sqrt{3}}{3})=1-\frac{4\sqrt{3}}{9}>0$.

所以

$$\text{当 }0\leqslant x\leqslant1\text{ 时}，2x^3-2x+1>0.$$

故

$$f(x)+|a-2|\geqslant4x^3-4x+2>0.$$

22. 本题主要考查抛物线几何性质，直线与抛物线的位置关系，同时考查解析几何的基本思想方法和运算求解能力。满分 14 分。

（Ⅰ）由题意知

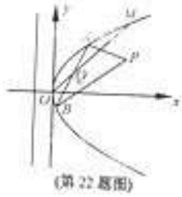
$$\begin{cases}2pt=1,\\1+\frac{p}{2}=\frac{5}{4}.\end{cases}$$

得

$$\begin{cases} p=\dfrac{1}{2}, \\ t=1. \end{cases}$$

（Ⅱ）设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，线段 AB 的中点为 $Q(m,m)$．

由题意知，设直线 AB 的斜率为 $k(k\neq 0)$．



（第 22 题图）

由 $\begin{cases} y_1^2=x_1, \\ y_2^2=x_2, \end{cases}$ 得

$$(y_1-y_2)(y_1+y_2)=x_1-x_2,$$

故

$$k\cdot 2m=1,$$

所以直线 AB 方程为

$$y-m=\frac{1}{2m}(x-m),$$

即

$$x-2my+2m^2-m=0.$$

由 $\begin{cases} x-2my+2m^2-m=0, \\ y^2=x \end{cases}$ 消去 x，整理得

$$y^2-2my+2m^2-m=0,$$

所以

$$\Delta=4m-4m^2>0，\ y_1+y_2=2m，\ y_1\cdot y_2=2m^2-m.$$

从而

$$|AB|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\cdot|y_1-y_2|=\sqrt{1+4m^2}\cdot\sqrt{4m-4m^2}.$$

设点 P 到直线 AB 的距离为 d，则

$$d=\frac{|1-2m+2m^2|}{\sqrt{1+4m^2}}.$$

设 $\triangle ABP$ 的面积为 S，则

$$S=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=|1-2(m-m^2)|\cdot\sqrt{m-m^2}.$$

由 $\Delta=4m-4m^2>0$，得 $0<m<1$．

令 $u=\sqrt{m-m^2}$，$0<u\leqslant\frac{1}{2}$，则

$$S=u(1-2u^2).$$

设 $S(u)=u(1-2u^2)$，$0<u\leqslant\frac{1}{2}$，则 $S'(u)=1-6u^2$．

由 $S'(u)=0$，得 $u=\frac{\sqrt{6}}{6}\in(0,\frac{1}{2})$，所以

$$S(u)_{\max}=S(\frac{\sqrt{6}}{6})=\frac{\sqrt{6}}{9}.$$

故 $\triangle ABP$ 面积的最大值为 $\frac{\sqrt{6}}{9}$．