2018年山东省日照市高考一模试卷数学文

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合A={0，1，2，3}，B={x|-1≤x＜3}，则A∩B=(　　)

A.{1，2}

B.{0，1，2}

C.{0，1，2，3}

D.∅

解析：∵集合A={0，1，2，3}，B={x|-1≤x＜3}，∴A∩B={0，1，2}.

答案：B

2.若复数z满足(1+2i)z=(1-i)，则|z|=(　　)

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

D. $\sqrt{10}$

解析：由(1+2i)z=(1-i)，得 $z=\frac{1-i}{1+2i}=\frac{(1-i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{-1-3i}{5}=-\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$,

则 $|z|=\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2+\left(-\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}}{5}$.

答案：C

3.已知倾斜角为θ的直线l与直线x+2y-3=0垂直，则sin2θ的值为(　　)

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $-\frac{1}{5}$

解析：直线 l 与直线 x+2y-3=0 垂直，$\therefore k_l=-\dfrac{1}{-\frac{1}{2}}=2$. ∴tanθ =2.

$\therefore \sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{2\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\dfrac{2\tan\theta}{\tan^2\theta+1}=\dfrac{4}{5}$.

答案：B

4.函数 y=cos2(x+$\dfrac{\pi}{4}$)是(　　)

A.周期为π 的奇函数

B.周期为π 的偶函数

C.周期为 2π 的奇函数

D.周期为 2π 的偶函数

解析：函数 y=cos2(x+$\dfrac{\pi}{4}$)=-sin2x，故它是奇函数，且它的最小正周期为$\dfrac{2\pi}{2}$=π .

答案：A

5.设 a=$2^{0.1}$，$b=\lg\dfrac{5}{2}$，$c=\log_3\dfrac{9}{10}$,则 a，b，c 的大小关系是(　　)

A.b＞c＞a

B.a＞c＞b

C.b＞a＞c

D.a＞b＞c

解析：∵$2^{0.1}$＞2^0=1=lg10＞$\lg\dfrac{5}{2}$＞0＞$\log_3\dfrac{9}{10}$，∴a＞b＞c.

答案：D

6.“m＜0”是“函数 f(x)=m+$\log_2$x(x≥1)存在零点”的(　　)

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充要条件

D.既不充分又不必要条件

解析：∵m＜0，函数 f(x)=m+$\log_2$x(x≥1)，

又 x≥1，$\log_2$x≥0，∵y=$\log_2$x 在 x≥1 上为增函数，求 f(x)存在零点，

要求 f(x)＜0，必须要求 m＜0，∴f(x)在 x≥1 上存在零点；

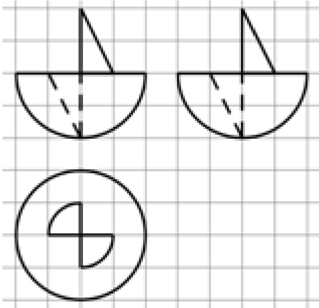
若 m=0，代入函数 f(x)=m+$\log_2$x(x≥1)，

可得 f(x)=$\log_2$x，令 f(x)=$\log_2$x=0，可得 x=1，f(x)的零点存在，

∴“m＜0”是“函数 f(x)=m+$\log_2$x(x≥1)存在零点”充分不必要条件.

答案：A

7.如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为(　　)



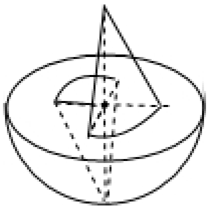
A. $\dfrac{16}{3}\pi$

B. $\dfrac{11}{2}\pi$

C. $\dfrac{17}{3}\pi$

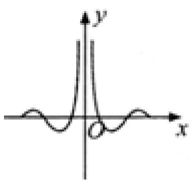
D. $\dfrac{35}{6}\pi$

解析：该几何体可以看成：在一个半球上叠加一个$\dfrac{1}{4}$圆锥，然后挖掉一个相同的$\dfrac{1}{4}$圆锥，所以该几何体的体积和半球的体积相等，因此$V=\dfrac{2}{3}\pi r^3=\dfrac{16}{3}\pi$.

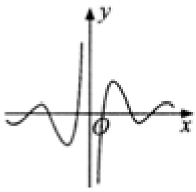


答案：A

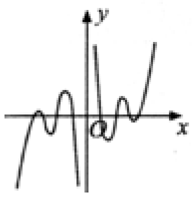
8. 函数$y=\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+2x\right)}{2^x-2^{-x}}$的图象大致为(　　)

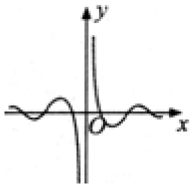


A.



B.

C. 

D. 

解析：令函数 $y=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)}{2^{x}-2^{-x}}=\frac{\cos 2x}{2^{x}-2^{-x}}$，$f(-x)=\frac{\cos 2x}{2^{-x}-2^{x}}=-f(x)$，

所以函数 f(x)是奇函数，故排除选项 A，

又在区间(0，$\frac{\pi}{4}$)时，f(x)＞0，

故排除选项 B，当 x→+∞时，f(x)→0，故排除选项 C.

答案：D

9. 已知 A，B 是圆 O：$x^2+y^2=4$ 上的两个动点，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=2,\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$,若 M 是线段 AB 的中点，则$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OM}$ 的值为(　　)

A. $\sqrt{3}$

B. $2\sqrt{3}$

C. 2

D. 3

解析：由$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{2}{3}\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$，

所以$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OM}=\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}\right)\cdot\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)=\frac{1}{6}\overrightarrow{OA}^{2}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}^{2}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$,

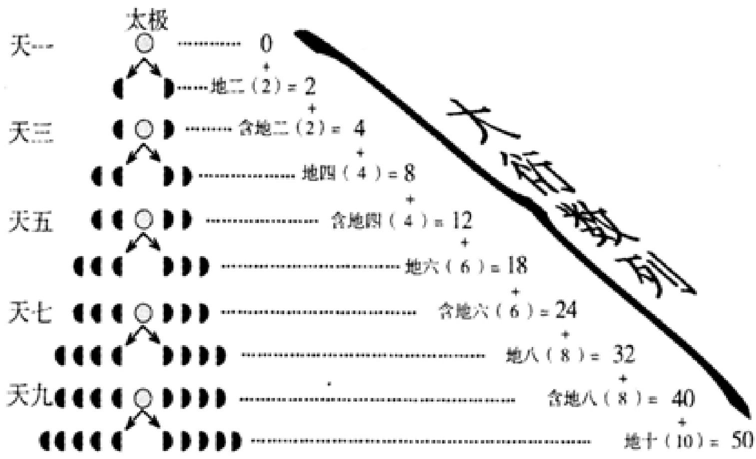
又△OAB 为等边三角形，所以$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$=2×2×cos60°=2.

$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{OA}^{2}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}^{2}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\frac{1}{6}\times 4+\frac{1}{3}\times 4+\frac{1}{2}\times 2=3$,

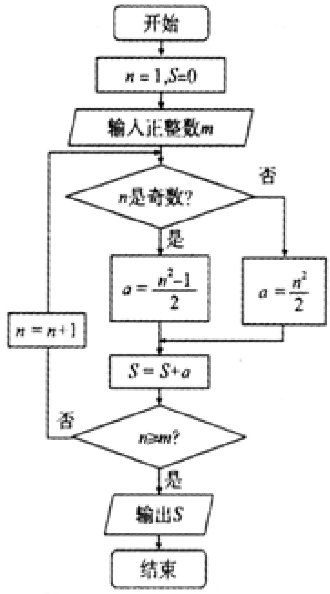
则$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OM}$ 的值为：3.

答案：D

10.习总书记在十九大报告中指出：坚定文化自信，推动社会主义文化繁荣兴盛.如图 1,“大衍数列”：0，2，4，8，12……来源于《乾坤谱》中对《易传》“大衍之数五十”的推论，主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理，数列中的每一项，都代表太极衍生过程中，曾经经历过的两仪数量总和.图 2 是求大衍数列前 n 项和的程序框图，执行该程序框图，输入 m=6，则输出的 S=(　　)



《乾坤谱》大衍数列示意图



A.26
B.44
C.68
D.100
解析：第一次运行，n=1，a=0，S=0，不符合 n≥m，继续运行，
第二次运行，n=2，a=2，S=2，不符合 n≥m，继续运行，
第三次运行，n=3，a=4，S=6，不符合 n≥m，继续运行，
第四次运行，n=4，a=8，S=14，不符合 n≥m，继续运行，
第五次运行，n=5，a=12，S=26，不符合 n≥m，继续运行，
第六次运行，n=6，a=18，S=44，符合 n≥m，输出 S=44.
答案：B

11.设 F_1、F_2 是双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ (a＞0，b＞0)的两个焦点，P 是 C 上一点，若 $|PF_1|+|PF_2|=6a$，且△PF_1F_2最小内角的大小为 30°，则双曲线 C 的渐近线方程是(　　)

A.$x\pm\sqrt{2}y=0$

B.$\sqrt{2}x\pm y=0$

C.$x\pm 2y=0$
D.$2x\pm y=0$
解析：设$|PF_1|＞|PF_2|$，则$|PF_1|-|PF_2|=2a$，

又$|PF_1|+|PF_2|=6a$，解得$|PF_1|=4a$，$|PF_2|=2a$. 则$\angle PF_1F_2$是$\triangle PF_1F_2$的最小内角为30°，

∴$|PF_2|^2=|PF_1|^2+|F_1F_2|^2-2|PF_1|\cdot|F_1F_2|\cos30°$，

∴$(2a)^2=(4a)^2+(2c)^2-2\times4a\times2c\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

同时除以a^2，化简$e^2-23e+3=0$，解得$e=\sqrt{3}, \therefore c=\sqrt{3}a, \therefore b=\sqrt{3a^2-a^2}=\sqrt{2}a$,

∴双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的渐近线方程为$y=\pm\dfrac{b}{a}x=\pm\sqrt{2}x$, 即$\sqrt{2}x\pm y=0$.

答案：B

12. 已知函数$f(x)=ax-a^2-4$（$a>0$，$x\in R$），若$p^2+q^2=8$，则$\dfrac{f(q)}{f(p)}$的取值范围是(　　)

A. $(-\infty，2-\sqrt{3})$

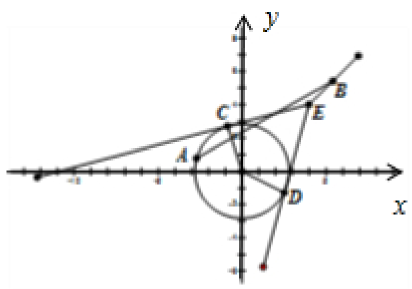
B. $[2+\sqrt{3}，+\infty)$

C. $(2-\sqrt{3},2+\sqrt{3})$

D. $[2-\sqrt{3},2+\sqrt{3}]$

解析：$\dfrac{f(q)}{f(p)}=\dfrac{aq-a^2-4}{ap-a^2-4}=\dfrac{q-(a+4a)}{p-(a+4a)}$,

表示点A(p，q)与B($a+\dfrac{4}{a}$，$a+\dfrac{4}{a}$)连线的斜率.



又$a+\dfrac{4}{a}\geqslant4$，故取点E(4，4)，

当AB与圆的切线EC重合时取最小值，可求$k_{EC}=\tan15°=2-\sqrt{3}$，∴则$\dfrac{f(q)}{f(p)}$的最小值为$2-\sqrt{3}$；

当AB与圆的切线ED重合时取最大值,可求k_{ED}=tan75° =2+$\sqrt{3}$,则$\frac{f(q)}{f(p)}$最大值为2+$\sqrt{3}$;

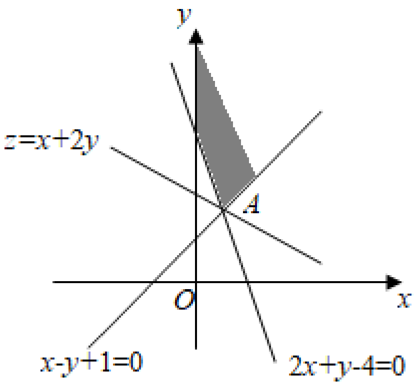
故$\frac{f(q)}{f(p)}$的取值范围是:[$2-\sqrt{3},2+\sqrt{3}$].

答案：D

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13.已知实数x，y满足$\begin{cases}x-y+1\le 0,\\2x+y-4\ge 0,\\x\ge 0,\end{cases}$则z=x+2y的最小值为__________.

解析：由约束条件$\begin{cases}x-y+1\le 0,\\2x+y-4\ge 0,\\x\ge 0,\end{cases}$作出可行域如图,



联立$\begin{cases}x-y+1=0,\\2x+y-4=0,\end{cases}$解得A(1，2)，

化目标函数z=x+2y为$y=-\frac{x}{2}+\frac{z}{2}$,由图可知,

当直线$y=-\frac{x}{2}+\frac{z}{2}$,过A时，直线在y轴上的截距最小，z有最小值为5.

答案：5

14.在△ABC中，角A、B、C所对的边分别为a、b、c.若b=1，$c=\sqrt{3}$, $\angle C=\frac{2\pi}{3}$，则△ABC的面积为__________.

解析：∵b=1，$c=\sqrt{3}$, $\angle C=\frac{2\pi}{3}$，

∴由余弦定理得$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，即$a^2+1-2a\times(-\frac{1}{2})=3$，解得a=1，

再由三角形面积公式得$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

答案：$\frac{\sqrt{3}}{4}$

15. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ (a＞0，b＞0)的两条渐近线与抛物线 $y^2=4x$ 的准线分别交于 A，B 两点，O 为坐标原点，若 $S_{\triangle AOB}=2\sqrt{3}$，则双曲线的离心率 e=__________.

解析：双曲线的渐近线方程是$y=\pm\frac{b}{a}x$，当 x=−1 时，y=$\pm\frac{b}{a}$，即 A(−1，$\frac{b}{a}$)，B(−1，$-\frac{b}{a}$)，所以 $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{b}{a}\times 1=2\sqrt{3}$，即$\frac{b}{a}=2\sqrt{3}$，所以$\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{2}$，即$\frac{c^2-a^2}{a^2}=\frac{1}{2}$，所以$\frac{c^2}{a^2}=13$. 所以 e=$\sqrt{13}$.

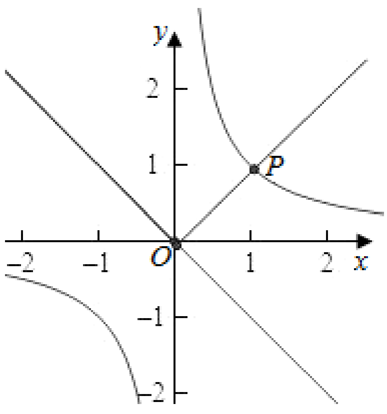
答案：$\sqrt{13}$

16. 若函数 y=f(x)满足：对于 y=f(x)图象上任意一点 P，在其图象上总存在点 P′，使得$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OP'}$=0 成立，称函数 y=f(x)是“特殊对点函数”. 给出下列五个函数：①$y=x^{-1}$；②$y=e^x-2$(其中 e 为自然对数的底数)；③y=lnx；④y=sinx+1；⑤$y=\sqrt{1-x^2}$. 其中是“特殊对点函数”的序号是__________.(写出所有正确的序号)

解析：设点 P(x_1，f(x_1))，点 P′ (x_2，f(x_2))，

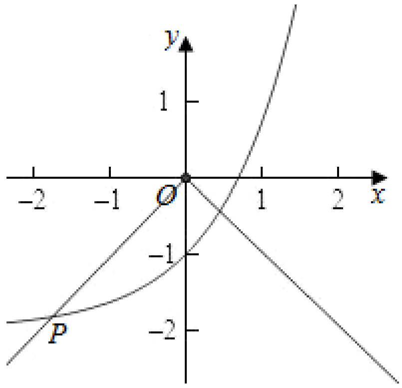
由$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OP'}$=0，得 $x_1x_2+f(x_1)f(x_2)=0$，即$\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{OP'}$；

对于①，当 P(1，1)时，满足$\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{OP'}$的 P′ (−1，1)不在 f(x)的图象上，∴①不是“特殊对点函数”，如图所示；



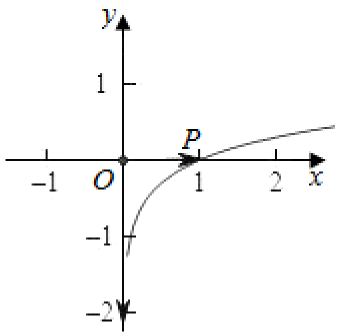
对于②，作出函数 $y=e^x-2$ 的图象，如图所示，

由图象知满足 $\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{OP'}$ 的点 P' $(x_2,f(x_2))$ 都在 $y=f(x)$ 图象上，∴②是“特殊对点函数”；



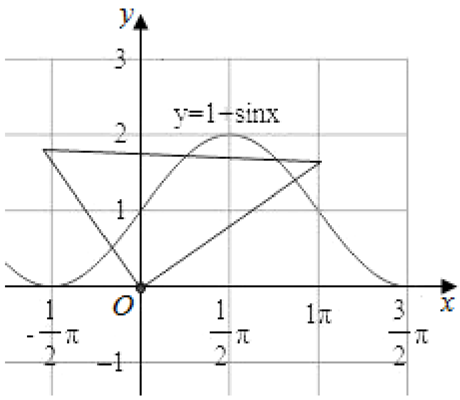
对于③，如图所示，当取点 $P(1,0)$ 时，满足 $\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{OP'}$ 的 P' 不在 $f(x)$ 的图象上，

∴③不是“特殊对点函数”；

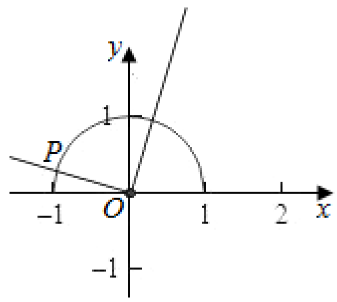


对于④，作出函数 $y=\sin x+1$ 的图象如图所示，由图象知，

满足 $\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{OP'}$ 的点 P' $(x_2,f(x_2))$ 都在 $y=f(x)$ 图象上，∴④是“特殊对点函数”；



对于⑤，作出函数 $y=\sqrt{1-x^2}$ 的图象如图所示，由图象知，满足 $\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{OP'}$ 的点 P' $(x_2,f(x_2))$ 都在 $y=f(x)$ 图象上，∴⑤是“特殊对点函数”．



综上，正确的命题序号是②④⑤.

答案：②④⑤

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

17.已知等差数列$\{a_n\}$的公差 d＞0，其前 n 项和为 S_n，且 $a_2+a_4=8$，a_3，a_5，a_8成等比数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)令$b_n=\dfrac{1}{a_n\cdot a_n+1}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

解析：(1)运用等差数列的通项公式和等比数列中项的性质，可得首项、公差的方程组，解方程，即可得到所求通项公式；

(2)求得$b_n=\dfrac{1}{a_n\cdot a_n+1}=\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}=\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}$，运用分组求和和裂项相消求和，化简整理即可得到所求和.

答案：(1)因为 $a_2+a_4=8$，即 $2a_3=8$，$a_3=4$ 即 $a_1+2d=4$，①

因为 a_3，a_5，a_8成等比数列，则 $a_5^2=a_3a_8$，

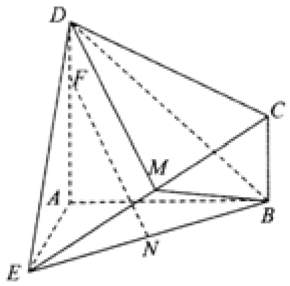
即$(a_1+4d)^2=(a_1+2d)(a_1+7d)$，化简得 $a_1=2d$②，

联立①和②得 $a_1=2$，d=1，所以 $a_n=2+n-1=n+1$；

(2)因为$b_n=\dfrac{1}{a_n\cdot a_n+1}=\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}=\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}$，

所以数列$\{b_n\}$的前 n 项和 $T_n=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+\dots+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+2}=\dfrac{n}{2n+4}$.

18.如图,在几何体 ABCDE 中,DA⊥平面 EAB,EA⊥AB,CB∥DA,F 为 DA 上的点,EA=DA=AB=2CB,M 是 EC 的中点，N 为 BE 的中点.



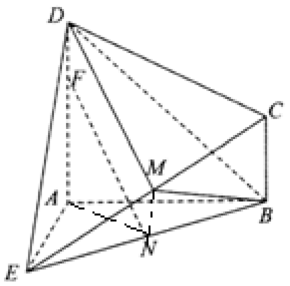
(1)若 AF=3FD，求证：FN∥平面 MBD;

(2)若 EA=2，求三棱锥 M-ABC 的体积.

解析：(1)连接 MN，推导出四边形 MNFD 为平行四边形，从而 FN∥MD，由此能证明 FN∥平面 MBD.

(Ⅱ)连接 AN,MN,则 AN⊥BE,DA⊥AN,MN∥DA,从而 AN⊥面 EBC,三棱锥 M-ABC 的体积 $V_{M-ABC}=V_{A-MBC}$.

答案：(1)连接 MN，∵M，N 分别是 EC，BE 的中点，



∴MN∥CB，且 $MN=\frac{1}{2}CB=\frac{1}{4}DA$，又 AF=3FD，∴FD=$\frac{1}{4}$DA，∴MN=FD,

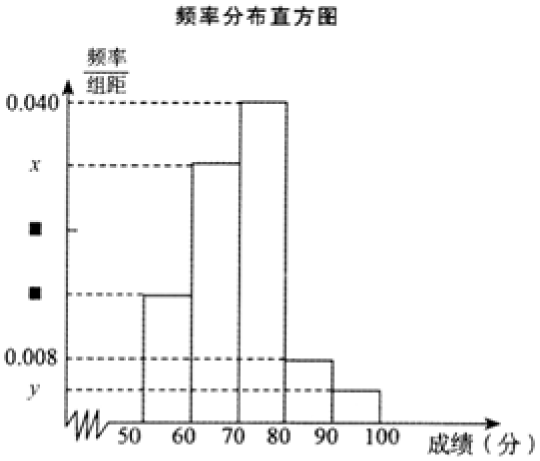
又 CB∥DA，∴MN∥DA，即，MN∥FD，∴四边形 MNFD 为平行四边形，

∴FN∥MD，又 FN$\not\subset$平面 MBD，MD$\subset$平面 MBD，∴FN∥平面 MBD.

答案：(Ⅱ)连接 AN，则 AN⊥BE，DA⊥AN，MN∥DA，∴AN⊥面 EBC，又在△ABC 中，AN=$\sqrt{2}$，

$S_{\triangle MBC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 1=\frac{\sqrt{2}}{2}$，∴三棱锥 M-ABC 的体积 $V_{M-ABC}=V_{A-MBC}=\frac{1}{3}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{3}$.

19.共享单车是指由企业在校园、公交站点、商业区、公共服务区等场所提供的自行车单车共享服务，由于其依托“互联网+”，符合“低碳出行”的理念，已越来越多地引起了人们的关注.某部门为了对该城市共享单车加强监管，随机选取了 50 人就该城市共享单车的推行情况进行问卷调查，并将问卷中的这 50 人根据其满意度评分值(百分制)按照[50，60)，[60，70)，…，[90，100]分成 5 组，请根据下面尚未完成并有局部污损的频率分布表和频率分布直方图(如图所示)解决下列问题：



组别	分组	频数	频率
第1组	[50，60)	8	0.16
第2组	[60，70)	a	[redacted]
第3组	[70，80)	20	0.40
第4组	[80，90)	[redacted]	0.08
第5组	[90，100]	2	b
	合计	[redacted]	[redacted]

(1)求出 a，b，x，y 的值；
(2)若在满意度评分值为[80，100]的人中随机抽取 2 人进行座谈，求 2 人中至少一人来自第 5 组的概率.
解析：(1)利用频率分布表和频率分布直方图的性质直接求解.
(2)第 4 组共有 4 人，第 5 组共有 2 人，设第 4 组的 4 人分别为 a_1，a_2，a_3，a_4，第 5 组的 2 人分别为 b_1，b_2，从中任取 2 人，利用列举法能求出所抽取 2 人中至少一人来自第 5 组的概率.
答案：(1)由题意可知，$b=\frac{2}{50}=0.04$；∴[80，90)内的频数为 $2\times\frac{0.08}{0.04}=4$，
∵样本容量 n=50，∴a=50-8-20-4-2=16，
又[60，70)内的频率为$\frac{16}{50}=0.32,\therefore x=\frac{0.32}{10}=0.032$，
∵[90，100]内的频率为 0.04，∴$y=\frac{0.04}{10}=0.004$.
(2)由题意可知，第 4 组共有 4 人，第 5 组共有 2 人，
设第 4 组的 4 人分别为 a_1，a_2，a_3，a_4，第 5 组的 2 人分别为 b_1，b_2，则从中任取 2 人，所有基本事件为：$(a_1，a_2)$、$(a_1，a_3)$、$(a_1，a_4)$、$(a_1，b_1)$、$(a_1，b_2)$、$(a_2，a_3)$、$(a_2，a_4)$、$(a_2$，

b_1)、(a_2，b_2)、(a_3，a_4)、(a_3，b_1)、(a_3，b_2)、(a_4，b_1)、(a_4，b_2)、(b_1，b_2)，共 15 个.

又至少一人来自第 5 组的基本事件有：(a_1，b_1)、(a_1，b_2)、(a_4，b_1)、(a_4，b_2)、(b_1，b_2)、(a_2，b_2)、(a_3，b_1)、(a_3，b_2)、(a_2，b_1)共 9 个，∴$P=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.

故所抽取 2 人中至少一人来自第 5 组的概率为$\frac{3}{5}$.

20. 已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (a＞b＞0)的焦距为$2\sqrt{3}$，且 C 与 y 轴交于 A(0，-1)，B(0，1)两点.

(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)设 P 点是椭圆 C 上的一个动点且在 y 轴的右侧，直线 PA，PB 与直线 $x=\sqrt{3}$ 交于 M，N 两点.若以 MN 为直径的圆与 x 轴交于 E，F 两点，求 P 点横坐标的取值范围.

解析：(1)由题意可得，b=1，c=3，再由 a，b，c 的关系，解得 a=2，进而得到椭圆方程；
(2)设 P(x_0，y_0)(0＜x0≤2)，A(0，-1)，B(0，1)，求出直线 PA，PB 的方程，与直线 x=3 的交点 M，N，可得 MN 的中点，圆的方程，令 y=0，求得与 x 轴的交点坐标，即可求出范围.

答案：(1)由题意可得，b=1，$c=\sqrt{3}$，∴$a^2=c^2+b^2=4$，∴椭圆 C 的标准方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

(2)设 P(x_0，y_0)($0<x_0\leq2$)，A(0，-1)，B(0，1)，

∴$k_{PA}=\frac{y_0+1}{x_0}$，直线 PA 的方程为$y=\frac{y_0+1}{x_0}x-1$,

同理得直线 PB 的方程为$y=\frac{y_0-1}{x_0}x+1$,

直线 PA 与直线 x=3 的交点为 M(3，$\frac{3\left(y_0+1\right)}{x_0}-1$)，

直 PB 与直线 x=3 的交点为 N(3，$\frac{3\left(y_0-1\right)}{x_0}+1$)，

线段 MN 的中点(3，$\frac{3y_0}{x_0}$)，

∴圆的方程为$(x-3)^2+\left(y-\frac{3y_0}{x_0}\right)^2=\left(1-\frac{3}{x_0}\right)^2$，

令 y=0，则$(x-3)^2+\left(\frac{3y_0}{x_0}\right)^2=\left(1-\frac{3}{x_0}\right)^2$，

$\because \dfrac{x_0^{\ 2}}{4}+y_0^{\ 2}=1, \therefore \left(x-3\right)^2=\dfrac{13}{4}-\dfrac{6}{x_0}$,

∵这个圆与 x 轴相交，∵该方程有两个不同的实数解，

则$\dfrac{13}{4}-\dfrac{6}{x_0}>0$，又 $0<x_0\leqslant 2$，解得$\dfrac{24}{13}<x_0\leqslant 2$ 故 P 点横坐标的取值范围为($\dfrac{24}{13}$，2].

21. 已知函数 g(x)=ax-a-lnx，f(x)=xg(x)，且 g(x)⩾0.
(1)求实数 a 的值；
(2)证明：存在 x_0，f′(x_0)=0 且 $0<x_0<1$ 时，f(x)⩽f(x_0).

解析：(1)由题意知 g(x)的定义域为(0，+∞)，g′(x)=a-$\dfrac{1}{x}$，x＞0. 由 g(x)⩾0 且 g(1)=0，

故只需 g′(1)=0. 从而 a=1. 当 a=1,则 g′(x)=1-$\dfrac{1}{x}$. g(x)在(1,+∞)上单调递增. x=1 是 g(x)的唯一极小值点，由此能求出 a 的值.

(2)f(x)=x^2-x-xlnx，f′(x)=2x-2-lnx. 设 h(x)=2x-2-lnx，则 h′(x)=2-$\dfrac{1}{x}$. 利用导数性质推导出 x=x_0是 f(x)在(0，1)的最大值点，由此能证明存在 x_0，f′(x_0)=0 且 $0<x_0<1$ 时，f(x)⩽f(x_0).

答案：(1)由题意知 g(x)的定义域为(0，+∞)，而对 g(x)求导得 g′(x)=a-$\dfrac{1}{x}$，x＞0.
因为 g(x)⩾0 且 g(1)=0，故只需 g′(1)=0.
又 g′(1)=a-1，所以 a-1=0，得 a=1.
若 a=1，则 g′(x)=1-$\dfrac{1}{x}$. 当 0＜x＜1 时，g′(x)＜0，此时 g(x)在(0，1)上单调递减；
当 x＞1，g′(x)＞0，此时 g(x)在(1，+∞)上单调递增.
所以 x=1 是 g(x)的唯一极小值点，故 g(x)⩾g(1)=0.
综上，所求 a 的值为 1.
(2)由(1)知 f(x)=x^2-x-xlnx，f′(x)=2x-2-lnx.
设 h(x)=2x-2-lnx，则 h′(x)=2-$\dfrac{1}{x}$.
当 x∈(0，$\dfrac{1}{2}$)时，h′(x)＜0；当 x∈($\dfrac{1}{2}$，+∞)时，h′(x)＞0，
所以 h(x)在(0，$\dfrac{1}{2}$)上单调递减，在($\dfrac{1}{2}$，+∞)上单调递增.
又 h(e-2)＞0，h($\dfrac{1}{2}$)＜0，h(1)=0，所以 h(x)在(0，$\dfrac{1}{2}$)有唯一零点 x_0，在[$\dfrac{1}{2}$，+∞)有唯一零点 1，
且当 x∈(0，x_0)时，h(x)＞0；当 x∈(x_0，1)时，h(x)＜0，
因为 f′(x)=h(x)，所以 x=x_0是 f(x)的唯一极大值点.
即 x=x_0是 f(x)在(0，1)的最大值点，所以 f(x)⩽f(x_0)成立.

22.在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=4\cos a+2,\\ y=4\sin a\end{cases}$(a 为参数)，以 O 为极点，以 x 轴的非负半轴为极轴的极坐标系中，直线 l 的极坐标方程为θ =π 6(ρ ∈R).

(1)求曲线 C 的极坐标方程；

(2)设直线 l 与曲线 C 相交于 A，B 两点，求|AB|的值.

解析：(1)直接把参数方程和极坐标方程与直角坐标方程进行转化.

(2)利用一元二次方程根和系数的关系，进一步求出求出弦长.

答案：(1)曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=4\cos a+2,\\ y=4\sin a,\end{cases}$

得曲线 C 的普通方程：$x^2+y^2-4x-12=0$，

所以曲线 C 的极坐标方程为：$\rho^2-4\rho\cos\theta=12$.

(2)设 A，B 两点的极坐标方程分别为$(\rho_1, \frac{\pi}{6})$，$(\rho_2, \frac{\pi}{6})$，$|AB|=|\rho_1-\rho_2|$，

又 A，B 在曲线 C 上，则ρ_1，ρ_2是$\rho^2-4\rho\cos\theta-12=0$的两根

∴$\rho_1+\rho_2=2\sqrt{3}$，$\rho_1\rho_2=-12$，所以：$|AB|=|\rho_1-\rho_2|=2\sqrt{15}$.

23.已知函数 $f(x)=|x-a|+2|x-1|$.

(1)当 a=2 时，求关于 x 的不等式 $f(x)>5$ 的解集；

(2)若关于 x 的不等式 $f(x)\leqslant|a-2|$有解，求 a 的取值范围.

解析：(1)通过对 x 取值的分类讨论，去掉绝对值符号，即可求得不等式 $f(x)>5$ 的解集；

(2)由$|x-a|+|x-1|\geqslant|a-1|$,可得 $f(x)=|x-a|+2|x-1|\geqslant|a-1|+|x-1|\geqslant|a-1|$,从而得到 f(x)的最小值为$|a-1|$，又$|a-1|\leqslant|a-2|$，求解即可得实数 a 的取值范围.

答案：(1)当 a=2 时，不等式为$|x-2|+2|x-1|>5$，

若 $x\leqslant1$，则$-3x+4>5$，即 $x<-\frac{1}{3}$，

若 $1<x<2$，则 $x>5$，舍去，

若 $x\geqslant2$，则 $3x-4>5$，即 $x>3$，

综上，不等式的解集为$(-\infty, -\frac{1}{3})\cup(3, +\infty)$；

(2)∵$|x-a|+|x-1|\geqslant|a-1|$，∴$f(x)=|x-a|+2|x-1|\geqslant|a-1|+|x-1|\geqslant|a-1|$，

得到 f(x)的最小值为$|a-1|$，

又$|a-1|\leqslant|a-2|$，∴$a\leqslant\frac{3}{2}$.∴a 的取值范围为$(-\infty, \frac{3}{2}]$.