

2016 年贵州省黔南州中考真题数学

一、选择题(共 13 小题, 每小题 4 分, 满分 52 分)

1. 一组数据: $-5, -2, 0, 3$, 则该组数据中最大的数为()

- A. -5
- B. -2
- C. 0
- D. 3

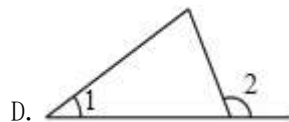
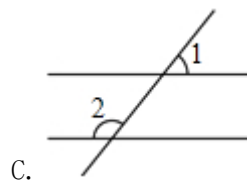
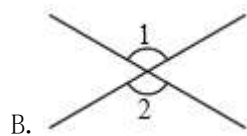
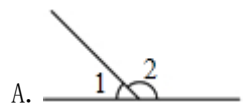
解析: \because 正数 $> 0 >$ 负数,

$\therefore 3 > 0 > -2 > -5$,

\therefore 最大的数为 3 .

答案: D.

2. 下面四个图形中, $\angle 1 = \angle 2$ 一定成立的是()



解析: A、 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 是邻补角, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$; 故本选项错误;

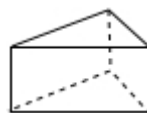
B、 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 是对顶角, 根据其定义; 故本选项正确;

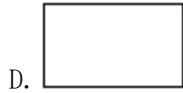
C、根据平行线的性质: 同位角相等, 同旁内角互补, 内错角相等; 故本选项错误;

D、根据三角形的外角一定大于与它不相邻的内角; 故本选项错误.

答案: B.

3. 如图是一个三棱柱笔筒, 则该物体的主视图是()





解析：如图是一个三棱柱笔筒，则该物体的主视图是



答案：C.

4. 一组数据：1，-1，3，x，4，它有唯一的众数是3，则这组数据的中位数为()

- A. -1
- B. 1
- C. 3
- D. 4

解析：∵数据：1，-1，3，x，4有唯一的众数是3，

∴ $x=3$ ，

∴这组数据按大小排序后为：-1，1，3，3，4，

∴这组数据的中位数为3.

答案：C.

5. 下列运算正确的是()

- A. $a^3 \cdot a = a^3$
- B. $(-2a^2)^3 = -6a^5$
- C. $a^5 + a^5 = a^{10}$
- D. $8a^5b^2 \div 2a^3b = 4a^2b$

解析：根据同底数幂的乘法、积的乘方、合并同类项以及多项式的除法法则判断即可.

答案：D.

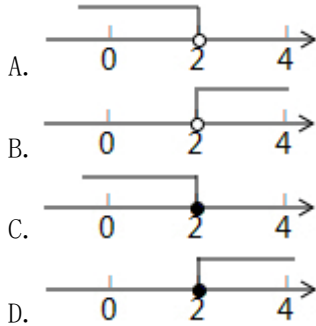
6. 下列说法中正确的是()

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 化简后的结果是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- B. 9 的平方根为 3
- C. $\sqrt{8}$ 是最简二次根式
- D. -27 没有立方根

解析：根据平方根、立方根的定义、最简二次根式的定义、二次根式的化简法则一一判断即可.

答案：A.

7. 函数 $y = \frac{2}{\sqrt{x-2}}$ 的自变量 x 的取值范围在数轴上表示正确的是()



解析：根据题意得， $x-2>0$ ，

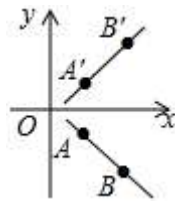
解得： $x>2$ 。

答案：B.

8. 王杰同学在解决问题“已知 A、B 两点的坐标为 A(3, -2)、B(6, -5) 求直线 AB 关于 x 轴的对称直线 A' B' 的解析式”时，解法如下：先是建立平面直角坐标系(如图)，标出 A、B 两点，并利用轴对称性质求出 A'、B' 的坐标分别为 A'(3, 2)，B'(6, 5)；然后设直线 A' B' 的解析式为 $y=kx+b(k \neq 0)$ ，并将 A'(3, 2)、B'(6, 5) 代入 $y=kx+b$ 中，得方程组

$$\begin{cases} 3k+b=2 \\ 6k+b=5 \end{cases}$$
，解得 $\begin{cases} k=1 \\ b=-1 \end{cases}$ ，最后求得直线 A' B' 的解析式为 $y=x-1$ 。则在解题过程中他运

用到的数学思想是()



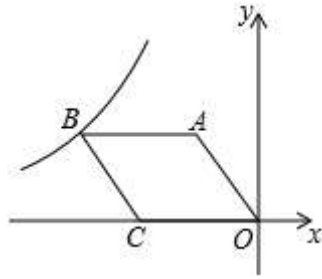
- A. 分类讨论与转化思想
- B. 分类讨论与方程思想
- C. 数形结合与整体思想
- D. 数形结合与方程思想

解析：根据轴对称的性质属于形，点的坐标属于数，可知运用了数形结合的数学思想；根据解方程组，求得未知数的值，可知运用了方程思想。

答案：D.

9. 如图，O 是坐标原点，菱形 OABC 的顶点 A 的坐标为 (-3, 4)，顶点 C 在 x 轴的负半轴上，

函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象经过顶点 B，则 k 的值为()

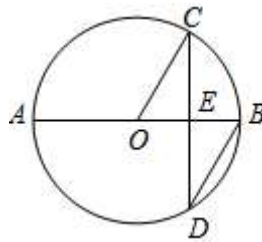


- A. -12
- B. -27
- C. -32
- D. -36

解析：根据点 C 的坐标以及菱形的性质求出点 B 的坐标，然后利用待定系数法求出 k 的值即可。

答案：C.

10. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E， $\angle CDB = 30^\circ$ ， $\odot O$ 的半径为 5cm，则圆心 O 到弦 CD 的距离为（ ）



- A. $\frac{5}{2}$ cm
- B. 3cm
- C. $3\sqrt{3}$ cm
- D. 6cm

解析：根据垂径定理知圆心 O 到弦 CD 的距离为 OE；由圆周角定理知 $\angle COB = 2\angle CDB = 60^\circ$ ，已知半径 OC 的长，即可在 $Rt\triangle OCE$ 中求 OE 的长度。

答案：A.

11. $y = \sqrt{k-1}x + 1$ 是关于 x 的一次函数，则一元二次方程 $kx^2 + 2x + 1 = 0$ 的根的情况为（ ）

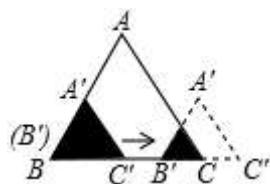
- A. 没有实数根
- B. 有一个实数根
- C. 有两个不相等的实数根
- D. 有两个相等的实数根

解析：由一次函数的定义可求得 k 的取值范围，再根据一元二次方程的判别式可求得答案。

答案：A.

12. 如图，边长分别为 1 和 2 的两个等边三角形，开始它们在左边重合，大三角形固定不动，然后把小三角形自左向右平移直至移出大三角形外停止。设小三角形移动的距离为 x，两个

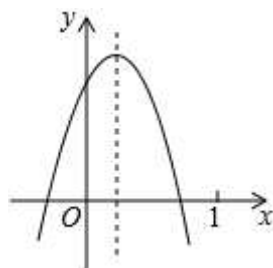
三角形重叠面积为 y ，则 y 关于 x 的函数图象是()



- A.
- B.
- C.
- D.

解析：根据题目提供的条件可以求出函数的解析式，根据解析式判断函数的图象的形状.
答案：B.

13. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，则下列结论：① $b < 0$, $c > 0$; ② $a+b+c < 0$; ③ 方程的两根之和大于 0; ④ $a-b+c < 0$ ，其中正确的个数是()



- A. 4 个
B. 3 个
C. 2 个
D. 1 个

解析：由抛物线的开口方向判断 a 与 0 的关系，由抛物线与 y 轴的交点判断 c 与 0 的关系，然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理，进而对所得结论进行判断.
答案：B.

二、填空题(共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分)

14. 若 $ab=2$, $a-b=-1$ ，则代数式 a^2b-ab^2 的值等于_____.

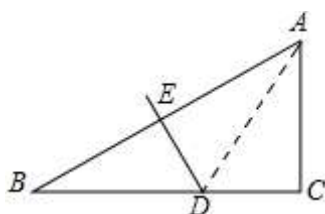
解析：∵ $ab=2$ ， $a-b=-1$ ，
 ∴ $a^2b-ab^2=ab(a-b)=2\times(-1)=-2$.
 答案：-2.

15. 计算： $\sqrt{12}+6(2016-\pi)^0-(\frac{1}{3})^{-1}+|-2|-\cos 30^\circ =$ _____.

解析：原式= $2\sqrt{3}+6-3+2-\frac{\sqrt{3}}{2}=5+\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

答案： $5+\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

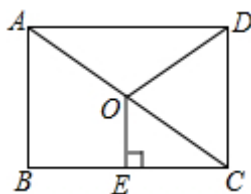
16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ， AB 的垂直平分线 ED 交 AB 于点 E ，交 BC 于点 D ，若 $CD=3$ ，则 BD 的长为_____.



解析：∵ DE 是 AB 的垂直平分线，
 ∴ $AD=BD$ ，
 ∴ $\angle DAE=\angle B=30^\circ$ ，
 ∴ $\angle ADC=60^\circ$ ，
 ∴ $\angle CAD=30^\circ$ ，
 ∴ AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线，
 ∵ $\angle C=90^\circ$ ， $DE\perp AB$ ，
 ∴ $DE=CD=3$ ，
 ∵ $\angle B=30^\circ$ ，
 ∴ $BD=2DE=6$.

答案：6.

17. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 的中点为 O ，过点 O 作 $OE\perp BC$ 于点 E ，连接 OD ，已知 $AB=6$ ， $BC=8$ ，则四边形 $OECD$ 的周长为_____.



解析：先根据勾股定理求得 AC 长，再根据平行线分线段成比例定理，求得 OE 、 CE 的长，最后计算四边形 $OECD$ 的周长.

答案：18.

18. 在平面直角坐标系中，对于平面内任一点(a, b)，若规定以下三种变换：

① $\Delta(a, b) = (-a, b)$;

② $\bigcirc(a, b) = (-a, -b)$;

③ $\Omega(a, b) = (a, -b)$,

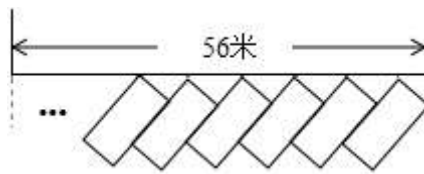
按照以上变换例如： $\Delta(\bigcirc(1, 2)) = (1, -2)$ ，则 $\bigcirc(\Omega(3, 4))$ 等于_____.

解析： $\bigcirc(\Omega(3, 4)) = \bigcirc(3, -4) = (-3, 4)$.

答案： $(-3, 4)$.

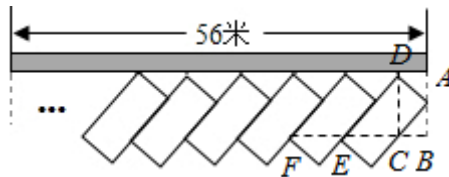
19. 为解决都匀市停车难的问题，计划在一段长为 56 米的路段规划处如图所示的停车位，已知每个车位是长为 5 米，宽为 2 米的矩形，且矩形的宽与路的边缘成 45° 角，则该路段

最多可以划出_____个这样的停车位. (取 $\sqrt{2} = 1.4$ ，结果保留整数)



解析：如图，根据三角函数可求 BC, CE, 设至多可划 x 个车位，依题意可列不等式 $2 \times \sqrt{2}$

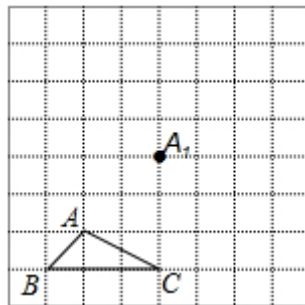
$$x + (5-2) \times \frac{\sqrt{2}}{2} \leq 56, \text{ 解不等式即可求解.}$$



答案：19.

三、解答题(本大题共 8 小题，满分 74 分)

20. 如图所示，正方形网格中， $\triangle ABC$ 为格点三角形(即三角形的顶点都在格点上)：



①把 $\triangle ABC$ 沿 BA 方向平移，请在网格中画出当点 A 移动到点 A_1 时的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

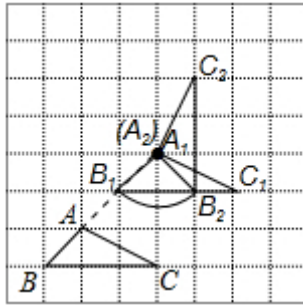
②把 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 A_1 按逆时针方向旋转 90° 后得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，如果网格中小正方形的边长为 1，求点 B_1 旋转到 B_2 的路径长.

解析：①根据 $\triangle ABC$ 沿 BA 方向平移，在网格中画出当点 A 移动到点 A_1 时的 $\triangle A_1B_1C_1$ 即可；

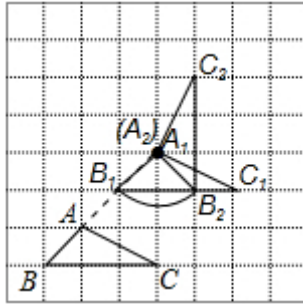
②画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 A_1 按逆时针方向旋转 90° 后得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，求出点 B_1 旋转到 B_2 的路径长

即可.

答案：①如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 为所求三角形；



②画出图形，如图所示，



$$\because A_1B_1 = \sqrt{1+1} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \text{点 } B_1 \text{ 旋转到 } B_2 \text{ 的路径长 } l = \frac{90\pi \times \sqrt{2}}{180} = \frac{\sqrt{2}\pi}{2}.$$

21. 解方程： $\frac{x}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}.$

解析：观察可得最简公分母是 $(x-2)(x+2)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解.

答案：方程两边乘 $(x-2)(x+2)$ ，

$$\text{得 } x(x+2) - 8 = x - 2,$$

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

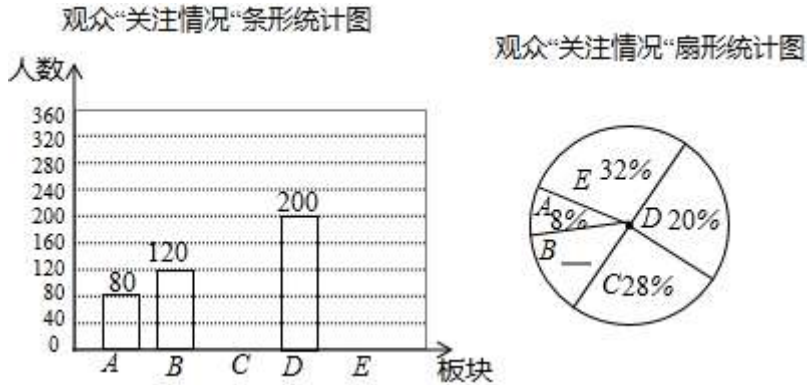
$$(x+3)(x-2) = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = -3, x_2 = 2.$$

经检验： $x_1 = -3$ 是原方程的根， $x_2 = 2$ 是增根.

\therefore 原方程的根是 $x = -3$.

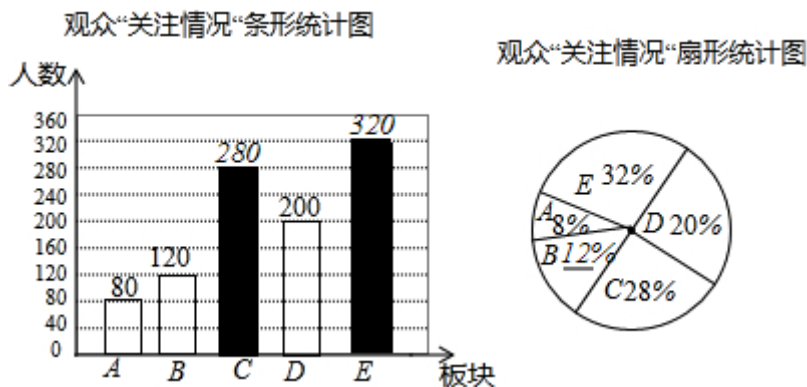
22. “2016 国际大数据产业博览会”于 5 月 25 日至 5 月 29 日在贵阳举行. 参展内容为：A-经济和社会发展；B-产业与应用；C-技术与趋势；D-安全和隐私保护；E-电子商务，共五大板块，为了解观众对五大板块的“关注情况”，某机构进行了随机问卷调查，并将调查结果绘制成如下两幅统计图（均不完整），请根据统计图中提供的信息，解答下列问题：



- (1) 本次随机调查了多少名观众？
 (2) 请补全统计图，并求出扇形统计图中“D-安全和隐私保护”所对应的扇形圆心角的度数.
 (3) 据相关报道，本次博览会共吸引力 90000 名观众前来参观，请估计关注“E-电子商务”的人数是多少？

解析：(1) 根据 A-经济和社会发展在扇形统计图所占的比例和条形图中的数据，得出结论；
 (2) 根据扇形统计图和条形图统计图的对应数据补全统计图；
 (3) 根据样本估计总体，得出结论.

答案：(1) 随机调查的人数为 $80 \div 8\% = 1000$ (名)；
 (2) 补全图形如图所示，



在扇形统计图中“D-安全和隐私保护”所对应的扇形圆心角的度数为 $\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$.

$$(3) \because \frac{32}{100} \times 90000 = 28800,$$

\therefore 关注“E-电子商务”的人数是 28800 名.

23. 为弘扬中华优秀传统文化，黔南州近期举办了中小學生“国学经典大赛”. 比赛项目为：A. 唐诗；B. 宋词；C. 论语；D. 三字经. 比赛形式分“单人组”和“双人组”.

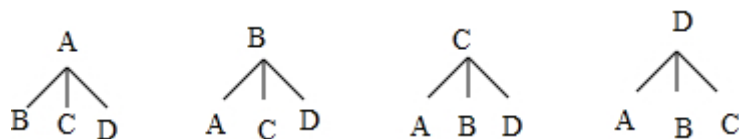
- (1) 小丽参加“单人组”，她从中随机抽取一个比赛项目，恰好抽中“三字经”的概率是多少？
 (2) 小红和小明组成一个小组参加“双人组”比赛，比赛规则是：同一小组的两名队员的比赛项目不能相同，且每人只能随机抽取一次，则恰好小红抽中“唐诗”且小明抽中“宋词”的概率是多少？请用画树状图或；列表的方法进行说明.

解析：(1) 直接利用概率公式求解；

(2) 先画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出恰好小红抽中“唐诗”且小明抽中“宋词”的结果数，然后根据概率公式求解.

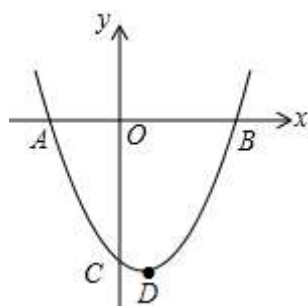
答案：(1)她从中随机抽取一个比赛项目，恰好抽中“三字经”的概率= $\frac{1}{4}$ ；

(2)画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中恰好小红抽中“唐诗”且小明抽中“宋词”的结果数为 1，所以恰好小红抽中“唐诗”且小明抽中“宋词”的概率= $\frac{1}{12}$ 。

24. 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象与 y 轴交于点 $C(0,-6)$ ，与 x 轴的一个交点坐标是 $A(-2,0)$ 。



(1)求二次函数的解析式，并写出顶点 D 的坐标；

(2)将二次函数的图象沿 x 轴向左平移 $\frac{5}{2}$ 个单位长度，当 $y < 0$ 时，求 x 的取值范围。

解析：(1)将点 A 和点 C 的坐标代入抛物线的解析式可求得 b 、 c 的值，从而得到抛物线的解析式，然后依据配方法可求得抛物线的顶点坐标；

(2)依据抛物线的解析式与平移的规划规律，写出平移后抛物线的解析式，然后求得抛物线与 x 轴的交点坐标，最后依据 $y < 0$ 可求得 x 的取值范围。

答案：(1)∵把 $C(0,-6)$ 代入抛物线的解析式得： $C=-6$ ，把 $A(-2,0)$ 代入 $y=x^2+bx-6$ 得： $b=-1$ ，∴抛物线的解析式为 $y=x^2-x-6$ 。

$$\therefore y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}.$$

$$\therefore \text{抛物线的顶点坐标 } D\left(\frac{1}{2}, -\frac{25}{4}\right).$$

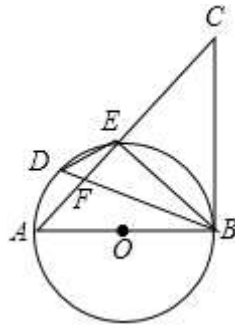
(2)二次函数的图形沿 x 轴向左平移 $\frac{5}{2}$ 个单位长度得： $y = (x+2)^2 - \frac{25}{4}$ 。

$$\text{令 } y=0 \text{ 得：} (x+2)^2 - \frac{25}{4} = 0, \text{ 解得：} x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{9}{2}.$$

∵ $a > 0$,

$$\therefore \text{当 } y < 0 \text{ 时，} x \text{ 的取值范围是 } -\frac{9}{2} < x < \frac{1}{2}.$$

25. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 D 是 AE 上一点，且 $\angle BDE = \angle CBE$ ， BD 与 AE 交于点 F 。



(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 BD 平分 $\angle ABE$, 求证: $DE^2 = DF \cdot DB$;

(3) 在 (2) 的条件下, 延长 ED、BA 交于点 P, 若 $PA = AO$, $DE = 2$, 求 PD 的长.

解析: (1) 利用圆周角定理得到 $\angle AEB = 90^\circ$, $\angle EAB = \angle BDE$, 而 $\angle BDE = \angle CBE$, 则 $\angle CBE + \angle ABE = 90^\circ$, 则根据切线的判定方法可判断 BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 证明 $\triangle DFE \sim \triangle DEB$, 然后利用相似比可得到结论;

(3) 连结 DE, 先证明 $OD \parallel BE$, 则可判断 $\triangle POD \sim \triangle PBE$, 然后利用相似比可得到关于 PD 的方程, 再解方程求出 PD 即可.

答案: (1) 证明: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAB + \angle ABE = 90^\circ,$$

$$\because \angle EAB = \angle BDE, \angle BDE = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle CBE + \angle ABE = 90^\circ, \text{ 即 } \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore AB \perp BC,$$

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 证明: $\because BD$ 平分 $\angle ABE$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

而 $\angle 2 = \angle AED$,

$$\therefore \angle AED = \angle 1,$$

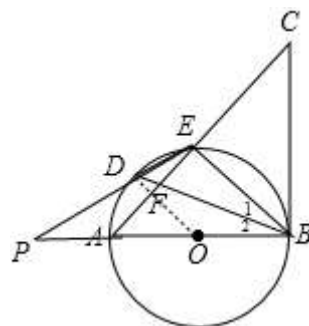
$$\because \angle FDE = \angle EDB,$$

$$\therefore \triangle DFE \sim \triangle DEB,$$

$$\therefore DE : DF = DB : DE,$$

$$\therefore DE^2 = DF \cdot DB;$$

(3) 连结 OD, 如图,



$$\because OD = OB,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle ODB,$$

而 $\angle 1 = \angle 2$,

$$\therefore \angle ODB = \angle 1,$$

$$\begin{aligned} &\therefore OD \parallel BE, \\ &\therefore \triangle POD \sim \triangle PBE, \\ &\therefore \frac{PD}{PE} = \frac{PO}{PB}, \\ &\because PA=AO, \\ &\therefore PA=AO=BO, \\ &\therefore \frac{PD}{PE} = \frac{2}{3}, \text{ 即 } \frac{PD}{PD+2} = \frac{2}{3}, \therefore PD=4. \end{aligned}$$

26. 都匀某校准备组织学生及家长代表到桂林进行社会实践活动, 为便于管理, 所有人员必须乘坐同一列高铁, 高铁单程票价格如表所示, 二等座学生票可打 7.5 折, 已知所有人员都买一等座单程火车票需 6175 元, 都买二等座单程火车票需 3150 元; 如果家长代表与教师的人数之比为 2: 1.

运行区间		票价	
起点站	终点站	一等座	二等座
都匀	桂林	95 (元)	60 (元)

- (1) 参加社会实践活动的老师、家长代表与学生各有多少人?
 (2) 由于各种原因, 二等座单程火车票只能买 x 张 ($x <$ 参加社会实践的总人数), 其余的须买一等座单程火车票, 在保证所有人员都有座位的前提下, 请你设计最经济的购票方案, 并写出购买单程火车票的总费用 y 与 x 之间的函数关系式.
 (3) 在 (2) 的方案下, 请求出当 $x=30$ 时, 购买单程火车票的总费用.

解析: (1) 设参加社会实践的老师有 m 人, 学生有 n 人, 则学生家长有 $2m$ 人, 若都买二等座单程火车票且花钱最少, 则全体学生都需买二等座学生票, 根据题意得到方程组, 求出方程组的解即可;

(2) 有两种情况: ①当 $50 \leq x < 65$ 时, 学生都买学生票共 50 张, $(x-50)$ 名成年人买二等座火车票, $(65-x)$ 名成年人买一等座火车票, 得到解析式: $y=60 \times 0.75 \times 50 + 60(x-50) + 95(65-x)$;

②当 $0 < x < 50$ 时, 一部分学生买学生票共 x 张, 其余的学生与家长老师一起购买一等座火车票共 $(65-x)$ 张, 得到解析式是 $y=-50x+6175$;

(3) 由 (2) 小题知: 当 $x=30$ 时, $y=-50x+6175$, 代入求解即可求得答案.

答案: (1) 设参加社会实践的老师有 m 人, 学生有 n 人, 则学生家长有 $2m$ 人,

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} 95(3m+n) = 6175 \\ 60(m+2m) + 60 \times 0.75n = 3150 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m = 5 \\ n = 50 \end{cases}, \text{ 则 } 2m=10.$$

答: 参加社会实践的老师、家长与学生各有 5、10 与 50 人.

(2) 由 (1) 知所有参与人员总共有 65 人, 其中学生有 50 人,

①当 $50 \leq x < 65$ 时, 最经济的购票方案为:

学生都买学生票共 50 张, $(x-50)$ 名成年人买二等座火车票, $(65-x)$ 名成年人买一等座火车票.

\therefore 火车票的总费用 (单程) y 与 x 之间的函数关系式为: $y=60 \times 0.75 \times 50 + 60(x-50) + 95(65-x)$, 即 $y=-35x+5425 (50 \leq x < 65)$;

②当 $0 < x < 50$ 时，最经济的购票方案为：一部分学生买学生票共 x 张，其余的学生与家长老师一起购买一等座火车票共 $(65-x)$ 张。

∴ 火车票的总费用(单程) y 与 x 之间的函数关系式为： $y = 60 \times 0.75x + 95(65-x)$ ，
即 $y = -50x + 6175 (0 < x < 50)$

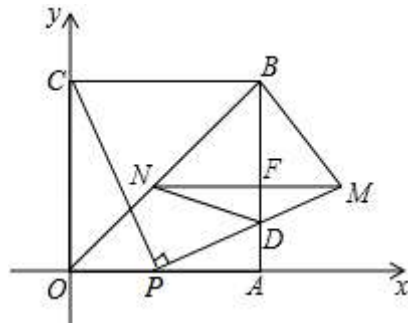
∴ 购买单程火车票的总费用 y 与 x 之间的函数关系式为： $y = \begin{cases} -50x + 6175 (0 < x < 50) \\ -35x + 5425 (50 \leq x < 65) \end{cases}$

(3) ∵ $x = 30 < 50$,

∴ $y = -50x + 6175 = -50 \times 30 + 6175 = 4675$,

答：当 $x = 30$ 时，购买单程火车票的总费用为 4675 元。

27. 如图，四边形 $OABC$ 是边长为 4 的正方形，点 P 为 OA 边上任意一点(与点 O 、 A 不重合)，连接 CP ，过点 P 作 $PM \perp CP$ 交 AB 于点 D ，且 $PM = CP$ ，过点 M 作 $MN \parallel AO$ ，交 BO 于点 N ，连结 ND 、 BM ，设 $OP = t$ 。



(1) 求点 M 的坐标(用含 t 的代数式表示)；

(2) 试判断线段 MN 的长度是否随点 P 的位置的变化而改变？并说明理由。

(3) 当 t 为何值时，四边形 $BNDM$ 的面积最小；

(4) 在 x 轴正半轴上存在点 Q ，使得 $\triangle QMN$ 是等腰三角形，请直接写出不少于 4 个符合条件的点 Q 的坐标(用含 t 的式子表示)。

解析：(1) 作 $ME \perp OA$ 于点 E ，要求点 M 的坐标只要证明 $\triangle OPC \cong \triangle EM$ 即可，根据题目中的条件可证明两个三角形全等，从而可以得到点 M 的坐标；

(2) 首先判断是否变化，然后针对判断结合题目中的条件说明理由即可解答本题；

(3) 要求 t 为何值时，四边形 $BNDM$ 的面积最小，只要用含 t 的代数式表示出四边形的面积，然后化为顶点式即可解答本题；

(4) 首先写出符合要求的点 Q 的坐标，然后根据写出的点的坐标写出推导过程即可解答本题。

答案：(1) 如图 1 所示，作 $ME \perp OA$ 于点 E ，

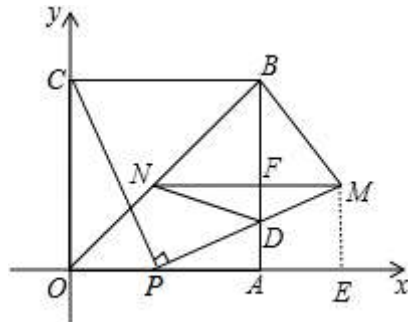


图1

∴ $\angle MEP = \angle POC = 90^\circ$ ，

$\because PM \perp CP$,
 $\therefore \angle CPM = 90^\circ$,
 $\therefore \angle OPC + \angle MPE = 90^\circ$,
 又 $\because \angle OPC + \angle PCO = 90^\circ$,
 $\therefore \angle MPE = \angle PCO$,
 $\because PM = CP$,
 $\therefore \triangle MPE \cong \triangle PCO$ (AAS),
 $\therefore PE = CO = 4$, $ME = PO = t$,
 $\therefore OE = 4 + t$,
 \therefore 点 M 的坐标为 $(4+t, t)$ ($0 < t < 4$);

(2) 线段 MN 长度不变,

理由: $\because OA = AB = 4$,
 \therefore 点 B $(4, 4)$,
 \therefore 直线 OB 的解析式为: $y = x$,
 \because 点 N 在直线 OB 上, $MN \parallel OA$, $M(4+t, t)$,
 \therefore 点 N (t, t) ,
 $\because MN \parallel OA$, $M(4+t, t)$,
 $\therefore MN = |(4+t) - t| = 4$,

即 MN 的长度不变;

(3) 由 (1) 知, $\angle MPE = \angle PCO$,

又 $\because \angle DAP = \angle POC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle DAP \sim \triangle POC$,

$$\therefore \frac{AD}{OP} = \frac{AP}{OC},$$

$\because OP = t$, $OC = 4$,

$\therefore AP = 4 - t$,

$$\therefore \frac{AD}{t} = \frac{4-t}{4}, \text{ 得 } AD = \frac{t(4-t)}{4},$$

$$\therefore BD = 4 - \frac{t(4-t)}{4} = \frac{t^2 - 4t + 16}{4},$$

$\because MN \parallel OA$, $AB \perp OA$,

$\therefore MN \perp BD$,

$$\therefore S_{\text{四边形 BNDM}} = \frac{1}{2} MN \cdot BD = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{t^2 - 4t + 16}{4} = \frac{1}{2} (t-2)^2 + 6,$$

\therefore 当 $t=2$ 时, 四边形 BNDM 的面积最小, 最小值 6;

(4) 在 x 轴正半轴上存在点 Q, 使得 $\triangle QMN$ 是等腰三角形, 此时点 Q 的坐标为: $Q_1(t+2, 0)$,

$Q_2(4+t-\sqrt{16-t^2}, 0)$, $Q_3(4+t+\sqrt{16-t^2}, 0)$, $Q_4(t+\sqrt{16-t^2}, 0)$ 其中 ($0 < t < 4$), $Q_5(t-\sqrt{16-t^2},$

0)

理由: 当 (2) 可知, $OP = t$ ($0 < t < 4$), $MN = PE = 4$, $MN \parallel x$ 轴, 所以共分为以下几种请:

第一种情况: 当 MN 为底边时, 作 MN 的垂直平分线, 与 x 轴的交点为 Q_1 , 如图 2 所示

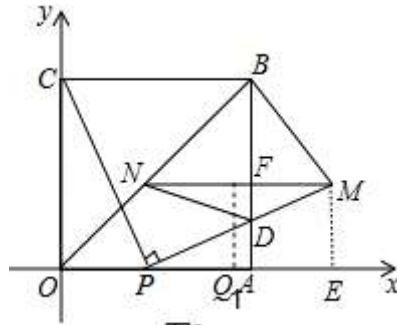


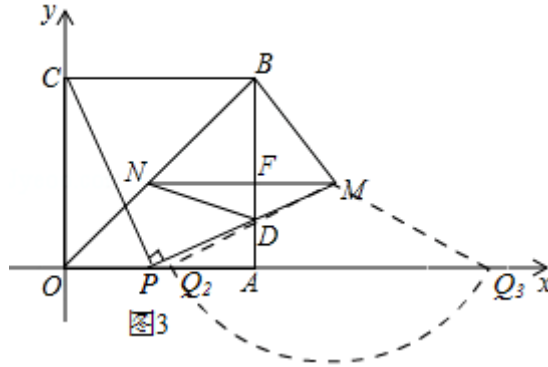
图2

$$PQ_1 = \frac{1}{2} PE = \frac{1}{2} MN = 2,$$

$$\therefore OQ_1 = t + 2,$$

$$\therefore Q_1(t + 2, 0)$$

第二种情况：如图 3 所示，当 MN 为腰时，以 M 为圆心，MN 的长为半径画弧交 x 轴于点 Q_2 、 Q_3 ，连接 MQ_2 、 MQ_3 ，则 $MQ_2 = MQ_3 = 4$ ，



$$\therefore Q_2E = \sqrt{MQ_2^2 - ME^2} = \sqrt{16 - t^2},$$

$$\therefore OQ_2 = OE - Q_2E = 4 + t - \sqrt{16 - t^2},$$

$$\therefore Q_2(4 + t - \sqrt{16 - t^2}, 0),$$

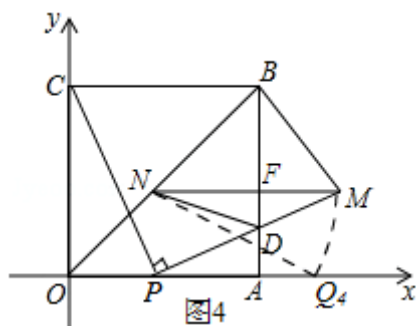
$$\therefore Q_3E = Q_2E,$$

$$\therefore OQ_3 = OE + Q_3E = 4 + t + \sqrt{16 - t^2},$$

$$\therefore Q_3(4 + t + \sqrt{16 - t^2}, 0);$$

第三种情况，当 MN 为腰时，以 N 为圆心，MN 长为半径画圆弧交 x 轴正半轴于点 Q_4 ，

当 $0 < t < 2\sqrt{2}$ 时，如图 4 所示，



$$\text{则 } PQ_4 = \sqrt{NQ_4^2 - NP^2} = \sqrt{4^2 - t^2} = \sqrt{16 - t^2},$$

$$\therefore OQ_4 = OP + PQ_4 = t + \sqrt{16 - t^2},$$

$$\text{即 } Q_4(t + \sqrt{16 - t^2}, 0).$$

当 $t = 2\sqrt{2}$ 时, 则 $ON = 4$, 此时 Q 点与 O 点重合, 舍去;

当 $2\sqrt{2} < t < 4$ 时, 如图 5, 以 N 为圆心, MN 为半径画弧, 与 x 轴的交点为 Q_4, Q_5 .

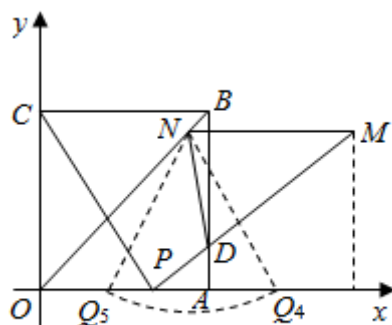


图5

$$Q_4 \text{ 的坐标为: } Q_4(t + \sqrt{16 - t^2}, 0). OQ_5 = t - \sqrt{16 - t^2},$$

$$\therefore Q_5(t - \sqrt{16 - t^2}, 0)$$

所以, 综上所述, 当 $0 < t < 4$ 时, 在 x 轴的正半轴上存在 5 个点 Q , 分别为 $Q_1(t+2, 0)$, $Q_2(4+t-\sqrt{16-t^2}, 0)$, $Q_3(4+t+\sqrt{16-t^2}, 0)$, $Q_4(t+\sqrt{16-t^2}, 0)$, $Q_5(t-\sqrt{16-t^2}, 0)$ 使 $\triangle QMN$ 是等腰三角形.