

2018年广西玉林市中考真题数学

一、选择题：本大题共12小题，每小题3分，共36分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把正确答案的标号填(涂)在答题卡内相应的位置上.

1. -4的相反数()

- A. 4
- B. -4
- C. $\frac{1}{4}$
- D. $-\frac{1}{4}$

解析：根据只有符号不同的两个数叫做互为相反数解答.

-4的相反数4.

答案：A

2. 下列实数中，是无理数的是()

- A. 1
- B. $\sqrt{2}$
- C. -3
- D. $\frac{1}{3}$

解析：分别根据无理数、有理数的定义即可判定选择项.

1, -3, $\frac{1}{3}$ 是有理数, $\sqrt{2}$ 是无理数.

答案：B

3. 一条数学学习方法的微博被转发了30000次，这个数字用科学记数法表示为 3×10^n ，则n的值是()

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6

解析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值 >1 时，n是正数；当原数的绝对值 <1 时，n是负数.

30000次，这个数字用科学记数法表示为 3×10^4 ，则n的值是4.

答案：B

4. 下列计算结果为 a^6 的是()

- A. $a^7 - a$
- B. $a^2 \cdot a^3$

C. $a^8 \div a^2$

D. $(a^4)^2$

解析：根据同底数幂的乘除法法则、幂的乘方法则、合并同类项法则进行计算，判断即可.

A、 a^7 与 a 不能合并，A 错误；

B、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，B 错误；

C、 $a^8 \div a^2 = a^6$ ，C 正确；

D、 $(a^4)^2 = a^8$ ，D 错误.

答案：C

5. 等腰三角形底角与顶角之间的函数关系是()

A. 正比例函数

B. 一次函数

C. 反比例函数

D. 二次函数

解析：根据一次函数的定义，可得答案.

设等腰三角形的底角为 y ，顶角为 x ，由题意，得 $y = -\frac{1}{2}x + 90^\circ$.

答案：B

6. 两三角形的相似比是 2：3，则其面积之比是()

A. $\sqrt{2} : \sqrt{3}$

B. 2：3

C. 4：9

D. 8：27

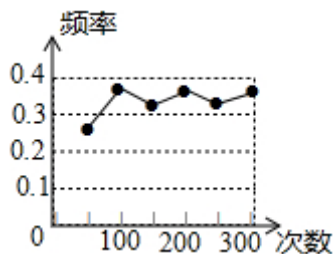
解析：根据相似三角形的面积比等于相似比的平方计算即可.

∵两三角形的相似比是 2：3，

∴其面积之比是 4：9.

答案：C

7. 某小组做“用频率估计概率”的实验时，绘出的某一结果出现的频率折线图，则符合这一结果的实验可能是()



A. 抛一枚硬币，出现正面朝上

B. 掷一个正六面体的骰子，出现 3 点朝上

C. 一副去掉大小王的扑克牌洗匀后，从中任抽一张牌的花色是红桃

D. 从一个装有 2 个红球 1 个黑球的袋子中任取一球，取到的是黑球

解析：利用折线统计图可得出试验的频率在 0.33 左右，进而得出答案.

- A、抛一枚硬币，出现正面朝上的概率为 0.5，不符合这一结果，故此选项错误；
- B、掷一个正六面体的骰子，出现 3 点朝上为 $\frac{1}{6}$ ，不符合这一结果，故此选项错误；
- C、一副去掉大小王的扑克牌洗匀后，从中任抽一张牌的花色是红桃的概率为：0.25，不符合这一结果，故此选项错误；
- D、从一个装有 2 个红球 1 个黑球的袋子中任取一球，取到的是黑球的概率为： $\frac{1}{3}$ ，符合这一结果，故此选项正确。

答案：D

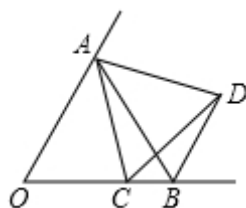
8. 在四边形 ABCD 中：①AB//CD②AD//BC③AB=CD④AD=BC，从以上选择两个条件使四边形 ABCD 为平行四边形的选法共有（ ）

- A. 3 种
B. 4 种
C. 5 种
D. 6 种

解析：根据平行四边形的判定，符合条件的有 4 种，分别是：①②、③④、①③、②④。

答案：B

9. 如图， $\angle AOB=60^\circ$ ， $OA=OB$ ，动点 C 从点 O 出发，沿射线 OB 方向移动，以 AC 为边在右侧作等边 $\triangle ACD$ ，连接 BD，则 BD 所在直线与 OA 所在直线的位置关系是（ ）

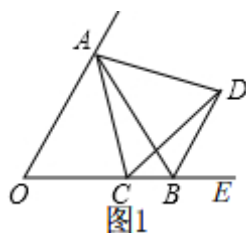


- A. 平行
B. 相交
C. 垂直
D. 平行、相交或垂直

解析：先判断出 $OA=OB$ ， $\angle OAB=\angle ABO$ ，分两种情况判断出 $\angle ABD=\angle AOB=60^\circ$ ，进而判断出 $\triangle AOC \cong \triangle ABD$ ，即可得出结论。

$\because \angle AOB=60^\circ$ ， $OA=OB$ ，
 $\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形，
 $\therefore OA=AB$ ， $\angle OAB=\angle ABO=60^\circ$

①当点 C 在线段 OB 上时，如图 1，



$\because \triangle ACD$ 是等边三角形，

$\therefore AC=AD, \angle CAD=60^\circ,$

$\therefore \angle OAC = \angle BAD,$

在 $\triangle AOC$ 和 $\triangle ABD$ 中,

$$\begin{cases} OA = BA \\ \angle OAC = \angle BAD, \\ AC = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle ABD,$

$\therefore \angle ABD = \angle AOC = 60^\circ,$

$\therefore \angle ABE = 180^\circ - \angle ABO - \angle ABD = 60^\circ = \angle AOB,$

$\therefore BD \parallel OA;$

②当点C在OB的延长线上时,如图2,

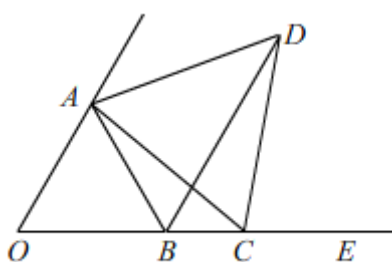


图2

同①的方法得出 $OA \parallel BD,$

$\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形,

$\therefore AC=AD, \angle CAD=60^\circ,$

$\therefore \angle OAC = \angle BAD,$

在 $\triangle AOC$ 和 $\triangle ABD$ 中,

$$\begin{cases} OA = BA \\ \angle OAC = \angle BAD, \\ AC = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle ABD,$

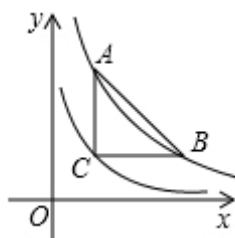
$\therefore \angle ABD = \angle AOC = 60^\circ,$

$\therefore \angle ABE = 180^\circ - \angle ABO - \angle ABD = 60^\circ = \angle AOB,$

$\therefore BD \parallel OA.$

答案: A

10. 如图, 点A, B在双曲线 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 上, 点C在双曲线 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 上, 若 $AC \parallel y$ 轴, $BC \parallel x$ 轴, 且 $AC=BC$, 则AB等于()



A. $\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{2}$

C. 4

D. $3\sqrt{2}$

解析：点 C 在双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 上，AC // y 轴，BC // x 轴，

设 $C(a, \frac{1}{a})$ ，则 $B(3a, \frac{1}{a})$ ， $A(a, \frac{3}{a})$ ，

$\because AC=BC$ ，

$$\therefore \frac{3}{a} - \frac{1}{a} = 3a - a,$$

解得 $a=1$ ，(负值已舍去)

$\therefore C(1, 1)$ ， $B(3, 1)$ ， $A(1, 3)$ ，

$\therefore AC=BC=2$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB=2\sqrt{2}$.

答案：B

11. 圆锥的主视图与左视图都是边长为 4 的等边三角形，则圆锥的侧面展开图扇形的圆心角是()

A. 90°

B. 120°

C. 150°

D. 180°

解析：由圆锥的主视图为等边三角形知圆锥的底面圆直径为 4、侧面展开图扇形的半径为 4，据此利用弧长公式和圆的周长公式求解可得.

\because 圆锥的主视图与左视图都是边长为 4 的等边三角形，

\therefore 圆锥的母线长为 4、底面圆的直径为 4，

则圆锥的侧面展开图扇形的半径为 4，

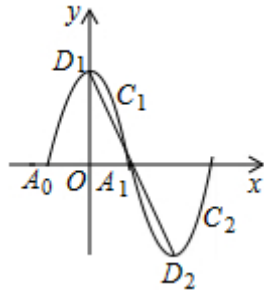
设圆锥的侧面展开图扇形的圆心角是 n ，

根据题意，得：
$$\frac{n\pi \cdot 4}{180} = 4\pi,$$

解得： $n=180^\circ$.

答案：D

12. 如图，一段抛物线 $y=-x^2+4$ ($-2\leq x\leq 2$) 为 C_1 ，与 x 轴交于 A_0 ， A_1 两点，顶点为 D_1 ；将 C_1 绕点 A_1 旋转 180° 得到 C_2 ，顶点为 D_2 ； C_1 与 C_2 组成一个新的图象，垂直于 y 轴的直线 l 与新图象交于点 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ ，与线段 D_1D_2 交于点 $P_3(x_3, y_3)$ ，设 x_1, x_2, x_3 均为正数， $t=x_1+x_2+x_3$ ，则 t 的取值范围是()



- A. $6 < t \leq 8$
- B. $6 \leq t \leq 8$
- C. $10 < t \leq 12$
- D. $10 \leq t \leq 12$

解析：翻折后的抛物线的解析式为 $y = (x-4)^2 - 4 = x^2 - 8x + 12$ ，
 \therefore 设 x_1, x_2, x_3 均为正数，
 \therefore 点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 在第四象限，
 根据对称性可知： $x_1 + x_2 = 8$ ，
 $\therefore 2 \leq x_3 \leq 4$ ，
 $\therefore 10 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq 12$ 即 $10 \leq t \leq 12$ 。

答案：D

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，把答案填在答题卡中的横线上。

13. 计算： $6 - (3 - 5) = \underline{\hspace{2cm}}$.

解析：根据有理数的混合运算计算： $6 - (3 - 5) = 6 - (-2) = 8$.

答案：8

14. 五名工人每天生产零件数分别是：5, 7, 8, 5, 10, 则这组数据的中位数是 .

解析：根据将一组数据按照从小到大(或从大到小)的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数可得答案.

把数据从小到大排列：5, 5, 7, 8, 10, 中位数为 7.

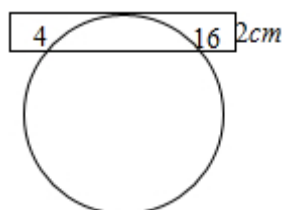
答案：7

15. 已知 $ab = a + b + 1$, 则 $(a-1)(b-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

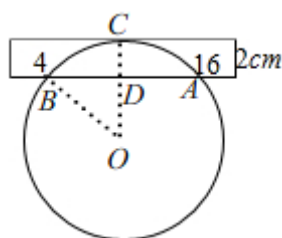
解析：当 $ab = a + b + 1$ 时, $(a-1)(b-1) = ab - a - b + 1 = a + b + 1 - a - b + 1 = 2$.

答案：2

16. 小华为了求出一个圆盘的半径，他用所学的知识，将一宽度为 2cm 的刻度尺的一边与圆盘相切，另一边与圆盘边缘两个交点处的读数分别是“4”和“16”（单位：cm），请你帮小华算出圆盘的半径是 cm.



解析：如图所示：



记圆的圆心为 O ，连接 OB ， OC 交 AB 于 D ，

根据垂径定理可知 $OC \perp AB$ ， $BD = \frac{1}{2} AB$ ，

由图知， $AB = 16 - 4 = 12 \text{cm}$ ， $CD = 2 \text{cm}$ ，

$\therefore BD = 6$ ，设圆的半径为 r ，则 $OD = r - 2$ ， $OB = r$ ，

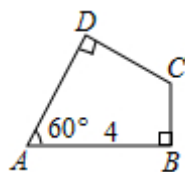
在 $\text{Rt}\triangle BOD$ 中，根据勾股定理得， $OB^2 = BD^2 + OD^2$ ，

$$\therefore r^2 = 6^2 + (r - 2)^2$$

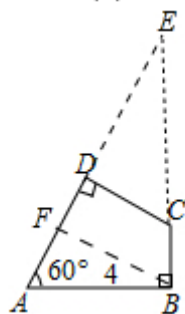
$$\therefore r = 10 \text{cm}.$$

答案：10

17. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $AB = 4$ ，则 AD 的取值范围是_____.



解析：如图，延长 BC 交 AD 的延长线于 E ，作 $BF \perp AD$ 于 F 。



在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $\because \angle E = 30^\circ$ ， $AB = 4$ ，

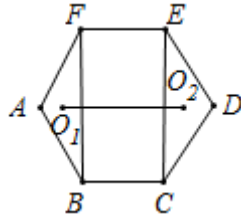
$$\therefore AE = 2AB = 8$$

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中， $AF = \frac{1}{2} AB = 2$ ，

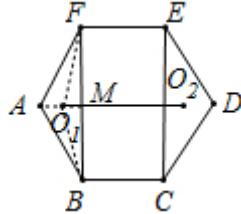
$\therefore AD$ 的取值范围为 $2 < AD < 8$ 。

答案： $2 < AD < 8$

18. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 的边长是 $6 + 4\sqrt{3}$ ，点 O_1 ， O_2 分别是 $\triangle ABF$ ， $\triangle CDE$ 的内心，则 $O_1O_2 =$ _____.



解析：过 A 作 $AM \perp BF$ 于 M，连接 O_1F 、 O_1A 、 O_1B ，如图所示：



\because 六边形 ABCDEF 是正六边形，

$$\therefore \angle A = \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ, \quad AF = AB,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle ABF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ,$$

$$\therefore \triangle AFB \text{ 边 } BF \text{ 上的高 } AM = \frac{1}{2} AF = \frac{1}{2} \times (6 + 4\sqrt{3}) = 3 + 2\sqrt{3},$$

$$FM = BM = \sqrt{3}AM = 3\sqrt{3} + 6,$$

$$\therefore BF = 3\sqrt{3} + 6 + 3\sqrt{3} + 6 = 12 + 6\sqrt{3},$$

设 $\triangle AFB$ 的内切圆的半径为 r ，

$$\because S_{\triangle AFB} = S_{\triangle AO_1F} + S_{\triangle AO_1B} + S_{\triangle BO_1F},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times (3 + 2\sqrt{3}) \times (3\sqrt{3} + 6) = \frac{1}{2} \times (6 + 4\sqrt{3}) \times r + \frac{1}{2} \times (6 + 4\sqrt{3}) \times r + \frac{1}{2} \times (12 + 6\sqrt{3}) \times r,$$

$$\text{解得：} r = \frac{3}{2},$$

$$\text{即 } O_1M = r = \frac{3}{2},$$

$$\therefore O_1O_2 = 2 \times \frac{3}{2} + 6 + 4\sqrt{3} = 9 + 4\sqrt{3}.$$

答案： $9 + 4\sqrt{3}$

三、解答题：本大题共 8 小题，满分共 66 分. 解答应写出证明过程或演算步骤(含相应的文字说明)将解答写在答题卡上.

$$19. \text{ 计算： } |2 - \sqrt{3}| + (\pi - 1)^0 + \frac{\sqrt{12}}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}.$$

解析：接利用负指数幂的性质以及零指数幂的性质以及二次根式的化简计算得出答案.

答案：原式 = $2 - \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 2 = 1$.

20. 先化简再求值： $\left(a - \frac{2ab - b^2}{a}\right) \div \frac{a^2 - b^2}{a}$ ，其中 $a = 1 + \sqrt{2}$ ， $b = 1 - \sqrt{2}$.

解析：根据分式的运算法则先化简，然后把 a 和 b 的值代入计算即可.

答案：原式 = $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a} \cdot \frac{a}{a^2 - b^2} = \frac{(a - b)^2}{a} \cdot \frac{a}{(a + b)(a - b)} = \frac{a - b}{a + b}$,

当 $a = 1 + \sqrt{2}$ ， $b = 1 - \sqrt{2}$ 时，

$$\text{原式} = \frac{(1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

21. 已知关于 x 的一元二次方程： $x^2 - 2x - k - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围.

解析：(1) 利用判别式的意义得到 $\Delta = (-2)^2 - 4(-k - 2) > 0$ ，然后解不等式即可.

答案：(1) 根据题意得 $\Delta = (-2)^2 - 4(-k - 2) > 0$ ，解得 $k > -3$.

(2) 给 k 取一个负整数值，解这个方程.

解析：(2) 在 (1) 中的 k 的范围内取 -2，方程变形为 $x^2 - 2x = 0$ ，然后利用因式分法解方程即可.

答案：(2) 取 $k = -2$ ，则方程变形为 $x^2 - 2x = 0$ ，解得 $x_1 = 0$ ， $x_2 = 2$.

22. 今年 5 月 13 日是“母亲节”，某校开展“感恩母亲，做点家务”活动为了了解同学们在母亲节这一天做家务情况，学校随机抽查了部分同学，并用得到的数据制成如下不完整的统计表：

做家务时间（小时）	人数	所占百分比
A组：0.5	15	30%
B组：1	30	60%
C组：1.5	x	4%
D组：2	3	6%
合计	y	100

(1) 统计表中的 $x=$ ____, $y=$ ____.

解析: (1) 利用: 某组的百分比 = $\frac{\text{该组人数}}{\text{总人数}} \times 100\%$, 先计算出总人数, 再求 x 、 y .

抽查的总人数为: $15 \div 30\% = 50$ (人),

$x = 50 \times 4\% = 2$ (人),

$y = 50 \times 100\% = 50$ (人).

答案: (1) 2; 50.

(2) 小君计算被抽查同学做家务时间的平均数是这样的:

第一步: 计算平均数的公式是 $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$,

第二步: 该问题中 $n=4$, $x_1=0.5$, $x_2=1$, $x_3=1.5$, $x_4=2$,

第三步: $\bar{x} = \frac{0.5 + 1 + 1.5 + 2}{4} = 1.25$ (小时)

小君计算的过程正确吗? 如果不正确, 请你计算出正确的做家务时间的平均数.

解析: (2) 利用加权平均数公式计算做家务时间的平均数.

答案: (2) 小君的计算过程不正确.

被抽查同学做家务时间的平均数为: $\frac{15 \times 0.5 + 30 \times 1 + 2 \times 1.5 + 3 \times 2}{50} = 0.93$ (小时)

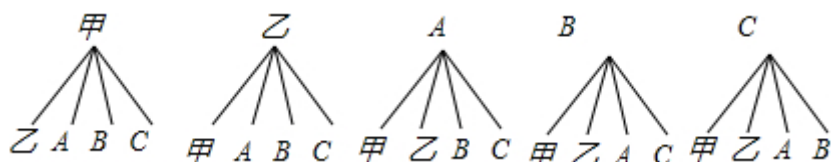
被抽查同学做家务时间的平均数为 0.93 小时.

(3) 现从 C、D 两组中任选 2 人, 求这 2 人都在 D 组中的概率 (用树形图法或列表法).

解析: (3) 列出表格或树形图, 把所有情况和在 D 组的情况都写出来, 利用求概率的公式计算出概率.

答案: (3) C 组有两人, 不妨设为甲、乙, D 组有三人, 不妨设为: A、B、C,

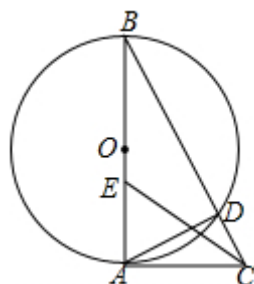
列出树形图如下:



共有 20 种情况, 其中 2 人都在 D 组的按情况有: AB, AC, BA, BC, CA, CB 共 6 种,

\therefore 2 人都在 D 组中的概率为: $P = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 以 AB 为直径作 $\odot O$ 交 BC 于点 D, $\angle DAC = \angle B$.



(1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线.

解析: (1) 欲证明 AC 是切线, 只要证明 $AB \perp AC$ 即可.

答案: (1) 证明: $\because AB$ 是直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\because \angle DAC = \angle B,$$

$$\therefore \angle DAC + \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore BA \perp AC,$$

$\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 点 E 是 AB 上一点, 若 $\angle BCE = \angle B$, $\tan \angle B = \frac{1}{2}$, $\odot O$ 的半径是 4, 求 EC 的长.

解析: (2) 设 $EC = EB = x$, 在 $Rt\triangle AEC$ 中, 利用勾股定理构建方程即可解决问题;

答案: (2) $\because \angle BCE = \angle B$,

$$\therefore EC = EB, \text{ 设 } EC = EB = x,$$

$$\text{在 } Rt\triangle ABC \text{ 中, } \tan \angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}, AB = 8,$$

$$\therefore AC = 4,$$

$$\text{在 } Rt\triangle AEC \text{ 中, } EC^2 = AE^2 + AC^2,$$

$$\text{即 } x^2 = (8-x)^2 + 4^2,$$

$$\text{解得 } x = 5,$$

$$\therefore CE = 5.$$

24. 山地自行车越来越受中学生的喜爱. 一网店经营的一个型号山地自行车, 今年一月份销售额为 30000 元, 二月份每辆车售价比一月份每辆车售价降价 100 元, 若销售的数量与上一月销售的数量相同, 则销售额是 27000 元.

(1) 求二月份每辆车售价是多少元?

解析: (1) 设二月份每辆车售价为 x 元, 则一月份每辆车售价为 $(x+100)$ 元, 根据数量 = 总价 \div 单价, 即可得出关于 x 的分式方程, 解之经检验后即可得出结论.

答案: (1) 设二月份每辆车售价为 x 元, 则一月份每辆车售价为 $(x+100)$ 元,

$$\text{根据题意得: } \frac{30000}{x+100} = \frac{27000}{x},$$

$$\text{解得: } x = 900,$$

经检验, $x = 900$ 是原分式方程的解.

答: 二月份每辆车售价是 900 元.

(2) 为了促销, 三月份每辆车售价比二月份每辆车售价降低了 10% 销售, 网店仍可获利 35%, 求每辆山地自行车的进价是多少元?

解析: (2) 设每辆山地自行车的进价为 y 元, 根据利润 = 售价 - 进价, 即可得出关于 y 的一元一次方程, 解之即可得出结论.

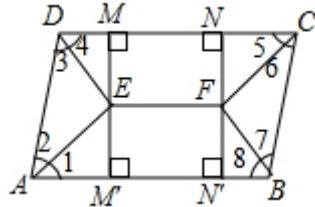
答案: (2) 设每辆山地自行车的进价为 y 元,

根据题意得： $900 \times (1-10\%) - y = 35\%y$ ，

解得： $y=600$ 。

答：每辆山地自行车的进价是 600 元。

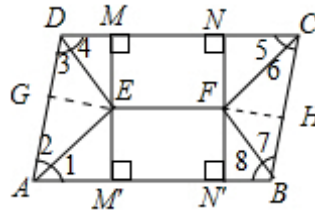
25. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $DC > AD$ ，四个角的平分线 AE, DE, BF, CF 的交点分别是 E, F ，过点 E, F 分别作 DC 与 AB 间的垂线 MM' 与 NN' ，在 DC 与 AB 上的垂足分别是 M, N 与 M', N' ，连接 EF 。



(1) 求证：四边形 $EFNM$ 是矩形。

解析：(1) 要说明四边形 $EFNM$ 是矩形，有 $ME \perp CD, FN \perp CD$ 条件，还缺 $ME=FN$ 。过点 E, F 分别作 AD, BC 的垂线，垂足分别是 G, H 。利用角平分线上的点到角两边的距离相等可得结论。

答案：(1) 证明：过点 E, F 分别作 AD, BC 的垂线，垂足分别是 G, H 。



$\because \angle 3 = \angle 4, \angle 1 = \angle 2, EG \perp AD, EM \perp CD, EM' \perp AB,$

$\therefore EG = ME, EG = EM',$

$\therefore EG = ME = ME' = \frac{1}{2} MM',$

同理可证： $FH = NF = N'F = \frac{1}{2} NN',$

$\because CD \parallel AB, MM' \perp CD, NN' \perp CD,$

$\therefore MM' = NN',$

$\therefore ME = NF = EG = FH,$

又 $\because MM' \parallel NN', MM' \perp CD,$

\therefore 四边形 $EFNM$ 是矩形。

(2) 已知： $AE=4, DE=3, DC=9$ ，求 EF 的长。

解析：(2) 利用平行四边形的性质，证明直角 $\triangle DEA$ ，并求出 AD 的长。利用全等证明 $\triangle GEA \cong \triangle CNF, \triangle DME \cong \triangle DGE$ 从而得到 $DM=DG, AG=CN$ ，再利用线段的和差关系，求出 MN 的长得结论。

答案：(2) $\because DC \parallel AB,$

$\therefore \angle CDA + \angle DAB = 180^\circ,$

$\because \angle 3 = \frac{1}{2} \angle CDA, \angle 2 = \frac{1}{2} \angle DAB$

$$\therefore \angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$$

在 $\text{Rt}\triangle DEA$, $\because AE=4, DE=3,$

$$\therefore AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle DAB = \angle DCB,$$

$$\text{又} \because \angle 2 = \frac{1}{2} \angle DAB, \angle 5 = \frac{1}{2} \angle DCB,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 5.$$

由(1)知 $GE=NF,$

在 $\text{Rt}\triangle GEA$ 和 $\text{Rt}\triangle CNF$ 中,

$$\begin{cases} \angle 2 = \angle 5 \\ \angle EGA = \angle FNC = 90^\circ, \\ GE = NF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle GEA \cong \triangle CNF,$$

$$\therefore AG=CN,$$

在 $\text{Rt}\triangle DME$ 和 $\text{Rt}\triangle DGE$ 中,

$$\because DE=DE, ME=EG,$$

$$\therefore \triangle DME \cong \triangle DGE,$$

$$\therefore DG=DM,$$

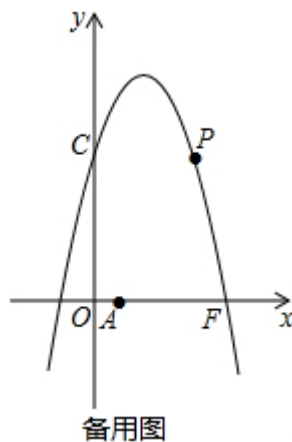
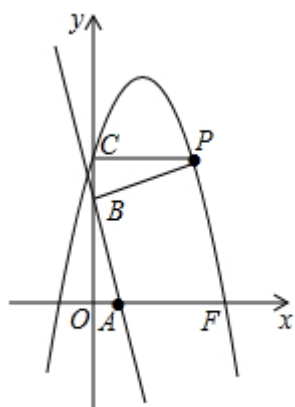
$$\therefore DM+CN=DG+AG=AB=5,$$

$$\therefore MN=CD-DM-CN=9-5=4,$$

\because 四边形 $EFNM$ 是矩形,

$$\therefore EF=MN=4.$$

26. 如图, 直线 $y=-3x+3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A, B 两点, 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与直线 $y=c$ 分别交 y 轴的正半轴于点 C 和第一象限的点 P , 连接 PB , 得 $\triangle PCB \cong \triangle BOA$ (O 为坐标原点). 若抛物线与 x 轴正半轴交点为点 F , 设 M 是点 C, F 间抛物线上的一点(包括端点), 其横坐标为 m .



(1) 直接写出点 P 的坐标和抛物线的解析式.

解析: (1) 代入 $y=c$ 可求出点 C, P 的坐标, 利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 $A,$

B 的坐标，再由 $\triangle PCB \cong \triangle BOA$ 即可得出 b、c 的值，进而可得出点 P 的坐标及抛物线的解析式。

答案：(1) 当 $y=c$ 时，有 $c=-x^2+bx+c$ ，

解得： $x_1=0$ ， $x_2=b$ ，

\therefore 点 C 的坐标为 $(0, c)$ ， 点 P 的坐标为 (b, c) 。

\because 直线 $y=-3x+3$ 与 x 轴、y 轴分别交于 A、B 两点，

\therefore 点 A 的坐标为 $(1, 0)$ ， 点 B 的坐标为 $(0, 3)$ ，

$\therefore OB=3$ ， $OA=1$ ， $BC=c-3$ ， $CP=b$ 。

$\because \triangle PCB \cong \triangle BOA$ ，

$\therefore BC=OA$ ， $CP=OB$ ，

$\therefore b=3$ ， $c=4$ ，

\therefore 点 P 的坐标为 $(3, 4)$ ， 抛物线的解析式为 $y=-x^2+3x+4$ 。

(2) 当 m 为何值时， $\triangle MAB$ 面积 S 取得最小值和最大值？请说明理由。

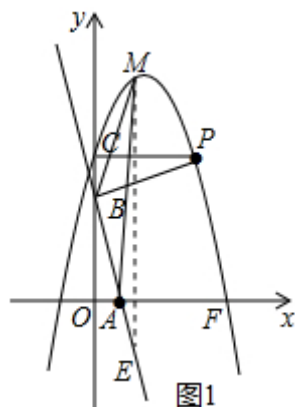
解析：(2) 利用二次函数图象上点的坐标特征求出点 F 的坐标，过点 M 作 $ME \parallel y$ 轴，交直线 AB 于点 E，由点 M 的横坐标可得出点 M、E 的坐标，进而可得出 ME 的长度，再利用三角形的面积公式可找出 $S = -\frac{1}{2}(m-3)^2 + 5$ ，由 m 的取值范围结合二次函数的性质即可求出 S 的最大值及最小值。

答案：(2) 当 $y=0$ 时，有 $-x^2+3x+4=0$ ，

解得： $x_1=-1$ ， $x_2=4$ ，

\therefore 点 F 的坐标为 $(4, 0)$ 。

过点 M 作 $ME \parallel y$ 轴，交直线 AB 于点 E，如图 1 所示：



\because 点 M 的横坐标为 $m(0 \leq m \leq 4)$ ，

\therefore 点 M 的坐标为 $(m, -m^2+3m+4)$ ， 点 E 的坐标为 $(m, -3m+3)$ ，

$\therefore ME = -m^2+3m+4 - (-3m+3) = -m^2+6m+1$ ，

$\therefore S = \frac{1}{2} OA \cdot ME = -\frac{1}{2} m^2 + 3m + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} (m-3)^2 + 5$ ，

$\because -\frac{1}{2} < 0$ ， $0 \leq m \leq 4$ ，

\therefore 当 $m=0$ 时，S 取最小值，最小值为 $\frac{1}{2}$ ；当 $m=3$ 时，S 取最大值，最大值为 5。

(3) 求满足 $\angle MPO = \angle POA$ 的点 M 的坐标.

解析: (3) 分两种情况考虑: ①当点 M 在线段 OP 上方时, 由 $CP \parallel x$ 轴利用平行线的性质可得出: 当点 C、M 重合时, $\angle MPO = \angle POA$, 由此可找出点 M 的坐标; ②当点 M 在线段 OP 下方时, 在 x 正半轴取点 D, 连接 DP, 使得 $DO = DP$, 此时 $\angle DPO = \angle POA$, 设点 D 的坐标为 $(n, 0)$, 则

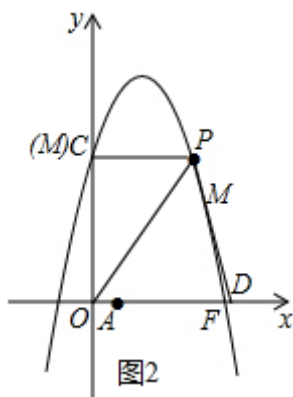
$DO = n$, $DP = \sqrt{(n-3)^2 + (0-4)^2}$, 由 $DO = DP$ 可求出 n 的值, 进而可得出点 D 的坐标, 由点 P、D 的坐标利用待定系数法即可求出直线 PD 的解析式, 再联立直线 PD 及抛物线的解析式成方程组, 通过解方程组求出点 M 的坐标. 综上此题得解.

答案: (3) ①当点 M 在线段 OP 上方时, $\because CP \parallel x$ 轴,

\therefore 当点 C、M 重合时, $\angle MPO = \angle POA$,

\therefore 点 M 的坐标为 $(0, 4)$;

②当点 M 在线段 OP 下方时, 在 x 正半轴取点 D, 连接 DP, 使得 $DO = DP$, 如图 2 所示:



此时 $\angle DPO = \angle POA$.

设点 D 的坐标为 $(n, 0)$, 则 $DO = n$, $DP = \sqrt{(n-3)^2 + (0-4)^2}$,

$$\therefore n^2 = (n-3)^2 + 16,$$

$$\text{解得: } n = \frac{25}{6},$$

\therefore 点 D 的坐标为 $(\frac{25}{6}, 0)$.

设直线 PD 的解析式为 $y = kx + a$ ($k \neq 0$),

将 $P(3, 4)$ 、 $D(\frac{25}{6}, 0)$ 代入 $y = kx + a$,

$$\begin{cases} 3k + a = 4 \\ \frac{25}{6}k + a = 0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -\frac{24}{7} \\ a = \frac{100}{7} \end{cases},$$

\therefore 直线 PD 的解析式为 $y = -\frac{24}{7}x + \frac{100}{7}$.

联立直线 PD 及抛物线的解析式成方程组,

$$\begin{cases} y = -\frac{24}{7}x + \frac{100}{7} \\ y = -x^2 + 3x + 4 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 4 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{24}{7} \\ y_2 = \frac{124}{49} \end{cases},$$

∴点 M 的坐标为 $(\frac{24}{7}, \frac{124}{49})$.

综上所述: 满足 $\angle MPO = \angle POA$ 的点 M 的坐标为 $(0, 4)$ 或 $(\frac{24}{7}, \frac{124}{49})$.