

## 2015 年福建省三明市中考真题数学

一、选择题(共 10 题, 每题 4 分, 满分 40 分, 每题只有一个正确选项)

1. 下列各数中, 绝对值最大的数是( )

- A. 5
- B. -3
- C. 0
- D. -2

解析:  $|5|=5$ ,  $|-3|=3$ ,  $|0|=0$ ,  $|-2|=2$ ,  $\because 5>3>2>0$ ,  $\therefore$ 绝对值最大的数是 5.

答案: A

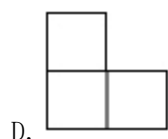
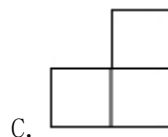
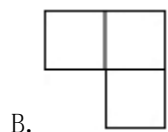
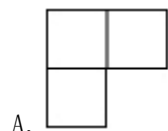
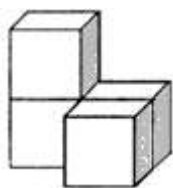
2. 一个正常人的心跳平均每分 70 次, 一天大约跳 100800 次, 将 100800 用科学记数法表示为( )

- A.  $0.1008 \times 10^6$
- B.  $1.008 \times 10^6$
- C.  $1.008 \times 10^5$
- D.  $10.08 \times 10^4$

解析:  $100800=1.008 \times 10^5$ .

答案: C.

3. 如图是由 4 个完全相同的小正方形组成的几何体, 这个几何体的主视图是( )



解析: 观察该几何体发现: 其主视图的第一层有两个正方形, 上面有一个正方形, 且位于左

侧.

答案: D.

4. 下列计算正确的是( )

A.  $2^2=4$

B.  $2^0=0$

C.  $2^{-1}=-2$

D.  $\sqrt{4}=\pm 2$

解析:  $\because 2^2=4$ ,  $\therefore$ 选项 A 正确;

$\because 2^0=1$ ,  $\therefore$ 选项 B 不正确;

$\because 2^{-1}=\frac{1}{2}$ ,  $\therefore$ 选项 C 不正确;

$\because \sqrt{4}=2$ ,  $\therefore$ 选项 D 不正确.

答案: A

5. 在九(1)班的一次体育测试中,某小组 7 位女生的一分钟跳绳次数分别是: 162, 167, 158, 165, 175, 142, 167, 这组数据的中位数是( )

A. 156

B. 162

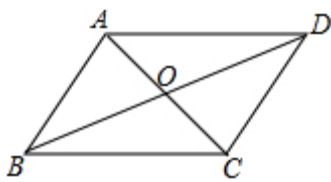
C. 165

D. 167

解析: 这组数据按照从小到大的顺序排列为: 142, 158, 162, 165, 167, 167, 175, 第四个数为 165, 则中位数为: 165.

答案: C.

6. 如图, 在  $\square ABCD$  中, O 是对角线 AC, BD 的交点, 下列结论错误的是( )



A.  $AB \parallel CD$

B.  $AB=CD$

C.  $AC=BD$

D.  $OA=OC$

解析:  $\because$  四边形 ABCD 是平行四边形,  $\therefore AB \parallel CD$ ,  $AB=CD$ ,  $OA=OC$ , 但是 AC 和 BD 不一定相等.

答案: C.

7. 在一个不透明的盒子里装有 3 个黑球和 1 个白球, 每个球除颜色外都相同, 从中任意摸出 2 个球, 下列事件中, 不可能事件是( )

A. 摸出的 2 个球都是白球

B. 摸出的 2 个球有一个是白球

- C. 摸出的 2 个球都是黑球  
 D. 摸出的 2 个球有一个黑球

解析：A、只有一个白球，故 A 是不可能事件，故 A 正确；

B、摸出的 2 个球有一个是白球是随机事件，故 B 错误；

C、摸出的 2 个球都是黑球是随机事件，故 C 错误；

D、摸出的 2 个球有一个黑球是随机事件，故 D 错误。

答案：A

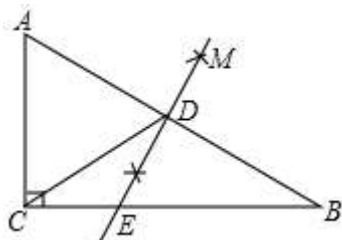
8. 在半径为 6 的  $\odot O$  中， $60^\circ$  圆心角所对的弧长是( )

- A.  $\pi$   
 B.  $2\pi$   
 C.  $4\pi$   
 D.  $6\pi$

解析： $l = \frac{n\pi r}{180} = \frac{60 \times \pi \times 6}{180} = 2\pi$ .

答案：B

9. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ，分别以点 A 和 B 为圆心，以相同的长 (大于  $\frac{1}{2}AB$ ) 为半径作弧，两弧相交于点 M 和 N，作直线 MN 交 AB 于点 D，交 BC 于点 E，连接 CD，下列结论错误的是( )



- A.  $AD=BD$   
 B.  $BD=CD$   
 C.  $\angle A = \angle BED$   
 D.  $\angle ECD = \angle EDC$

解析： $\because MN$  为  $AB$  的垂直平分线， $\therefore AD=BD$ ， $\angle BDE=90^\circ$ ；

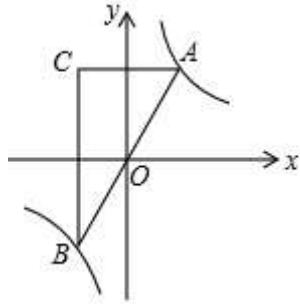
$\because \angle ACB=90^\circ$ ， $\therefore CD=BD$ ；

$\because \angle A + \angle B = \angle B + \angle BED = 90^\circ$ ， $\therefore \angle A = \angle BED$ ；

$\because \angle A \neq 60^\circ$ ， $AC \neq AD$ ， $\therefore EC \neq ED$ ， $\therefore \angle ECD \neq \angle EDC$ 。

答案：D

10. 如图，已知点 A 是双曲线  $y = \frac{2}{x}$  在第一象限的分支上的一个动点，连接 AO 并延长交另一分支于点 B，过点 A 作 y 轴的垂线，过点 B 作 x 轴的垂线，两垂线交于点 C，随着点 A 的运动，点 C 的位置也随之变化. 设点 C 的坐标为 (m, n)，则 m, n 满足的关系式为( )



A.  $n = -2m$

B.  $n = -\frac{2}{m}$

C.  $n = -4m$

D.  $n = -\frac{4}{m}$

解析：∵点 C 的坐标为  $(m, n)$ ，

∴点 A 的纵坐标是  $n$ ，横坐标是： $\frac{2}{n}$ ，∴点 A 的坐标为  $(\frac{2}{n}, n)$ ，

∵点 C 的坐标为  $(m, n)$ ，

∴点 B 的横坐标是  $m$ ，纵坐标是： $\frac{2}{m}$ ，∴点 B 的坐标为  $(m, \frac{2}{m})$ ，

又∵ $\frac{n}{2} = \frac{m}{m}$ ，∴ $mn = \frac{2}{m} \cdot \frac{2}{n}$ ，∴ $m^2 n^2 = 4$ ，

又∵ $m < 0, n > 0$ ，∴ $mn = -2$ ，∴ $n = -\frac{2}{m}$ 。

答案：B.

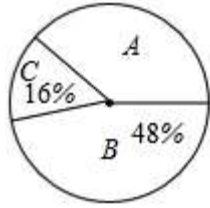
二、填空题(共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

11. 化简： $\frac{x+1}{x^2-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解析：原式 =  $\frac{x+1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x-1}$ 。

答案： $\frac{1}{x-1}$

12. 某班数学老师想了解学生对数学的喜欢程度，对全班 50 名学生进行调查，根据调查结果绘制了扇形统计图(如图所示)，其中 A 表示“很喜欢”，B 表示“一般”，C 表示“不喜欢”，则该班“很喜欢”数学的学生有\_\_\_\_\_人。



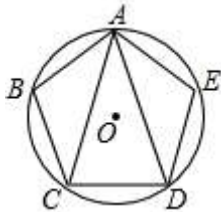
解析：根据题意得： $(1-16\%-48\%) \times 50 = 18$ (人)，则该班“很喜欢”数学的学生有 18 人。  
 答案：18

13. 在一次函数  $y=kx+3$  中， $y$  的值随着  $x$  值的增大而增大，请你写出符合条件的  $k$  的一个值：\_\_\_\_\_。

解析：当在一次函数  $y=kx+3$  中， $y$  的值随着  $x$  值的增大而增大时， $k > 0$ ，则符合条件的  $k$  的值可以是 1, 2, 3, 4, 5...

答案：2

14. 如图，正五边形 ABCDE 内接于  $\odot O$ ，则  $\angle CAD =$  \_\_\_\_\_ 度。



解析：∵ 五边形 ABCDE 是正五边形，

∴ 弧 AB = 弧 BC = 弧 CD = 弧 DE = 弧 EA =  $72^\circ$ ，∴  $\angle ADB = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$ 。

答案：36

15. 观察下列图形的构成规律，依照此规律，第 10 个图形中共有 \_\_\_\_\_ 个“·”。



解析：由图形可知：

$n=1$  时，“·”的个数为： $1 \times 2 + 1 = 3$ ，

$n=2$  时，“·”的个数为： $2 \times 3 + 1 = 7$ ，

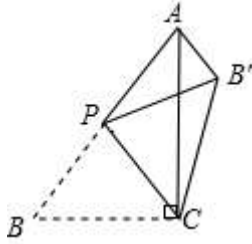
$n=3$  时，“·”的个数为： $3 \times 4 + 1 = 13$ ，

$n=4$  时，“·”的个数为： $4 \times 5 + 1 = 21$ ，

所以  $n=n$  时，“·”的个数为： $n(n+1)+1$ ， $n=10$  时，“·”的个数为： $10 \times 11 + 1 = 111$ 。

答案：111

16. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $BC = 3$ ， $P$  是  $AB$  边上的动点(不与点  $B$  重合)，将  $\triangle BCP$  沿  $CP$  所在的直线翻折，得到  $\triangle B'CP$ ，连接  $B'A$ ，则  $B'A$  长度的最小值是 \_\_\_\_\_。



解析：在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中，由勾股定理可知： $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，

由轴对称的性质可知： $BC = CB' = 3$ ，

$\because CB'$  长度固定不变， $\therefore$  当  $AB' + CB'$  有最小值时， $AB'$  的长度有最小值。

根据两点之间线段最短可知：A、 $B'$ 、C 三点在一条直线上时， $AB'$  有最小值，

$\therefore AB' = AC - B'C = 4 - 3 = 1$ 。

答案：1

### 三、解答题(共 9 题，满分 86 分)

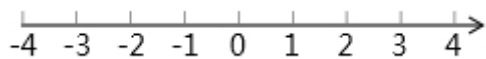
17. 先化简，再求值： $(x-1)^2 + x(x+2)$ ，其中  $x = \sqrt{2}$ 。

解析：原式第一项利用完全平方公式化简，第二项利用单项式乘多项式法则计算，去括号合并得到最简结果，将  $x$  的值代入计算即可求出值。

答案：原式  $= x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x = 2x^2 + 1$ ，

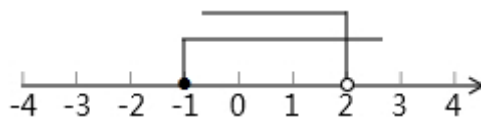
当  $x = \sqrt{2}$  时，原式  $= 4 + 1 = 5$ 。

18. 解不等式组  $\begin{cases} 2x + 5 \geq 3, \\ 3(x - 2) < 2x - 4, \end{cases}$  并把解集在数轴上表示出来。



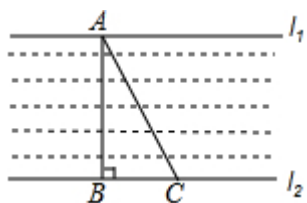
解析：先求出不等式组中每一个不等式的解集，然后把不等式的解集表示在数轴上，再表示出它们的公共部分即可。

答案： $\begin{cases} 2x + 5 \geq 3 \text{ ①}, \\ 3(x - 2) < 2x - 4 \text{ ②}, \end{cases}$  解①得： $x \geq -1$ ，解②得： $x < 2$ 。



不等式组的解集是： $-1 \leq x < 2$ 。

19. 如图，一条河的两岸  $l_1$ ， $l_2$  互相平行，在一次综合实践活动中，小颖去测量这条河的宽度，先在对岸  $l_1$  上选取一个点 A，然后在河岸  $l_2$  时选择点 B，使得 AB 与河岸垂直，接着沿河岸  $l_2$  走到点 C 处，测得  $BC = 60$  米， $\angle BCA = 62^\circ$ ，请你帮小颖算出河宽 AB (结果精确到 1 米)。(参考数据： $\sin 62^\circ \approx 0.88$ ， $\cos 62^\circ \approx 0.47$ ， $\tan 62^\circ \approx 1.88$ )



解析：在直角三角形 ABC 中，利用锐角三角函数定义求出 AB 的长即可。

答案：在 Rt△ABC 中，BC=60 米， $\angle BCA=62^\circ$ ，

可得  $\tan \angle BCA = \frac{AB}{BC}$ ，即  $AB = BC \cdot \tan \angle BCA = 60 \times 1.88 \approx 113$  (米)，则河宽 AB 为 113 米。

20. 某校开展校园“美德少年”评选活动，共有“助人为乐”，“自强自立”、“孝老爱亲”，“诚实守信”四种类别，每位同学只能参评其中一类，评选后，把最终入选的 20 位校园“美德少年”分类统计，制作了如下统计表，后来发现，统计表中前两行的数据都是正确的，后两行的数据中有一个是错误的。

类别	频数	频率
助人为乐美德少年	a	0.20
自强自立美德少年	3	b
孝老爱亲美德少年	7	0.35
诚实守信美德少年	6	0.32

根据以上信息，解答下列问题：

- 统计表中的  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- 统计表后两行错误的的数据是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，该数据的正确值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ；
- 校园小记者决定从 A，B，C 三位“自强自立美德少年”中随机采访两位，用画树状图或列表的方法，求 A，B 都被采访到的概率。

解析：(1) 根据频率 =  $\frac{\text{频数}}{\text{样本总数}}$  直接求得 a、b 的值即可；

- 用频数除以样本总数看是否等于已知的频率即可；
- 列表将所有等可能的结果列举出来，利用概率公式求解即可。

答案：(1) 由题意得： $a = 20 \times 0.20 = 4$ ， $b = 3 \div 20 = 0.15$ ；  
 (2)  $\because 6 \div 20 = 0.3 \neq 0.32$ ， $\therefore$  最后一行数据错误，正确的值为 0.30。  
 (3) 列表得：

	A	B	C
A		AB	AC
B	BA		BC
C	CA	CB	

∵共有 6 种等可能的结果，A、B 都被选中的情况有 2 种，∴ $P(A, B \text{ 都被采访到}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

21. 某一天，蔬菜经营户老李用了 145 元从蔬菜批发市场批发一些黄瓜和茄子，到菜市场去卖，黄瓜和茄子当天的批发价与零售价如下表所示：

品名	黄瓜	茄子
批发价（元/千克）	3	4
零售价（元/千克）	4	7

当天他卖完这些黄瓜和茄子共赚了 90 元，这天他批发的黄瓜和茄子分别是多少千克？

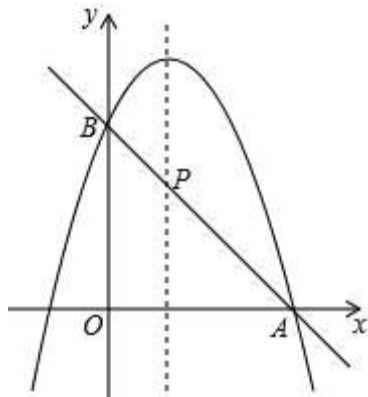
解析：设批发的黄瓜是  $x$  千克，茄子是  $y$  千克，根据“用了 145 元从蔬菜批发市场批发一些黄瓜和茄子，卖完这些黄瓜和茄子共赚了 90 元，”列出方程组解答即可。

答案：设批发的黄瓜是  $x$  千克，茄子是  $y$  千克，

$$\text{由题意得} \begin{cases} 3x + 4y = 145, \\ (4 - 3)x + (7 - 4)y = 90, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 15, \\ y = 25, \end{cases}$$

答：这天他批发的黄瓜 15 千克，茄子是 25 千克。

22. 已知二次函数  $y = -x^2 + 2x + m$ .



(1) 如果二次函数的图象与  $x$  轴有两个交点，求  $m$  的取值范围；

(2) 如图，二次函数的图象过点  $A(3, 0)$ ，与  $y$  轴交于点  $B$ ，直线  $AB$  与这个二次函数图象的对称轴交于点  $P$ ，求点  $P$  的坐标。



解析：(1)由二次函数的图象与x轴有两个交点，得到 $\Delta=2^2+4m>0$ 于是得到 $m>-1$ ；  
 (2)把点A(3,0)代入二次函数的解析式得到 $m=3$ ，于是确定二次函数的解析式为： $y=-x^2+2x+3$ ，  
 求得B(0, 3)，得到直线AB的解析式为： $y=-x+3$ ，把对称轴方程 $x=1$ ，直线 $y=-x+3$ 即可得到结果.

答案：(1) $\because$ 二次函数的图象与x轴有两个交点， $\therefore \Delta=2^2+4m>0 \therefore m>-1$ .

(2) $\because$ 二次函数的图象过点A(3, 0)，

$\therefore 0=-9+6+m$ ， $\therefore m=3$ ， $\therefore$ 二次函数的解析式为： $y=-x^2+2x+3$ ，

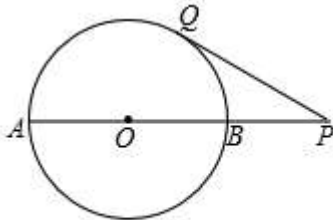
令 $x=0$ ，则 $y=3$ ， $\therefore B(0, 3)$ ，

设直线AB的解析式为： $y=kx+b$ ，

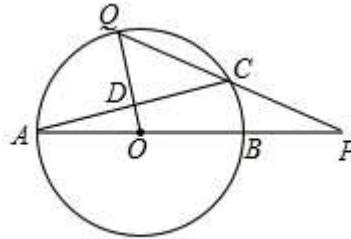
$$\therefore \begin{cases} 0=3k+b, \\ 3=b, \end{cases} \text{解得: } \begin{cases} k=-1, \\ b=3, \end{cases} \therefore \text{直线AB的解析式为: } y=-x+3,$$

$\because$ 抛物线 $y=-x^2+2x+3$ ，的对称轴为： $x=1$ ， $\therefore$ 把 $x=1$ 代入 $y=-x+3$ 得 $y=2$ ， $\therefore P(1, 2)$ .

23. 已知：AB是 $\odot O$ 的直径，点P在线段AB的延长线上， $BP=OB=2$ ，点Q在 $\odot O$ 上，连接PQ.



图①



图②

(1)如图①，线段PQ所在的直线与 $\odot O$ 相切，求线段PQ的长；

(2)如图②，线段PQ与 $\odot O$ 还有一个公共点C，且 $PC=CQ$ ，连接OQ，AC交于点D.

①判断OQ与AC的位置关系，并说明理由；

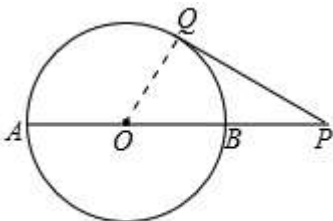
②求线段PQ的长.

解析：(1)如图①，连接OQ.利用切线的性质和勾股定理来求PQ的长度.

(2)如图②，连接BC.利用三角形中位线的判定与性质得到 $BC \parallel OQ$ .根据圆周角定理推知 $BC \perp AC$ ，所以， $OQ \perp AC$ .

(3)利用割线定理来求PQ的长度即可.

答案：(1)如图①，连接OQ.

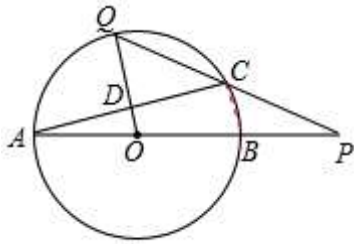


图①

$\because$ 线段PQ所在的直线与 $\odot O$ 相切，点Q在 $\odot O$ 上， $\therefore OQ \perp OP$ .

又 $\because BP=OB=OQ=2$ ， $\therefore PQ = \sqrt{OP^2 - OQ^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ ，即 $PQ=2\sqrt{3}$ .

(2) $OQ \perp AC$ .理由如下：如图②，连接BC.



图②

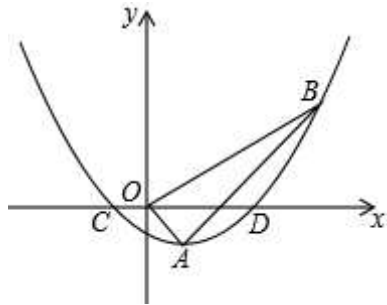
$\because BP=OB$ ,  $\therefore$ 点 B 是 OP 的中点,

又  $\because PC=CQ$ ,  $\therefore$ 点 C 是 PQ 的中点,  $\therefore BC$  是  $\triangle PQO$  的中位线,  $\therefore BC \parallel OQ$ .

又  $\because AB$  是直径,  $\therefore \angle ACB=90^\circ$ , 即  $BC \perp AC$ ,  $\therefore OQ \perp AC$ .

(3) 如图②,  $PC \cdot PQ=PB \cdot PA$ , 即  $\frac{1}{2}PQ^2=2 \times 6$ , 解得  $PQ=2\sqrt{6}$ .

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 顶点为  $A(1, -1)$  的抛物线经过点  $B(5, 3)$ , 且与  $x$  轴交于  $C, D$  两点(点  $C$  在点  $D$  的左侧).



(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求点  $O$  到直线  $AB$  的距离;

(3) 点  $M$  在第二象限内的抛物线上, 点  $N$  在  $x$  轴上, 且  $\angle MND=\angle OAB$ , 当  $\triangle DMN$  与  $\triangle OAB$  相似时, 请你直接写出点  $M$  的坐标.

解析: (1) 根据待定系数法, 可得抛物线的解析式;

(2) 根据勾股定理, 可得  $OA^2$ 、 $OB^2$ 、 $AB^2$  的长, 根据勾股定理的逆定理, 可得  $\angle OAB$  的度数, 根据点到直线的距离的定义, 可得答案;

(3) 根据抛物线上的点满足函数解析式, 可得方程②, 根据相似三角形的性质, 可得方程①③, 根据解方程组, 可得  $M$  点的坐标.

答案: (1) 设抛物线的解析式为  $y=a(x-1)^2-1$ ,

将  $B$  点坐标代入函数解析式, 得  $(5-1)^2a-1=3$ , 解得  $a=\frac{1}{4}$ .

故抛物线的解析式为  $y=\frac{1}{4}(x-1)^2-1$ ;

(2) 由勾股定理, 得  $OA^2=1^2+1^2=2$ ,  $OB^2=5^2+3^2=34$ ,  $AB^2=(5-1)^2+(3+1)^2=32$ ,

$OA^2+AB^2=OB^2$ ,  $\therefore \angle OAB=90^\circ$ ,  $O$  到直线  $AB$  的距离是  $OA=\sqrt{2}$ .

(3) 设  $M(a, b)$ ,  $N(a, 0)$

当  $y=0$  时,  $\frac{1}{4}(x-1)^2-1=0$ , 解得  $x_1=3$ ,  $x_2=-1$ ,  $D(3, 0)$ ,  $DN=3-a$ .

①当 $\triangle MND \sim \triangle OAB$ 时,  $\frac{NM}{OA} = \frac{DN}{AB}$ , 即  $\frac{b}{\sqrt{2}} = \frac{3-a}{4\sqrt{2}}$ , 化简, 得  $4b=a-3$  ①

M 在抛物线上, 得  $b = \frac{1}{4}(a-1)^2 - 1$  ②

联立①②, 得  $\begin{cases} 4b = 3 - a, \\ b = 14(a-1)^2 - 1, \end{cases}$  解得  $a_1=3$ (不符合题意, 舍),  $a_2=-2$ ,  $b = \frac{5}{4}$ ,  $M_1(-2, \frac{5}{4})$ ,

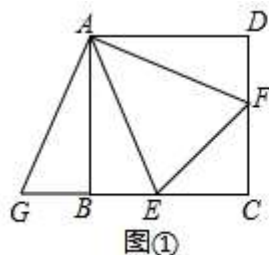
当 $\triangle MND \sim \triangle BAO$ 时,  $\frac{MN}{BA} = \frac{ND}{OA}$ , 即  $\frac{b}{4\sqrt{2}} = \frac{3-a}{\sqrt{2}}$ ,

化简, 得  $b=12-4a$ ③, 联立②③, 得  $\begin{cases} b = 12 - 4a, \\ b = \frac{1}{4}(a-1)^2 - 1, \end{cases}$

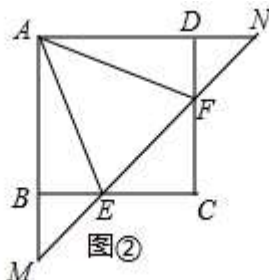
解得  $a_1=3$ (不符合题意, 舍),  $a_2=-17$ ,  $b=12-4 \times (-17)=80$ ,  $M_2(-17, 80)$ .

综上所述: 当 $\triangle DMN$ 与 $\triangle OAB$ 相似时, 点M的坐标 $(-2, \frac{5}{4})$ ,  $(-17, 80)$ .

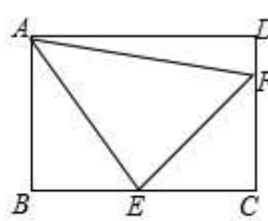
25. 在正方形ABCD中, 点E, F分别在边BC, CD上, 且 $\angle EAF = \angle CEF = 45^\circ$ .



图①



图②



图③

- (1) 将 $\triangle ADF$ 绕着点A顺时针旋转 $90^\circ$ , 得到 $\triangle ABG$ (如图①), 求证:  $\triangle AEG \cong \triangle AEF$ ;
- (2) 若直线EF与AB, AD的延长线分别交于点M, N(如图②), 求证:  $EF^2 = ME^2 + NF^2$ ;
- (3) 将正方形改为长与宽不相等的矩形, 若其余条件不变(如图③), 请你直接写出线段EF, BE, DF之间的数量关系.

解析: (1) 根据旋转的性质可知  $AF=AG$ ,  $\angle EAF = \angle GAE = 45^\circ$ , 故可证  $\triangle AEG \cong \triangle AEF$ ;

(2) 将 $\triangle ADF$ 绕着点A顺时针旋转 $90^\circ$ , 得到 $\triangle ABG$ , 连结GM. 由(1)知  $\triangle AEG \cong \triangle AEF$ , 则  $EG=EF$ .

再由 $\triangle BME$ 、 $\triangle DNF$ 、 $\triangle CEF$ 均为等腰直角三角形, 得出  $CE=CF$ ,  $BE=BM$ ,  $NF = \sqrt{2} DF$ , 然后证明  $\angle GME = 90^\circ$ ,  $MG=NF$ , 利用勾股定理得出  $EG^2 = ME^2 + MG^2$ , 等量代换即可证明  $EF^2 = ME^2 + NF^2$ ;

(3) 将 $\triangle ADF$ 绕着点A顺时针旋转 $90^\circ$ , 得到 $\triangle ABG$ , 根据旋转的性质可以得到  $\triangle ADF \cong \triangle ABG$ , 则  $DF=BG$ , 再证明  $\triangle AEG \cong \triangle AEF$ , 得出  $EG=EF$ , 由  $EG=BG+BE$ , 等量代换得到  $EF=BE+DF$ .

答案: (1)  $\because \triangle ADF$ 绕着点A顺时针旋转 $90^\circ$ , 得到 $\triangle ABG$ ,  $\therefore AF=AG$ ,  $\angle FAG=90^\circ$ ,  $\because \angle EAF=45^\circ$ ,  $\therefore \angle GAE=45^\circ$ ,

在 $\triangle AGE$ 与 $\triangle AFE$ 中, 
$$\begin{cases} AG = AF, \\ \angle GAE = \angle FAE = 45^\circ, \therefore \triangle AGE \cong \triangle AFE \text{ (SAS)}. \\ AE = AE, \end{cases}$$

(2) 设正方形 ABCD 的边长为 a.

将 $\triangle ADF$ 绕着点 A 顺时针旋转 $90^\circ$ , 得到 $\triangle ABG$ , 连结 GM. 则 $\triangle ADF \cong \triangle ABG$ ,  $DF = BG$ .

由(1)知 $\triangle AEG \cong \triangle AEF$ ,  $\therefore EG = EF$ .

$\because \angle CEF = 45^\circ$ ,  $\therefore \triangle BME$ 、 $\triangle DNF$ 、 $\triangle CEF$  均为等腰直角三角形,

$\therefore CE = CF$ ,  $BE = BM$ ,  $NF = \sqrt{2} DF$ ,  $\therefore a - BE = a - DF$ ,  $\therefore BE = DF$ ,  $\therefore BE = BM = DF = BG$ ,

$\therefore \angle BMG = 45^\circ$ ,  $\therefore \angle GME = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ ,  $\therefore EG^2 = ME^2 + MG^2$ ,

$\because EG = EF$ ,  $MG = \sqrt{2} BM = \sqrt{2} DF = NF$ ,  $\therefore EF^2 = ME^2 + NF^2$ .

(3)  $EF^2 = 2BE^2 + 2DF^2$ .