

## 2018年江苏省苏州市昆山市中考一模数学

一、选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分,在每小题给出的四个选项中,只有一个符合题目要求的,把正确答案填在答题卡相应的位置上)

1. -2的相反数是( )

- A.  $\frac{1}{2}$
- B. 2
- C.  $-\frac{1}{2}$
- D. -2

解析: 根据只有符号不同的两个数互为相反数, 可得一个数的相反数.

-2的相反数是2.

答案: B

2. 若无理数  $x_0 = \sqrt{19}$ , 则估计无理数  $x_0$  的范围正确的是( )

- A.  $1 < x_0 < 2$
- B.  $2 < x_0 < 3$
- C.  $3 < x_0 < 4$
- D.  $4 < x_0 < 5$

解析: 直接利用  $\sqrt{19}$  接近的有理数进而分析得出答案.

$$\because \sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25},$$

$\therefore$  无理数  $x_0$  的范围正确的是:  $4 < x_0 < 5$ .

答案: D

3. 下列计算正确的是( )

- A.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$
- B.  $3a^2 + 2a^3 = 5a^5$
- C.  $a^3 \div a^2 = a$
- D.  $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

解析: 直接利用同底数幂的乘法运算法则以及合并同类项法则、完全平方公式分别化简得出答案.

解: A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ , 故此选项错误;

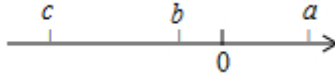
B、 $3a^2 + 2a^3$ , 无法计算, 故此选项错误;

C、 $a^3 \div a^2 = a$ , 正确;

D、 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ , 故此选项错误.

答案: C

4. 实数  $a, b, c$  在数轴上对应点的位置如图所示, 则下列结论中正确的是( )



- A.  $a+c>0$
- B.  $b+c>0$
- C.  $ac>bc$
- D.  $a-c>b-c$

解析：根据图示，可得： $c<b<0<a$ ， $|c|>|a|>|b|$ ，据此逐项判定即可.

$\because c<0<a$ ， $|c|>|a|$ ，  
 $\therefore a+c<0$ ，  
 $\therefore$ 选项 A 不符合题意；  
 $\because c<b<0$ ，  
 $\therefore b+c<0$ ，  
 $\therefore$ 选项 B 不符合题意；  
 $\because c<b<0<a$ ， $c<0$ ，  
 $\therefore ac<0$ ， $bc>0$ ，  
 $\therefore ac<bc$ ，  
 $\therefore$ 选项 C 不符合题意；  
 $\because a>b$ ，  
 $\therefore a-c>b-c$ ，  
 $\therefore$ 选项 D 符合题意.

答案：D

5. 若  $2x-y=3$ ，则  $4-x+\frac{1}{2}y$  的值是( )

- A. 1
- B.  $\frac{5}{2}$
- C.  $\frac{3}{2}$
- D.  $\frac{1}{2}$

解析： $\because 2x-y=3$ ，

$$\therefore 4-x+\frac{1}{2}y=4-\frac{1}{2}(2x-y)=4-\frac{1}{2}\times 3=\frac{5}{2}.$$

答案：B

6. 如果  $m<0$ ，化简  $|\sqrt{m^2}-m|$  的结果是( )

- A.  $-2m$
- B.  $2m$
- C. 0
- D.  $-m$

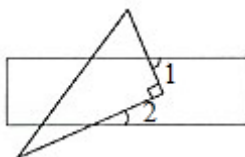
解析：由  $m<0$ ，利用二次根式的性质  $\sqrt{a^2}=|a|$  及绝对值的性质计算可得.

$\because m < 0$ ,

$\therefore$  原式  $= ||m| - m| = |-m - m| = |-2m| = -2m$ .

答案: A

7. 如图, 直角三角板的直角顶点落在直尺两边之间, 若  $\angle 1 = 66^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为( )



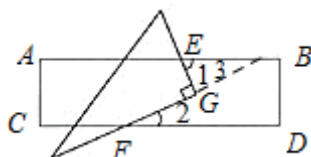
A.  $34^\circ$

B.  $24^\circ$

C.  $30^\circ$

D.  $33^\circ$

解析: 如图所示:



$\because AB \parallel CD$ ,

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ ,

又  $\because \angle EGF = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle 3 = 90^\circ - \angle 1 = 24^\circ$ ,

$\therefore \angle 2 = 24^\circ$ .

答案: B

8. 平面直角坐标系中点  $P(x, -x^2 - 4x - 3)$ , 则点  $P$  所在的象限不可能是( )

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

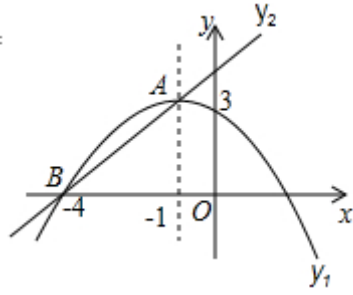
解析:  $\because -x^2 - 4x - 3 = -(x+2)^2 + 1$ ,

$\therefore$  当  $x > 0$  时,  $-(x+2)^2 + 1 < -3 < 0$ ,

$\therefore$  点  $P$  所在象限不可能是第一象限.

答案: A

9. 如图, 抛物线  $y_1 = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的顶点坐标  $A(-1, 3)$ , 与  $x$  轴的一个交点  $B(-4, 0)$ , 直线  $y_2 = mx + n$  ( $m \neq 0$ ) 与抛物线交于  $A, B$  两点, 下列结论:



① $2a-b=0$ ; ② $abc<0$ ; ③抛物线与  $x$  轴的另一个交点坐标是  $(3, 0)$ ; ④方程  $ax^2+bx+c-3=0$  有两个相等的实数根; ⑤当  $-4<x<-1$  时, 则  $y_2<y_1$ .

其中正确的是 ( )

- A. ①②③
- B. ①③⑤
- C. ①④⑤
- D. ②③④

解析:  $\because$  抛物线的顶点坐标  $A(-1, 3)$ ,

$\therefore$  抛物线的对称轴为直线  $x = -\frac{b}{2a} = -1$ ,

$\therefore 2a-b=0$ , 所以①正确;

$\because$  抛物线开口向下,

$\therefore a<0$ ,

$\therefore b=2a<0$ ,

$\because$  抛物线与  $y$  轴的交点在  $x$  轴上方,

$\therefore c>0$ ,

$\therefore abc>0$ , 所以②错误;

$\because$  抛物线与  $x$  轴的一个交点为  $(-4, 0)$

而抛物线的对称轴为直线  $x=-1$ ,

$\therefore$  抛物线与  $x$  轴的另一个交点为  $(2, 0)$ , 所以③错误;

$\because$  抛物线的顶点坐标  $A(-1, 3)$ ,

$\therefore x=-1$  时, 二次函数有最大值,

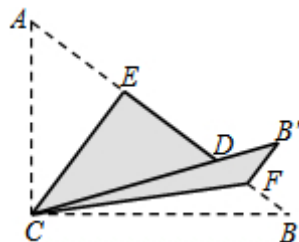
$\therefore$  方程  $ax^2+bx+c=3$  有两个相等的实数根, 所以④正确;

$\because$  抛物线  $y_1=ax^2+bx+c$  与直线  $y_2=mx+n(m\neq 0)$  交于  $A(-1, 3)$ ,  $B$  点  $(-4, 0)$ ,

$\therefore$  当  $-4<x<-1$  时,  $y_2<y_1$ , 所以⑤正确.

答案: C

10. 如图,  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=3$ ,  $BC=4$ , 将边  $AC$  沿  $CE$  翻折, 使点  $A$  落在  $AB$  上的点  $D$  处; 再将边  $BC$  沿  $CF$  翻折, 使点  $B$  落在  $CD$  的延长线上的点  $B'$  处, 两条折痕与斜边  $AB$  分别交于点  $E$ 、 $F$ , 则线段  $B'F$  的长为 ( )



- A.  $\frac{3}{5}$   
 B.  $\frac{4}{5}$   
 C.  $\frac{2}{3}$   
 D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

解析：∵Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AC=3，BC=4，  
 ∴AB=5，  
 根据折叠的性质可知 AC=CD，∠A=∠CDE，CE⊥AB，  
 ∴B'D=BC-CD=4-3=1，  
 ∴∠B'DF=∠CDE，  
 ∴∠A=∠B'DF，  
 ∴∠B=∠B'，  
 ∴△ABC∽△DB'F，  
 ∴ $\frac{B'F}{BC} = \frac{B'D}{AB}$ ，  
 $\frac{B'F}{4} = \frac{1}{5}$ ，  
 ∴B'F= $\frac{4}{5}$ 。  
 答案：B

二、填空题(本大题共 8 题，每小题 3 分，共 24 分，不需要写出解答过程，请把最后结果填在答题卷相应的位置上)

11.  $-\frac{3}{4}$  的绝对值是\_\_\_\_\_。

解析：直接根据绝对值的意义求解。

$$\left| -\frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4}.$$

答案： $\frac{3}{4}$

12. 截止 2017 年底，中国高速铁路营运里程达到 25000km，居世界首位，将 25000 用科学记数法可表示为\_\_\_\_\_。

解析：科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值  $> 1$  时，n 是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时，n 是负数。

将 25000 用科学记数法可表示为  $2.5 \times 10^4$ 。

答案： $2.5 \times 10^4$

13. 函数  $y = \frac{\sqrt{2x+3}}{x-1}$  中自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

解析: 根据分式有意义的条件、二次根式有意义的条件列式计算.

由题意得,  $2x+3 \geq 0$ ,  $x-1 \neq 0$ , 解得,  $x \geq -\frac{3}{2}$  且  $x \neq 1$ .

答案:  $x \geq -\frac{3}{2}$  且  $x \neq 1$

14. 已知  $a^2-4b^2=12$ , 且  $a-2b=-3$ , 则  $a+2b=$ \_\_\_\_\_.

解析:  $\because a^2-4b^2=(a+2b)(a-2b)=12$ ,  $a-2b=-3$ ,

$\therefore -3(a+2b)=12$ ,

$a+2b=-4$ .

答案: -4

15. 如果  $\alpha$ ,  $\beta$  ( $\alpha \neq \beta$ ) 是一元二次方程  $x^2+2x-1=0$  的两个根, 则  $\alpha^2+\alpha-\beta$  的值是\_\_\_\_\_.

解析: 由  $\alpha$ ,  $\beta$  是一元二次方程  $x^2+2x-1=0$  的两个根, 利用根与系数的关系求出两根之和, 且将  $x=\alpha$  代入方程得到关于  $\alpha$  的等式, 将所求式子变形后, 把两根之和与关于  $\alpha$  的式子整理后代入, 即可求出值.

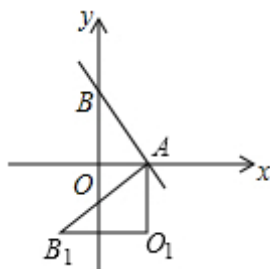
$\because \alpha$ ,  $\beta$  ( $\alpha \neq \beta$ ) 是一元二次方程  $x^2+2x-1=0$  的两个根,

$\therefore \alpha^2+2\alpha-1=0$ ,  $\alpha+\beta=-2$ ,

$\therefore \alpha^2+\alpha=1-\alpha$ ,  $\therefore \alpha^2+\alpha-\beta=1-\alpha-\beta=1+2=3$ .

答案: 3

16. 如图, 直线  $y = -\frac{4}{3}x+4$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于  $A$ ,  $B$  两点, 把  $\triangle AOB$  绕点  $A$  按逆时针旋转  $90^\circ$  后得到  $\triangle AO_1B_1$ , 则点  $B_1$  的坐标是\_\_\_\_\_.



解析: 利用一次函数图象上点的坐标特征可得出点  $A$ 、 $B$  的坐标, 进而可得出  $OA$ 、 $OB$  的长度, 再利用旋转的性质结合图形可得出点  $O_1$ 、 $B_1$  的坐标.

直线  $y = -\frac{4}{3}x+4$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于  $A$ ,  $B$  两点,

$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(0, 4)$ , 点  $A$  的坐标为  $(3, 0)$ ,

$\therefore OA=3$ ,  $OB=4$ .

根据旋转的性质, 可知:  $AO_1=AO=3$ ,  $O_1B_1=OB=4$ ,

$\therefore$  点  $O_1$  的坐标为  $(3, -3)$ , 点  $B_1$  的坐标为  $(-1, -3)$ .

答案:  $(-1, -3)$

17. 设  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  是抛物线  $y=2x^2+4x-2$  上的点，坐标系原点  $O$  位于线段  $AB$  的中点处，则  $AB$  的长为\_\_\_\_\_.

解析：∵ 原点  $O$  是线段  $AB$  的中点，

∴  $A(x_1, y_1)$  与  $B(x_2, y_2)$  关于原点中心对称，

∴  $x_1 = -x_2, y_1 = -y_2$ ，

∴  $y = 2x^2 + 4x - 2 = 2(x+1)^2 - 4$ ，

∴ 抛物线的对称轴为直线  $x = -1$ ，顶点坐标为  $(-1, -4)$ ，

∴  $A$  点和  $B$  点在第一、三象限，设  $A$  点在第一象限，

∴  $B$  点坐标为  $(-x_1, -y_1)$ ，

∴  $y_1 = 2x_1^2 + 4x_1 - 2, -y_1 = 2x_1^2 - 4x_1 - 2$ ，

∴  $x_1 = 1$ ，

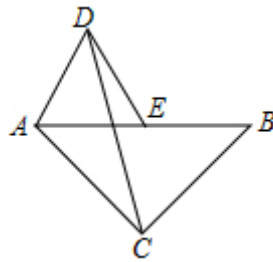
∴  $y_1 = 4$ ，

∴  $A(1, 4)$  与  $B(-1, -4)$ ，

∴  $AB = \sqrt{(1+1)^2 + (4+4)^2} = 2\sqrt{17}$  .

答案：  $2\sqrt{17}$

18. 如图，在等腰  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=4$ ，点  $E$  为  $AB$  的中点. 以  $AE$  为边作等边  $\triangle ADE$  (点  $D$  与点  $C$  分别在  $AB$  的异侧)，连接  $CD$ . 则  $\triangle ACD$  的面积为\_\_\_\_\_.



解析：根据圆的定义，证明  $D, A, C, B$  四点共圆，可得  $\angle ADF=45^\circ$ ，作高线  $AF$ ，构建等腰直角  $\triangle ADF$  和  $30^\circ$  的直角  $\triangle AFC$ ，可以求得  $AF, DF, CF$  的长，利用三角形面积公式可得结论.

连接  $CE$ ，

∵  $\angle ACB=90^\circ$ ， $E$  为  $AB$  的中点，

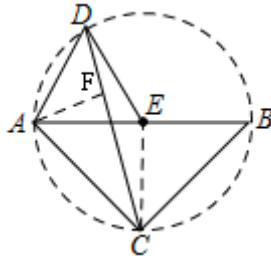
∴  $CE=AE=BE$ ，

∵  $\triangle ADE$  是等边三角形，

∴  $DE=AE$ ，

∴  $DE=AE=CE=BE$ ，

∴  $D, A, C, B$  在以点  $E$  为圆心的圆上，作  $\odot E$ ，



$$\therefore \angle ADC = \angle ABC = 45^\circ,$$

过 A 作  $AF \perp CD$  于 F,

$\therefore \triangle ADF$  是等腰直角三角形,

$$\therefore AD = AE = \frac{1}{2} AB = 2,$$

$$\therefore AF = DF = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \angle CAF = \angle DAB + \angle BAC - \angle DAF = 60^\circ + 45^\circ - 45^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF = 30^\circ,$$

$$\therefore AC = 2AF = 2\sqrt{2},$$

$$\text{由勾股定理得: } CF = \sqrt{AC^2 - AF^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6},$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} CD \cdot AF = \frac{1}{2} (\sqrt{2} + \sqrt{6}) \times \sqrt{2} = 1 + \sqrt{3}.$$

答案:  $1 + \sqrt{3}$

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 76 分, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. 计算:

$$(1) (\sqrt{2})^2 - (-1)^{2018} + |-3|$$

解析: (1) 本题涉及乘方、绝对值、二次根式化简 3 个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

$$\text{答案: } (1) (\sqrt{2})^2 - (-1)^{2018} + |-3|$$

$$= 2 - 1 + 3$$

$$= 4.$$

$$(2) \sqrt{(-4)^2} + 2 \sin 60^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

解析: (2) 本题涉及特殊角的三角函数值、二次根式化简 2 个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.



$$\begin{aligned}
 \text{答案: (2)} & \sqrt{(-4)^2} + 2 \sin 60^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \\
 & = 4 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3} \times (2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3}) \times (2 + \sqrt{3})} \\
 & = 4 + \sqrt{3} - (2\sqrt{3} + 3) \\
 & = 4 + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 3 \\
 & = 1 - \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

20. 解不等式组，并将解集在数轴上表示出来.

$$\begin{cases} 3(x-1) + 9 \geq 5x \\ \frac{3x-1}{2} > -2 \end{cases}$$

解析: 先求出每个不等式的解集, 再根据找不等式组解集的规律找出不等式组的解集, 最后在数轴上表示出来即可.

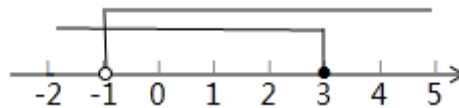
$$\text{答案: } \begin{cases} 3(x-1) + 9 \geq 5x \text{ ①} \\ \frac{3x-1}{2} > -2 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得:  $x \leq 3$ ,

由②得:  $x > -1$ ,

$\therefore$  不等式组的解集是  $-1 < x \leq 3$ .

在数轴上表示不等式组的解集为:



$$21. \text{先化简再求值: } \frac{a^2 - a}{a^2 - 2a + 1} \div \left( \frac{a}{a-1} - 2 \right), \text{ 其中 } a = \sqrt{2} + 2.$$

解析: 先将括号内通分化为同分母分式相减、将被除式分子分母因式分解, 再计算括号内分式的减法、将除法转化为乘法, 最后约分即可得结果.

$$\text{答案: } \frac{a^2 - a}{a^2 - 2a + 1} \div \left( \frac{a}{a-1} - 2 \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a(a-1)}{(a-1)^2} \div \left[ \frac{a}{a-1} - \frac{2(a-1)}{a-1} \right] \\
&= \frac{a}{a-1} \div \frac{a-2a+2}{a-1} \\
&= \frac{a}{a-1} \cdot \frac{a-1}{2-a} \\
&= \frac{a}{2-a}
\end{aligned}$$

当  $a = \sqrt{2} + 2$  时, 原式 =  $\frac{\sqrt{2} + 2}{2 - (\sqrt{2} + 2)} = -1 - \sqrt{2}$ .

22. 解方程:  $\frac{4}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} = \frac{2x}{x + 1}$ .

解析: 首先找出最简公分母  $(x+1)(x-1)$ , 进而去分母解方程即可.

答案:  $\frac{4}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} = \frac{2x}{x + 1}$ ,

方程两边同时乘以  $(x+1)(x-1)$  得:

$$4 - (x+1) = 2x(x-1),$$

$$4 - x - 1 = 2x^2 - 2x,$$

$$2x^2 - x - 3 = 0,$$

$$(x+1)(2x-3) = 0,$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = \frac{3}{2},$$

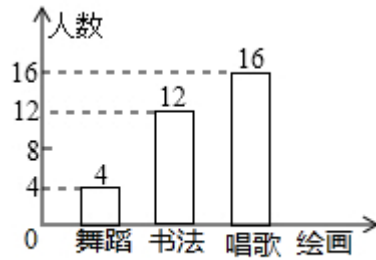
检验: 当  $x = -1$  时,  $(x+1)(x-1) = 0$ ,

当  $x = \frac{3}{2}$  时,  $(x+1)(x-1) \neq 0$ ,

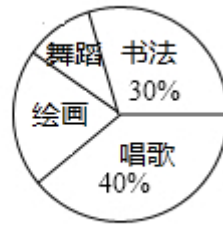
$\therefore x = -1$  不是原方程的根,  $x = \frac{3}{2}$  是原方程的根;

$\therefore$  原方程的根是  $x = \frac{3}{2}$ .

23. 某中学九年级(1)班为了了解全班学生的兴趣爱好情况, 采取全面调查的方法, 从舞蹈、书法、唱歌、绘画等四个方面调查了全班学生的兴趣爱好, 根据调查的结果组建了4个兴趣小组, 并绘制成如图所示的两幅不完整的统计图(如图①, ②, 要求每位学生只能选择其中一种自己喜欢的兴趣项目), 请你根据图中提供的信息解答下列问题:



图①



图②

(1) 九年级(1)班的学生人数为\_\_\_\_，并将图①中条形统计图补充完整.

解析：(1)用爱好书法的人数除以它所占的百分比可得到全班人数，再计算出爱好绘画的人数，然后补全条形统计图.

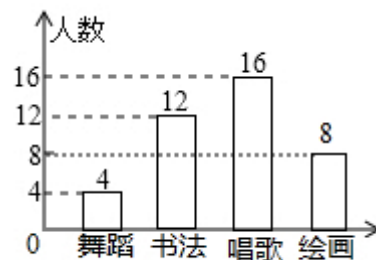
答案：(1)  $12 \div 30\% = 40$  (人)，

所以九年级(1)班的学生人数为为 40 人.

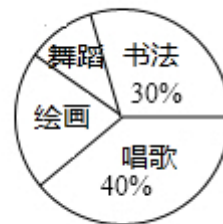
故答案为：40.

爱好“绘画”的人数为  $40 - 4 - 12 - 16 = 8$  (人).

条形统计图补充为：



图①



图②

(2) 图②中表示“绘画”的扇形的圆心角是\_\_\_\_度.

解析：(2)用爱好绘画的人数所占的百分比乘以  $360^\circ$  可得到扇形统计图中“绘画”的扇形的圆心角的度数.

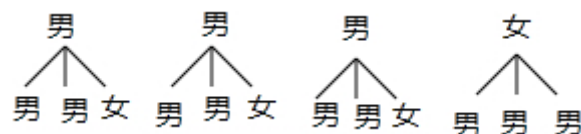
答案：(2)“绘画”的扇形的圆心角的度数为  $\frac{8}{40} \times 360^\circ = 72^\circ$  .

故答案为：72.

(3) “舞蹈”兴趣小组 4 名学生中有 3 男 1 女，现在打算从中随机选出 2 名学生参加学校的舞蹈队，请用列表或画树状图的方法求选出的 2 名学生恰好是 1 男 1 女的概率.

解析：(3)画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出选出的 2 名学生恰好是 1 男 1 女的结果数，然后根据概率公式求解.

答案：(3)画树状图如下：



共 12 种等可能的结果数，其中选出的 2 名学生恰好是 1 男 1 女的结果数为 6，

所以选出的 2 名学生恰好是 1 男 1 女的概率  $P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ .

24. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 + (k+3)x + \frac{k^2}{4} = 0$  有两个不相等的实数根.

(1) 求  $k$  的取值范围.

解析: (1) 根据方程的系数结合根的判别式  $\Delta > 0$ , 即可得出关于  $k$  的一元一次不等式, 解之即可得出结论.

答案: (1)  $\because$  关于  $x$  的方程  $x^2 + (k+3)x + \frac{k^2}{4} = 0$  有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = (k+3)^2 - 4 \times 1 \times \frac{k^2}{4} = 6k+9 > 0,$$

$$\text{解得: } k > -\frac{3}{2}.$$

(2) 若方程两根为  $x_1, x_2$ , 那么是否存在实数  $k$ , 使得等式  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$  成立? 若存在, 求出

$k$  的值; 若不存在, 请说明理由.

解析: (2) 根据根与系数的关系可得出  $x_1 + x_2 = -k-3, x_1 x_2 = \frac{k^2}{4}$ , 将其代入  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = -1$

中即可求出  $k$  值, 再由 (1) 的结论即可确定  $k$  值, 此题得解.

答案: (2)  $\because$  方程  $x^2 + (k+3)x + \frac{k^2}{4} = 0$  的两根为  $x_1, x_2$ ,

$$\therefore x_1 + x_2 = -k-3, x_1 x_2 = \frac{k^2}{4}.$$

$$\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1, \text{ 即 } \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = -1,$$

$$\therefore k^2 - 4k - 12 = 0,$$

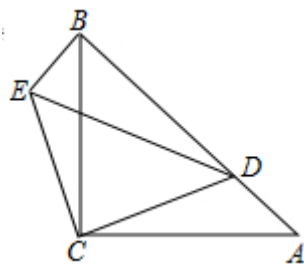
解得:  $k_1 = -2, k_2 = 6$ .

$$\therefore k > -\frac{3}{2},$$

$$\therefore k = 6.$$

25. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = BC = 3\sqrt{2}$ , 点  $D$  在  $AB$  上, 且  $BD = 2AD$ , 连接  $CD$ , 将

线段 CD 绕点 C 逆时针方向旋转  $90^\circ$  至 CE，连接 BE，DE.



(1) 求证:  $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ .

解析: (1) 先根据旋转的性质, 由线段 CD 绕点 C 逆时针旋转  $90^\circ$  至 CE 位置得到  $CD=CE$ ,  $\angle DCE=90^\circ$ , 加上  $\angle BCA=90^\circ$ , 于是可得  $\angle ACD=\angle BCE$ , 然后根据 SAS 即可得到  $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ .

答案: (1) 证明:  $\because$  将线段 CD 绕点 C 逆时针方向旋转  $90^\circ$  至 CE,

$$\therefore CD=CE, \angle DCE=90^\circ,$$

$$\because \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB - \angle BCD = \angle DCE - \angle BCD,$$

即  $\angle ACD = \angle BCE$ .

在  $\triangle ACD$  与  $\triangle BCE$  中,

$$\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACD = \angle BCE, \\ CD = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE.$$

(2) 求线段 DE 的长度.

解析: (2) 先在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中利用勾股定理求出  $AB=6$ , 由  $BD=2AD$  得到  $AD=2$ ,  $BD=4$ , 再证明  $\angle DBE=90^\circ$ ,  $BE=2$ , 然后在  $\text{Rt}\triangle BDE$  中利用勾股定理即可求出 DE 的长度.

答案: (2)  $\because$  在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC=BC=3\sqrt{2}$ ,

$$\therefore AB=6.$$

$$\because BD=2AD,$$

$$\therefore AD=2, BD=4.$$

由 (1) 可知  $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ ,

$$\therefore \angle CBE = \angle A = 45^\circ, BE = AD = 2,$$

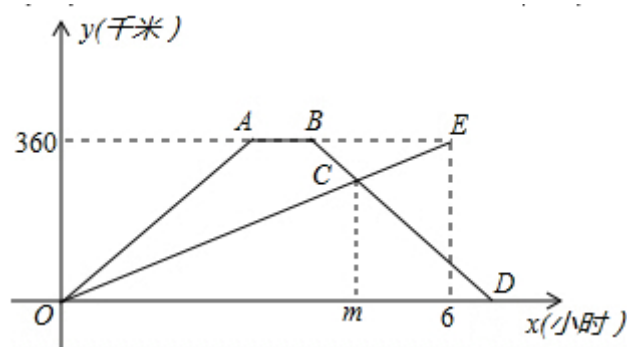
$$\therefore \angle DBE = \angle ABC + \angle CBE = 90^\circ.$$

$\because$  在  $\text{Rt}\triangle BDE$  中,  $\angle DBE=90^\circ$ ,

$$\therefore DE^2 = BE^2 + BD^2,$$

$$\therefore DE = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

26. 快、慢两车分别从相距 360 千米路程的甲、乙两地同时出发, 匀速行驶, 先相向而行, 快车到达乙地后, 停留 1 小时, 然后按原路原速返回, 快车比慢车晚 1 小时到达甲地, 快、慢两车距各自出发地的路程  $y$  (千米) 与出发后所用的时间  $x$  (小时) 的关系如图.



请结合图象信息解答下列问题：

(1) 慢车的速度是\_\_\_\_\_千米/小时，快车的速度是\_\_\_\_\_千米/小时。

解析：(1) 根据速度=路程÷时间求出慢车的速度，再求出快车到达甲地的时间，然后根据速度=路程÷时间列式计算即可求出快车的速度。

$$\text{慢车速度} = \frac{360}{6} = 60 \text{ (千米/小时)},$$

∵ 快车到达乙地后，停留 1 小时，快车比慢车晚 1 小时到达甲地，

∴ 快车返回甲地的时间为  $6+1-1=6$ ，

$$\therefore \text{快车速度} = \frac{360 \times 2}{6} = 120 \text{ (千米/小时)}.$$

答：慢车的速度是 60 千米/小时，快车的速度 120 千米/小时。

答案：(1) 60, 120.

(2) 求  $m$  的值，并指出点 C 的实际意义是什么？

解析：(2) 根据两车距离出发地的路程列出方程，然后求出  $m$  的值，再求出  $y$  值，然后说出两车的位置即可。

答案：(2) 由题意得， $60m = 360 \times 2 - 120(m-1)$ ，

$$\text{解得 } m = \frac{14}{3},$$

$$60 \times \frac{14}{3} = 280 \text{ km},$$

所以，C 点表示  $\frac{14}{3}$  小时，慢车在距离乙地 280 千米处，快车在距离甲地 280 千米处。

(3) 在快车按原路原速返回的过程中，快、慢两车相距的路程为 150 千米时，慢车行驶了多少小时？

解析：(3) 利用两车与甲地的距离表示出两车间的距离，然后求解即可。

答案：(3) 设慢车行驶了  $x$  小时，

$$\text{由题意得，} 60x - 120\left(x - \frac{360}{120} - 1\right) = 150,$$

解得  $x = 5.5$  小时，

答：慢车行驶了 5.5 小时。

27. 如图 1，一次函数  $y=kx-6$  ( $k \neq 0$ ) 的图象与  $y$  轴交于点  $A$ ，与反比例函数  $y=\frac{8}{x}$  ( $x>0$ ) 的图象交于点  $B(4, b)$ 。

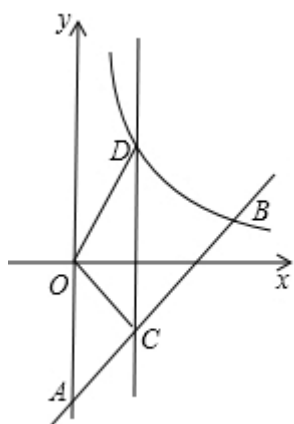


图1

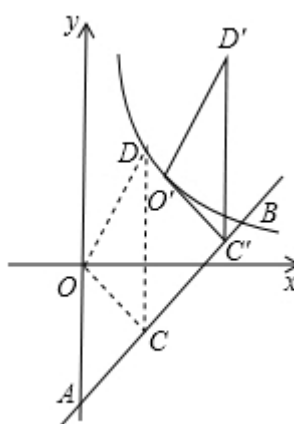


图2

(1)  $b=$  \_\_\_\_\_;  $k=$  \_\_\_\_\_.

解析：(1) 利用待定系数法即可解决问题.

把点  $B(4, b)$  代入  $y=\frac{8}{x}$  中，得到  $b=\frac{8}{4}=2$ ,

$\therefore B(4, 2)$  代入  $y=kx-6$  中，得到  $2=4k-6$ ，解得： $k=2$ .

答案：(1) 2, 2.

(2) 点  $C$  是线段  $AB$  上一点，过点  $C$  且平行于  $y$  轴的直线  $l$  交该反比例函数的图象于点  $D$ ，连接  $OC$ ， $OD$ ， $BD$ ，若四边形  $OCBD$  的面积  $S_{\text{四边形}OCBD}=\frac{42}{5}$ ，求点  $C$  的坐标.

解析：(2) 设  $C(m, 2m-6)$  ( $0 < m < 4$ )，则  $D(m, \frac{8}{m})$ ，根据四边形的面积构建方程即可解决问题.

答案：(2) 设  $C(m, 2m-6)$  ( $0 < m < 4$ )，则  $D(m, \frac{8}{m})$ ,

$$\therefore CD = \frac{8}{m} - 2m + 6,$$

$$\because S_{\text{四边形}OCBD} = \frac{42}{5},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot CD \cdot x_B = \frac{42}{5},$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \left( \frac{8}{m} - 2m + 6 \right) \times 4 = \frac{42}{5},$$

$$\therefore 10m^2 - 9m - 40 = 0,$$

$$\therefore m_1 = \frac{5}{2}, \quad m_2 = -\frac{8}{5},$$

经检验： $m_1 = \frac{5}{2}$ ， $m_2 = -\frac{8}{5}$  是原方程的解，

$\because 0 < m < 4$ ,

$\therefore m = \frac{5}{2}$ ,

$\therefore C(\frac{5}{2}, -1)$ .

(3) 将第(2)小题中的 $\triangle OCD$ 沿射线 $AB$ 方向平移一定的距离后，得到 $\triangle O'C'D'$ ，若点 $O$ 的对应点 $O'$ 恰好落在该反比例函数图象上(如图2)，求此时点 $D$ 的对应点 $D'$ 的坐标.

解析：(3)根据一次函数，利用方程组求出点 $O$ 的坐标，即可解决问题；

答案：(3)由平移可知： $OO' \parallel AB$ ，

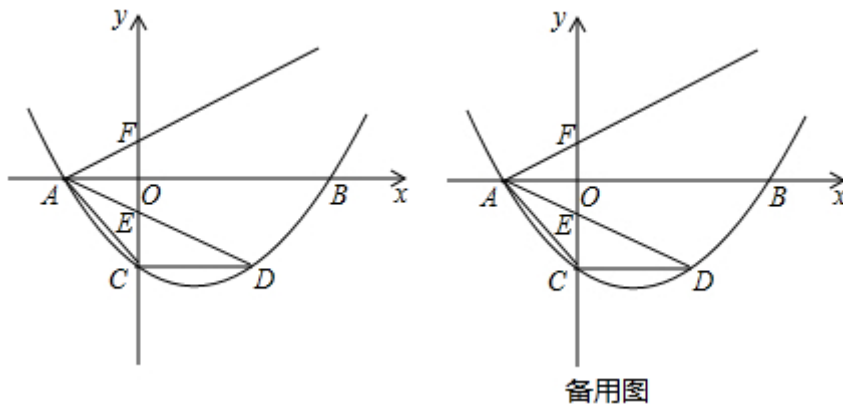
$\therefore$ 直线 $OO'$ 的解析式为 $y=2x$ ，

$$\text{由 } \begin{cases} y = 2x \\ y = \frac{8}{x} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases} \text{ (舍弃),}$$

$\therefore O'(2, 4)$ ,

$\therefore D'(\frac{9}{2}, \frac{36}{5})$ .

28. 如图，抛物线 $y=ax^2-5ax-4$ 交 $x$ 轴于 $A, B$ 两点(点 $A$ 位于点 $B$ 的左侧)，交 $y$ 轴于点 $C$ ，过点 $C$ 作 $CD \parallel AB$ ，交抛物线于点 $D$ ，连接 $AC, AD$ ， $AD$ 交 $y$ 轴于点 $E$ ，且 $AC=CD$ ，过点 $A$ 作射线 $AF$ 交 $y$ 轴于点 $F$ ， $AB$ 平分 $\angle EAF$ .



(1) 此抛物线的对称轴是\_\_\_\_\_.

解析：(1)直接利用抛物线的对称轴方程求解.

答案：(1)抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{-5a}{2a} = \frac{5}{2}$ .

故答案为：直线 $x = \frac{5}{2}$ .

(2) 求该抛物线的解析式.



解析：(2)先确定 C(0, -4)，再利用对称性得到 D(5, -4)，从而得到 CD=AC=5，接着求出 A 点坐标，然后把 A 点坐标代入  $y=ax^2-5ax-4$  中求出 a 即可。

答案：(2)当  $x=0$  时， $y=ax^2-5ax-4=-4$ ，则 C(0, -4)；

$\because CD \parallel x$  轴，

$\therefore$  点 C 与点 D 关于直线  $x = \frac{5}{2}$  对称，

$\therefore D(5, -4)$ ， $CD=5$ ，

$\because AC=CD$ ，

$\therefore AC=5$ ，

在  $Rt\triangle AOC$  中， $OA = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ ，

$\therefore A(-3, 0)$ ，

把 A(-3, 0) 代入  $y=ax^2-5ax-4$  得  $9a+15a-4=0$ ，解得  $a = \frac{1}{6}$ ，

$\therefore$  抛物线解析式为  $y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}x - 4$ 。

(3)若点 P 是抛物线位于第四象限图象上一动点，求  $\triangle APF$  面积  $S_{\triangle APF}$  的最大值，以及此时点 P 的坐标。

解析：(3)作  $PQ \parallel y$  轴交 AF 于 Q，如图 1，先利用待定系数法确定直线 AD 的解析式为

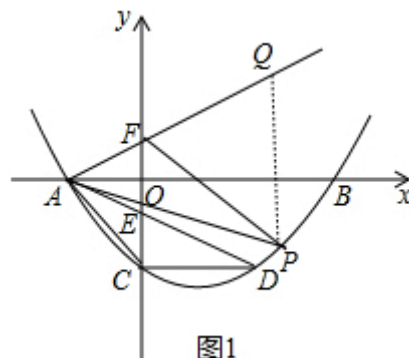
$y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$  得到  $E(0, -\frac{3}{2})$ ，再根据等腰三角形的三线合一确定  $F(0, \frac{3}{2})$ ，则易得直线

AF 的解析式为  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ，设  $P(x, \frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}x - 4)$  ( $0 < x < 8$ )，则  $Q(x, \frac{1}{2}x + \frac{3}{2})$ ，所以

$PQ = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} - \left(\frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}x - 4\right) = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{11}{2}$ ，然后利用三角形面积公式，根据  $S_{\triangle}$

$APF = S_{\triangle PAQ} - S_{\triangle PFQ}$  可表示出  $S_{\triangle APF} = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + \frac{33}{4}$ ，最后利用二次函数的性质解决问题。

答案：(3)作  $PQ \parallel y$  轴交 AF 于 Q，如图 1，



当  $y=0$  时， $\frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}x - 4 = 0$ ，解得  $x_1 = -3$ ， $x_2 = 8$ ，则  $B(8, 0)$ ，

设直线 AD 的解析式为  $y=kx+b$ ，

把 A(-3, 0), D(5, -4) 代入得  $\begin{cases} -3k + b = 0 \\ 5k + b = -4 \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}$ ,

$\therefore$  直线 AD 的解析式为  $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ ,

当  $x=0$  时,  $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$ , 则  $E(0, -\frac{3}{2})$ ,

$\therefore$  AB 平分  $\angle EAF$ ,  $AO \perp EF$ ,

$\therefore OF = OE = \frac{3}{2}$ ,

$\therefore F(0, \frac{3}{2})$ ,

易得直线 AF 的解析式为  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ,

设  $P(x, \frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}x - 4)$  ( $0 < x < 8$ ), 则  $Q(x, \frac{1}{2}x + \frac{3}{2})$ ,

$\therefore PQ = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} - \left(\frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}x - 4\right) = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{11}{2}$ ,

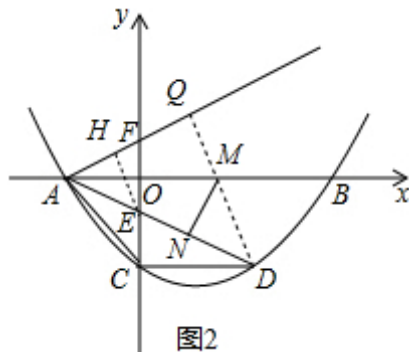
$\therefore S_{\triangle APF} = S_{\triangle PAQ} - S_{\triangle PFQ} = \frac{1}{2}PQ \cdot x = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{11}{4} = -\frac{1}{12}(x-4)^2 + \frac{49}{12}$ ,

当  $x=4$  时,  $S_{\triangle APF}$  的最大值为  $\frac{49}{12}$ , 此时 P 点坐标为  $(4, -\frac{14}{3})$ .

(4) 点 M 是线段 AB 上一点 (不与点 A, B 重合), 点 N 是线段 AD 上一点 (不与点 A, D 重合), 则两线段长度之和:  $MN+MD$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

解析: (4) 作  $DQ \perp AF$  于 Q, 交 x 轴于 M, 作  $MN \perp AD$  于 N,  $EH \perp AF$  于 H, 如图 2, 利用两点之间线段最短和垂线段最短判断此时  $MN+MD$  的值最小, 再利用面积法求出 EH, 然后利用平行线分线段成比例定理计算出 DQ 即可.

答案: (4) 作  $DQ \perp AF$  于 Q, 交 x 轴于 M, 作  $MN \perp AD$  于 N,  $EH \perp AF$  于 H, 如图 2,



$\therefore$  AB 平分  $\angle EAF$ ,

$\therefore MQ = MN$ ,

$\therefore MN + MD = DQ$ ,

∴此时 MN+MD 的值最小,

$$\because A(-3, 0), E(0, -\frac{3}{2}), D(5, -4),$$

$$\therefore AE = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}, AD = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\because \frac{1}{2}OA \triangleq EF = \frac{1}{2}EH \triangleq AF,$$

$$\therefore EH = \frac{3 \times 3}{\frac{3\sqrt{5}}{2}} = \frac{6\sqrt{5}}{5},$$

∵EH//DQ,

$$\therefore \frac{EH}{DQ} = \frac{AE}{AD}, \text{ 即 } \frac{\frac{6\sqrt{5}}{5}}{DQ} = \frac{\frac{3\sqrt{5}}{2}}{4\sqrt{5}},$$

$$\therefore DQ = \frac{16\sqrt{5}}{5},$$

即 MN+MD 的最小值是  $\frac{16\sqrt{5}}{5}$ .

故答案为:  $\frac{16\sqrt{5}}{5}$ .