2011 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

1．本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2．回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．写在本试卷上无效.

3．回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.

4．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 M={0，1，2，3，4}，N={1，3，5}，P=M$\bigcap N$，则 P 的子集共有

A．2 个　　B．4 个　　C．6 个　　D．8 个

2．复数 $\dfrac{5i}{1-2i}=$

A．$2-i$　　B．$1-2i$　　C．$-2+i$　　D．$-1+2i$

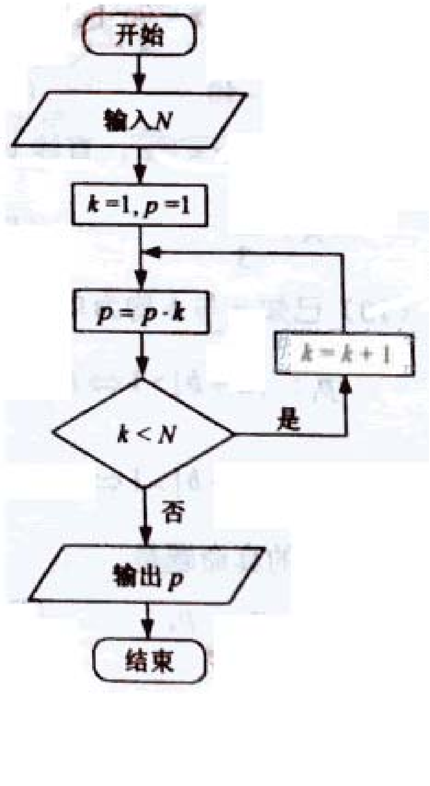
3．下列函数中，既是偶函数又在 $(0,+\infty)$ 单调递增的函数是

A．$y=x^3$　　B．$y=|x|+1$　　C．$y=-x^2+1$　　D．$y=2^{-|x|}$

4．椭圆 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{8}=1$ 的离心率为

A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{1}{2}$

C．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$



5．执行右面的程序框图，如果输入的 N 是 6，那么输出的 p 是

A．120　　B．720

C．1440　　D．5040

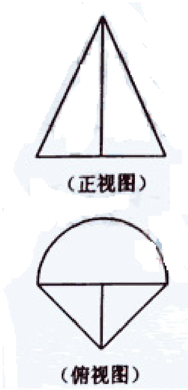
6．有 3 个兴趣小组，甲、乙两位同学各自参加其中一个小组，每位同学参加各个小组的可能性相同，则这两位同学参加同一个兴趣小组的概率为

A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{1}{2}$

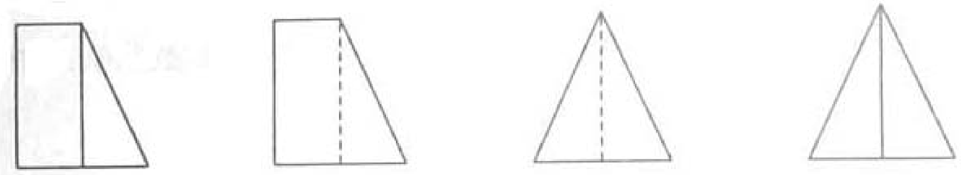
C．$\dfrac{2}{3}$　　D．$\dfrac{3}{4}$

7．已知角θ的顶点与原点重合，始边与 x 轴的正半轴重合，终边在直线$y=2x$上，则$\cos 2\theta=$

A．$-\dfrac{4}{5}$　　B．$-\dfrac{3}{5}$　　C．$\dfrac{3}{5}$　　D．$\dfrac{4}{5}$



8．在一个几何体的三视图中，正视图与俯视图如右图所示，则相应的侧视图可以为



（A）　　（B）　　（C）　　（D）

9．已知直线 l 过抛物线 C 的焦点，且与 C 的对称轴垂直，l 与 C 交于 A，B 两点，$|AB|=12$，P 为 C 的准线上一点，则ΔABP的面积为

A．18　　B．24　　C．36　　D．48

10．在下列区间中，函数$f(x)=e^x+4x-3$的零点所在的区间为

A．$(-\dfrac{1}{4},0)$　　B．$(0,\dfrac{1}{4})$　　C．$(\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2})$　　D．$(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{4})$

11．设函数$f(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})+\cos(2x+\dfrac{\pi}{4})$，则

A．$y=f(x)$在$(0,\dfrac{\pi}{2})$单调递增，其图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{4}$对称

B．$y=f(x)$在$(0,\dfrac{\pi}{2})$单调递增，其图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{2}$对称

C．$y=f(x)$在$(0,\dfrac{\pi}{2})$单调递减，其图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{4}$对称

D．$y=f(x)$在$(0,\dfrac{\pi}{2})$单调递减，其图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{2}$对称

12．已知函数$y=f(x)$的周期为 2，当$x\in[-1,1]$时$f(x)=x^2$，那么函数$y=f(x)$的图象与函数$y=|\lg x|$的图象的交点共有

A．10 个　　B．9 个　　C．8 个　　D．1 个

第II卷

本卷包括必考题和选考题两部分．第 13 题-第 21 题为必考题，每个试题考生都必须做答．第

22 题-第 24 题为选考题，考生根据要求做答.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.

13．已知 a 与 b 为两个不共线的单位向量，k 为实数，若向量 a+b 与向量 ka-b 垂直，则 k=____________.

14．若变量 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} 3 \le 2x + y \le 9 \\ 6 \le x - y \le 9 \end{cases}$，则 $z = x + 2y$ 的最小值是________.

15．ΔABC 中，$B = 120°, AC = 7, AB = 5$，则 ΔABC 的面积为________.

16．已知两个圆锥有公共底面，且两圆锥的顶点和底面的圆周都在同一个球面上．若圆锥底面面积是这个球面面积的 $\dfrac{3}{16}$，则这两个圆锥中，体积较小者的高与体积较大者的高的比值为____________.

三、解答题：解答应写文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

已知等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1 = \dfrac{1}{3}$，公比 $q = \dfrac{1}{3}$.

（I）S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，证明：$S_n = \dfrac{1 - a_n}{2}$

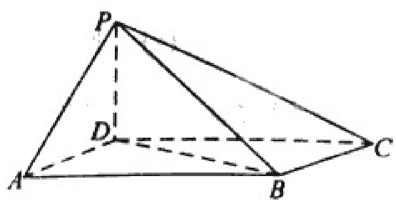
（II）设 $b_n = \log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \cdots + \log_3 a_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

18.（本小题满分 12 分）

如图，四棱锥 $P - ABCD$ 中，底面 ABCD 为平行四边形，$\angle DAB = 60°$，$AB = 2AD$，$PD \perp$ 底面 ABCD.

（I）证明：$PA \perp BD$；

（II）设 PD=AD=1，求棱锥 D-PBC 的高.



19.（本小题满分 12 分）

某种产品的质量以其质量指标值衡量，质量指标越大表明质量越好，且质量指标值大于或等于 102 的产品为优质品．现用两种新配方（分别称为 A 配方和 B 配方）做试验，各生产了 100 件这种产品，并测量了每产品的质量指标值，得到时下面试验结果：

A 配方的频数分布表

指标值分组	[90，94）	[94，98）	[98，102）	[102，106）	[106，110]
频数	8	20	42	22	8

B 配方的频数分布表

指标值分组	[90，94）	[94，98）	[98，102）	[102，106）	[106，110]

频数	4	12	42	32	10

（I）分别估计用 A 配方，B 配方生产的产品的优质品率；

（II）已知用 B 配方生产的一种产品利润 y（单位：元）与其质量指标值 t 的关系式为

$$y=\begin{cases}-2,t<94\\2,94\le t<102\\4,t\ge 102\end{cases}$$

估计用 B 配方生产的一件产品的利润大于 0 的概率，并求用 B 配方生产的上述 100 件产品平均一件的利润.

20.（本小题满分 12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $y=x^2-6x+1$ 与坐标轴的交点都在圆 C 上.

（I）求圆 C 的方程；

（II）若圆 C 与直线 $x-y+a=0$ 交于 A，B 两点，且 $OA\perp OB$, 求 a 的值.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{a\ln x}{x+1}+\dfrac{b}{x}$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $x+2y-3=0$.

（I）求 a，b 的值；

（II）证明：当 x>0，且 $x\ne 1$ 时，$f(x)>\dfrac{\ln x}{x-1}$.

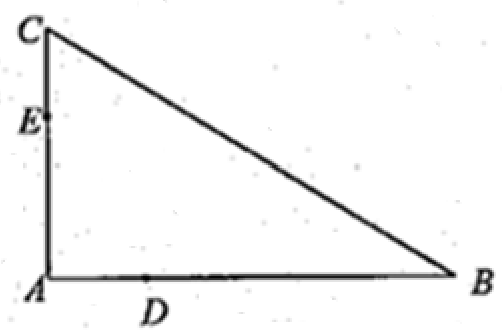
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分．做答是用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑.

22.（本小题满分 10 分）选修 4-1：几何证明选讲

如图，D，E 分别为 ΔABC 的边 AB，AC 上的点，且不与 ΔABC 的顶点重合．已知 AE 的长为 m，AC 的长为 n，AD，AB 的长是关于 x 的方程 $x^2-14x+mn=0$ 的两个根.

（I）证明：C，B，D，E 四点共圆；

（II）若 $\angle A=90°$，且 $m=4,n=6,$ 求 C，B，D，E 所在圆的半径.



23．（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\alpha \\ y = 2 + 2\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数)，M 为 C_1 上的动点，P 点满足 $\overrightarrow{OP} = 2\overrightarrow{OM}$ ，点 P 的轨迹为曲线 C_2 .

（I）求 C_2 的方程；

（II）在以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中，射线 $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ 与 C_1 的异于极点的交点为 A，与 C_2 的异于极点的交点为 B，求|AB|.

24．（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

设函数 $f(x) = |x - a| + 3x$，其中 $a > 0$.

（I）当 a=1 时，求不等式 $f(x) \geq 3x + 2$ 的解集.

（II）若不等式 $f(x) \leq 0$ 的解集为 $\{x | x \leq -1\}$，求 a 的值.

2011年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试卷参考答案

一、选择题

（1）B　（2）C　（3）B　（4）D　（5）B　（6）A

（7）B　（8）D　（9）C　（10）C　（11）D　（12）A

二、填空题

（13）1　（14）-6　（15）$\frac{15\sqrt{3}}{4}$　（16）$\frac{1}{3}$

三、解答题

（17）解：

（Ⅰ）因为 $a_n=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{3})^{n-1}=\frac{1}{3^n}$.

$$S_n=\frac{\frac{1}{3}(1-\frac{1}{3^n})}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1-\frac{1}{3^n}}{2},$$

所以 $S_n-\frac{1-a_n}{2}$,

（Ⅱ）$b_n=\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_n$

$=-(1+2+\cdots+n)$

$=-\frac{n(n+1)}{2}$

所以 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=-\frac{n(n+1)}{2}$.

(18)解：

（Ⅰ）因为 $\angle DAB=60°, AB=2AD$，　由余弦定理得 $BD=\sqrt{3}AD$

从而 $BD^2+AD^2=AB^2$，故 $BD\perp AD$

又 $PD\perp$ 底面 $ABCD$，可得 $BD\perp PD$

所以 $BD\perp$ 平面 PAD. 故 $PA\perp BD$

（Ⅱ）如图，作 DE⊥PB，垂足为 E。已知 PD⊥底面 ABCD，则 PD⊥BC。由（Ⅰ）知 BD⊥AD，又 BC//AD，所以 BC⊥BD。

故 BC⊥平面 PBD，BC⊥DE。

则 DE⊥平面 PBC。

由题设知，PD=1，则 BD=$\sqrt{3}$，PB=2，

根据 BE·PB=PD·BD，得 DE=$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

即棱锥 D—PBC 的高为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

（19）解

（Ⅰ）由试验结果知，用 A 配方生产的产品中优质的频率为 $\dfrac{22+8}{100}$=0.3，所以用 A 配方生产的产品的优质品率的估计值为 0.3。

由试验结果知，用 B 配方生产的产品中优质品的频率为 $\dfrac{32+10}{100}=0.42$，所以用 B 配方生产的产品的优质品率的估计值为 0.42

（Ⅱ）由条件知用 B 配方生产的一件产品的利润大于 0 当且仅当其质量指标值 $t\geq 94$，由试验结果知，质量指标值 $t\geq 94$ 的频率为 0.96，所以用 B 配方生产的一件产品的利润大于 0 的概率估计值为 0.96.

用 B 配方生产的产品平均一件的利润为

$\dfrac{1}{100}\times(4\times(-2)+54\times 2+42\times 4)=2.68$（元）

(20）解：

（Ⅰ）曲线 $y=x^2-6x+1$ 与 y 轴的交点为(0，1)，与 x 轴的交点为($3+2\sqrt{2},0),(3-2\sqrt{2},0)$.

故可设 C 的圆心为（3，t），则有 $3^2+(t-1)^2=(2\sqrt{2})^2+t^2$，解得 t=1.

则圆 C 的半径为 $\sqrt{3^2+(t-1)^2}=3$.

所以圆 C 的方程为 $(x-3)^2+(y-1)^2=9$.

（Ⅱ）设 A（x_1,y_1），B（x_2,y_2），其坐标满足方程组：

$$\begin{cases} x-y+a=0, \\ (x-3)^2+(y-1)^2=9. \end{cases}$$

消去 y，得到方程

$$2x^2+(2a-8)x+a^2-2a+1=0.$$

由已知可得，判别式$\Delta=56-16a-4a^2>0.$

因此，$x_{1,2}=\dfrac{(8-2a)\pm\sqrt{56-16a-4a^2}}{4}$, 从而

$$x_1+x_2=4-a, x_1x_2=\frac{a^20-2a+1}{2} \qquad ①$$

由于 OA⊥OB，可得 $x_1x_2+y_1y_2=0,$

又 $y_1=x_1+a, y_2=x_2+a,$ 所以

$$2x_1x_2+a(x_1+x_2)+a^2=0. \qquad ②$$

由①，②得 $a=-1$，满足 $\Delta>0,$ 故 $a=-1.$

（21）解：

（Ⅰ） $f'(x)=\dfrac{\alpha(\frac{x+1}{x}-\ln x)}{(x+1)^2}-\dfrac{b}{x^2}$

由于直线 $x+2y-3=0$ 的斜率为 $-\dfrac{1}{2}$，且过点 $(1,1)$，故 $\begin{cases} f(1)=1, \\ f'(1)=-\dfrac{1}{2}, \end{cases}$ 即

$\begin{cases} b=1, \\ \dfrac{a}{2}-b=-\dfrac{1}{2}, \end{cases}$ 解得 $a=1$，$b=1$。

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $\mathrm{f}(x)=\dfrac{\ln x}{x+1}+\dfrac{1}{x}$，所以

$$f(x)=\frac{\ln x}{x-1}=\frac{1}{1-x^2}(2\ln x+\frac{x^2-1}{x})$$

考虑函数 $h(x)=2\ln x+\dfrac{x^2-1}{x}$ $(x>0)$，则

$$h'(x)=\frac{2}{x}-\frac{2x^2-(x^2-1)}{x^2}=-\frac{(x-1)^2}{x^2}$$

所以当 $x\neq 1$ 时，$h'(x)<0,$而$h(1)=0,$故

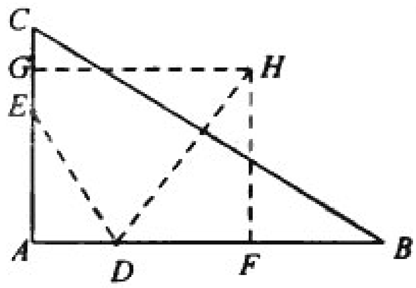
当 $x\in(0,1)$ 时，$h(x)>0,$可得$\frac{1}{1-x^2}h(x)>0;$

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$h(x)<0,$可得$\frac{1}{1-x^2}h(x)>0;$

从而当 $x>0,$且$x\neq 1,$ $f(x)-\frac{\ln x}{x-1}>0,$即$f(x)>\frac{\ln x}{x-1}.$

（22）解：

（I）连接 DE，根据题意在△ADE 和△ACB 中，



AD×AB=mn=AE×AC，

即 $\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$.又∠DAE=∠CAB，从而△ADE∽△ACB

因此∠ADE=∠ACB

所以 C，B，D，E 四点共圆。

（Ⅱ）m=4， n=6 时，方程 x^2-14x+mn=0 的两根为 $x_1=2$，$x_2=12$.

故 AD=2，AB=12.

取 CE 的中点 G，DB 的中点 F，分别过 G，F 作 AC，AB 的垂线，两垂线相交于 H 点，连接 DH.因为 C，B，D，E 四点共圆，所以 C，B，D，E 四点所在圆的圆心为 H，半径为 DH.由于∠A=90^0，故 GH∥AB， HF∥AC. HF=AG=5，DF= $\frac{1}{2}$(12-2)=5.

故 C，B，D，E 四点所在圆的半径为 $5\sqrt{2}$

（23）解：

（I）设 P(x，y)，则由条件知 M($\frac{X}{2},\frac{Y}{2}$).由于 M 点在 C_1 上，所以

$$\begin{cases}\frac{x}{2}=2\cos\alpha,\\ \frac{y}{2}=2+2\sin\alpha\end{cases}\quad 即\quad \begin{cases}x=4\cos\alpha\\ y=4+4\sin\alpha\end{cases}$$

从而 C_2 的参数方程为

$\begin{cases} x = 4\cos\alpha \\ y = 4 + 4\sin\alpha \end{cases}$ （α 为参数）

（Ⅱ）曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho = 4\sin\theta$，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 8\sin\theta$。

射线 $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ 与 C_1 的交点 A 的极径为 $\rho_1 = 4\sin\dfrac{\pi}{3}$，

射线 $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ 与 C_2 的交点 B 的极径为 $\rho_2 = 8\sin\dfrac{\pi}{3}$。

所以 $|AB| = |\rho_2 - \rho_1| = 2\sqrt{3}$.

（24）解：

（Ⅰ）当 $a = 1$ 时，$f(x) \geq 3x + 2$ 可化为

$|x - 1| \geq 2$。

由此可得　$x \geq 3$ 或 $x \leq -1$。

故不等式 $f(x) \geq 3x + 2$ 的解集为

$\{x \mid x \geq 3$ 或 $x \leq -1\}$。

(Ⅱ) 由 $f(x) \leq 0$ 得

$|x - a| + 3x \leq 0$

此不等式化为不等式组

$\begin{cases} x \geq a \\ x - a + 3x \leq 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x \leq a \\ a - x + 3x \leq 0 \end{cases}$

即 $\begin{cases} x \geq a \\ x \leq \dfrac{a}{4} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x \leq a \\ a \leq -\dfrac{a}{2} \end{cases}$

因为 $a > 0$，所以不等式组的解集为 $\left\{x \mid x \leq -\dfrac{a}{2}\right\}$

由题设可得 $-\dfrac{a}{2} = -1$，故 $a = 2$