2015年重庆市高考数学试卷（理科）

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 A={1，2，3}，B={2，3}，则（　　）

A.A=B

B.A∩B=∅

C.A⊊B

D.B⊊A

解析：直接利用集合的运算法则求解即可.

答案：D.

2.在等差数列$\{a_n\}$中，若$a_2=4$，$a_4=2$，则$a_6=$（　　）

A.－1

B.0

C.1

D.6

解析：在等差数列$\{a_n\}$中，$a_4=\frac{1}{2}(a_2+a_6)=\frac{1}{2}(4+a_6)=2$，解得$a_6=0$.

答案：B.

3.重庆市2013年各月的平均气温（℃）数据的茎叶图如，则这组数据的中位数是（　　）

0	8	9			
1	2	5	8		
2	0	0	3	3	8
3	1	2			

A.19

B.20

C.21.5

D.23

解析：样本数据有12个，位于中间的两个数为20，20，

则中位数为$\frac{20+20}{2}=20$，

答案：B

4."x＞1"是"$\log_{\frac{1}{2}}(x+2)<0$"的（　　）

A.充要条件

B.充分而不必要条件

C.必要而不充分条件

D.既不充分也不必要条件

解析：　由"$\log_{\frac{1}{2}}(x+2)<0$"

得：x+2＞1，解得：x＞－1，

故"x＞1"是"$\log_{\frac{1}{2}}(x+2)<0$"的充分不必要条件，

答案：B.

5.某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）

A. $\frac{1}{3}+\pi$

B. $\frac{2}{3}+\pi$

C. $\frac{1}{3}+2\pi$

D. $\frac{2}{3}+2\pi$

解析：　由三视图可知，几何体是组合体，左侧是三棱锥，底面是等腰三角形，腰长为$\sqrt{2}$，高为1，一个侧面与底面垂直，并且垂直底面三角形的斜边，右侧是半圆柱，底面半径为1，高为2，所求几何体的体积为：$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times(\sqrt{2})^2\times1+\frac{1}{2}\times1^2\pi\times2=\frac{1}{3}+\pi$.

答案：A.

6.若非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足$|\vec{a}|=\frac{2\sqrt{2}}{3}|\vec{b}|$，且（$\vec{a}-\vec{b}$）⊥（$3\vec{a}+2\vec{b}$），则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{3\pi}{4}$

D.π

解析：　∵（$\vec{a}-\vec{b}$）⊥（$3\vec{a}+2\vec{b}$），

∴（$\vec{a}-\vec{b}$）•（$3\vec{a}+2\vec{b}$）=0，

即 $3\vec{a}^2-2\vec{b}^2-\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，

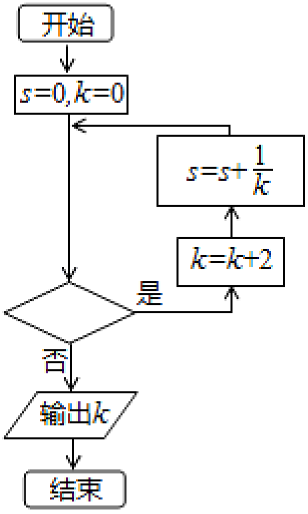
即$\vec{a}\cdot\vec{b}=3\vec{a}^2-2\vec{b}^2=\frac{2}{3}\vec{b}^2$，

∴$\cos<\vec{a},\vec{b}>=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{\frac{2}{3}\vec{b}^2}{\frac{2\sqrt{2}}{3}\vec{b}^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

即$<\vec{a},\vec{b}>=\frac{\pi}{4}$，

答案：A

7.执行如图所示的程序框图，若输出k的值为8，则判断框图可填入的条件是（　　）



A.s≤$\frac{3}{4}$

B.s≤$\frac{5}{6}$

C.s≤$\frac{11}{12}$

D.s≤$\frac{25}{24}$

解析：　模拟执行程序框图，k 的值依次为 0，2，4，6，8，

因此 S=$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{11}{12}$（此时 k=6），

因此可填：S≤$\frac{11}{12}$.

答案：C.

8.已知直线 l：x+ay﹣1=0（a∈R）是圆 C：$x^2+y^2-4x-2y+1=0$ 的对称轴．过点 A（﹣4，a）作圆 C 的一条切线，切点为 B，则|AB|=（　　）

A.2

B. $4\sqrt{2}$

C.6

D. $2\sqrt{10}$

解析：　圆 C：$x^2+y^2-4x-2y+1=0$，即 $(x-2)^2+(y-1)^2=4$，表示以 C（2，1）为圆心、半径等于 2 的圆．由题意可得，直线 l：x+ay﹣1=0 经过圆 C 的圆心（2，1），故有 2+a﹣1=0，∴a=﹣1，点 A（﹣4，﹣1）.

由于 $AC=\sqrt{(-4-2)^2+(-1-1)^2}=2\sqrt{10}$，CB=R=2，

∴切线的长 $|AB|=\sqrt{AC^2-CB^2}=\sqrt{40-4}=6$，

答案：C.

9.若 tanα=2tan$\frac{\pi}{5}$，则 $\frac{\cos(\alpha-\frac{3\pi}{10})}{\sin(\alpha-\frac{\pi}{5})}$=（　　）

A.1
B.2
C.3
D.4

解析：tanα=2tan$\frac{\pi}{5}$，则

$$\frac{\cos(\alpha-\frac{3\pi}{10})}{\sin(\alpha-\frac{\pi}{5})}=\frac{\cos\alpha\cos\frac{3\pi}{10}+\sin\alpha\sin\frac{3\pi}{10}}{\sin\alpha\cos\frac{\pi}{5}-\cos\alpha\sin\frac{\pi}{5}}=\frac{\cos\frac{3\pi}{10}+\tan\alpha\sin\frac{3\pi}{10}}{\tan\alpha\cos\frac{\pi}{5}-\sin\frac{\pi}{5}}=\frac{\cos\frac{3\pi}{10}+2\tan\frac{\pi}{5}\sin\frac{3\pi}{10}}{2\tan\frac{\pi}{5}\cos\frac{\pi}{5}-\sin\frac{\pi}{5}}=$$

$$\frac{\cos\frac{3\pi}{10}+2\frac{\sin\frac{\pi}{5}}{\cos\frac{\pi}{5}}\sin\frac{3\pi}{10}}{2\frac{\sin\frac{\pi}{5}}{\cos\frac{\pi}{5}}\cos\frac{\pi}{5}-\sin\frac{\pi}{5}}=\frac{\cos\frac{\pi}{5}\cos\frac{3\pi}{10}+2\sin\frac{\pi}{5}\sin\frac{3\pi}{10}}{2\sin\frac{\pi}{5}\cos\frac{\pi}{5}-\cos\frac{\pi}{5}\sin\frac{\pi}{5}}=\frac{\cos(\frac{\pi}{5}-\frac{3\pi}{10})+\sin\frac{\pi}{5}\sin\frac{3\pi}{10}}{\sin\frac{\pi}{5}\cos\frac{\pi}{5}+\sin(\frac{\pi}{5}-\frac{\pi}{5})}=$$

$$\frac{\cos\frac{\pi}{10}+\sin\frac{\pi}{5}\sin\frac{3\pi}{10}}{\sin\frac{\pi}{5}\cos\frac{\pi}{5}}=\frac{\cos\frac{\pi}{10}-\frac{1}{2}[\cos(\frac{\pi}{5}+\frac{3\pi}{10})-\cos(\frac{\pi}{5}-\frac{3\pi}{10})]}{\frac{1}{2}\sin\frac{2\pi}{5}}=\frac{\cos\frac{\pi}{10}+\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{10}}{\frac{1}{2}\sin\frac{2\pi}{5}}=\frac{3\cos\frac{\pi}{10}}{\sin\frac{2\pi}{5}}=$$

$$\frac{3\cos\frac{\pi}{10}}{\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{10})}=\frac{3\cos\frac{\pi}{10}}{\cos\frac{\pi}{10}}=3.$$

答案：3.

10.设双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的右焦点为F，右顶点为A，过F作AF的垂线与双曲线交于B，C两点，过B，C分别作AC，AB的垂线，两垂线交于点D．若D到直线BC的距离小于$a+\sqrt{a^2+b^2}$，则该双曲线的渐近线斜率的取值范围是（　　）

A.（﹣1，0）∪（0，1）
B.（﹣∞，﹣1）∪（1，+∞）
C.（﹣$\sqrt{2}$，0）∪（0，$\sqrt{2}$）
D.（﹣∞，﹣$\sqrt{2}$）∪（$\sqrt{2}$，+∞）

解析：　由题意，A（a，0），B（c，$\frac{b^2}{a}$），C（c，﹣$\frac{b^2}{a}$），由双曲线的对称性知D在x轴上，

设D（x，0），则由BD⊥AC得$\frac{\frac{b^2}{a}-0}{c-x}\cdot\frac{\frac{b^2}{a}}{a-c}=-1$，

∴c﹣x=$\frac{b^4}{a^2(c-a)}$，

∵ D 到直线 BC 的距离小于 $a+\sqrt{a^2+b^2}$，

∴ c﹣x=$\frac{b^4}{a^2(c-a)}$<$a+\sqrt{a^2+b^2}$，

∴ $\frac{b^4}{a^2}$<c^2﹣a^2=b^2，

∴ 0<$\frac{b}{a}$<1，

∴双曲线的渐近线斜率的取值范围是（﹣1，0）∪（0，1）.

答案：A.

二、填空题：本大题共 3 小题，考生作答 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.把答案填写在答题卡相应位置上.

11.设复数 a+bi（a，b∈R）的模为$\sqrt{3}$，则（a+bi）（a﹣bi）=__3__.

解析：将所求利用平方差公式展开得到 a^2+b^2，恰好为已知复数的模的平方.

答案：3.

12. $(x^3+\frac{1}{2\sqrt{x}})^5$ 的展开式中 x^8 的系数是__$\frac{5}{2}$__.

解析：由于 $(x^3+\frac{1}{2\sqrt{x}})^5$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_5^r\cdot\frac{1}{2^r}\cdot x^{15-\frac{7r}{2}}$，

令 15﹣$\frac{7r}{2}$=8，求得 r=2，故开式中 x^8 的系数是 $C_5^2\cdot\frac{1}{4}=\frac{5}{2}$，

答案：$\frac{5}{2}$.

13.在△ABC 中，B=120°，AB=$\sqrt{2}$，A 的角平分线 AD=$\sqrt{3}$，则 AC=__$\sqrt{6}$__.

解析：由题意以及正弦定理可知：$\frac{AB}{\sin\angle ADB}=\frac{AD}{\sin B}$，即 $\frac{\sqrt{2}}{\sin\angle ADB}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$，∠ADB=45°，

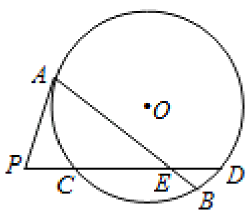
$\frac{1}{2}$A=180°﹣120°﹣45°，可得 A=30°，则 C=30°，三角形 ABC 是等腰三角形，

AC=$2\sqrt{2}\sin60^\circ=\sqrt{6}$.

答案：$\sqrt{6}$.

三、考生注意：（14）、（15）、（16）三题为选做题，请从中任选两题作答，若三题全做，则按前两题给分.

14.如题图，圆 O 的弦 AB，CD 相交于点 E，过点 A 作圆 O 的切线与 DC 的延长线交于点 P，若 PA=6，AE=9，PC=3，CE：ED=2：1，则 BE=__2__.



解析：设 CE=2x，ED=x，则

∵过点 A 作圆 O 的切线与 DC 的延长线交于点 P，

∴由切割线定理可得 $PA^2=PC\bullet PD$，即 36=3×（3+3x），

∵x=3，

由相交弦定理可得 9BE=CE•ED，即 9BE=6×3，

∴BE=2．

答案：2．

15.已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1+t\\y=1+t\end{cases}$（t 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2\cos 2\theta=4\ (\rho>0,\ \frac{3\pi}{4}<\theta<\frac{5\pi}{4})$，则直线 l 与曲线 C 的交点的极坐标为__（2，π）__．

解析：求出直线以及曲线的直角坐标方程，然后求解交点坐标，转化我 2 极坐标即可．

答案：直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1+t\\y=1+t\end{cases}$（t 为参数），它的直角坐标方程为：x﹣y+2=0；

曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2\cos 2\theta=4\ (\rho>0,\ \frac{3\pi}{4}<\theta<\frac{5\pi}{4})$，

可得它的直角坐标方程为：$x^2-y^2=4$，x＜0．

由 $\begin{cases}x-y+2=0\\x^2-y^2=4\end{cases}$，可得 x=﹣2，y=0，

交点坐标为（﹣2，0），

它的极坐标为（2，π）．

16.若函数 f（x）=|x+1|+2|x﹣a|的最小值为 5，则实数 a=__﹣6 或 4__．

解析：∵函数 f（x）=|x+1|+2|x﹣a|，故当 a＜﹣1 时，f（x）= $\begin{cases}-3x+2a-1,\ x<-a\\x-2a-1,\ -a\leqslant x<-1\\3x-2a+1,\ x\geqslant -1\end{cases}$，

根据它的最小值为 f（a）=﹣3a+2a﹣1=5，求得 a=﹣6．

当 a=﹣1 时，f（x）=3|x+1|，它的最小值为 0，不满足条件．

当 a≥﹣1 时，f（x）= $\begin{cases}-3x+2a-1,\ x<-1\\-x+2a+1,\ -1\leqslant x<a,\\3x-2a+1,\ x\geqslant a\end{cases}$，

根据它的最小值为 f（a）=a+1=5，求得 a=4．

综上可得，a=﹣6 或 a=4，

答案：﹣6 或 4．

四、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.端午节吃粽子是我国的传统习俗，设一盘中装有 10 个粽子，其中豆沙粽 2 个，肉粽 3 个，白粽 5 个，这三种粽子的外观完全相同，从中任意选取 3 个．

（Ⅰ）求三种粽子各取到 1 个的概率；

（Ⅱ）设 X 表示取到的豆沙粽个数，求 X 的分布列与数学期望．

解析：（Ⅰ）根据古典概型的概率公式进行计算即可；

（Ⅱ）随机变量 X 的取值为：0，1，2，别求出对应的概率，即可求出分布列和期望．

答案：（Ⅰ）令 A 表示事件“三种粽子各取到 1 个”，

则由古典概型的概率公式有 P（A）= $\dfrac{C_2^1C_3^1C_5^1}{C_{10}^3}=\dfrac{1}{4}$.

（Ⅱ）随机变量 X 的取值为：0，1，2，

则 P（X=0）= $\dfrac{C_8^3}{C_{10}^3}=\dfrac{7}{15}$，P（X=1）= $\dfrac{C_2^1C_8^2}{C_{10}^3}=\dfrac{7}{15}$，P（X=2）= $\dfrac{C_2^2C_8^1}{C_{10}^3}=\dfrac{1}{15}$，

X	0	1	1
P	$\dfrac{7}{15}$	$\dfrac{7}{15}$	$\dfrac{1}{15}$

EX=0×$\dfrac{7}{15}$+1×$\dfrac{7}{15}$+2×$\dfrac{1}{15}$=$\dfrac{3}{5}$个.

18.已知函数 f（x）=sin（$\dfrac{\pi}{2}$﹣x）sinx﹣$\sqrt{3}\cos^2$x

（Ⅰ）求 f（x）的最小正周期和最大值；

（Ⅱ）讨论 f（x）在[$\dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{2\pi}{3}$]上的单调性.

解析：（Ⅰ）由条件利用三角恒等变换化简函数的解析式，再利用正弦函数的周期性和最值求得 f（x）的最小正周期和最大值.

（Ⅱ）根据 2x﹣$\dfrac{\pi}{3}$∈[0，π]，利用正弦函数的单调性，分类讨论求得 f（x）在[$\dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{2\pi}{3}$]上的单调性.

答案：（Ⅰ）函数 f（x）=sin（$\dfrac{\pi}{2}$﹣x）sinx﹣$\sqrt{3}\cos^2$x x=cosxsinx﹣$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$（1+cos2x）=$\dfrac{1}{2}$sin2x﹣$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$sin2x﹣$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

=sin（2x﹣$\dfrac{\pi}{3}$）﹣$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

故函数的周期为$\dfrac{2\pi}{2}$=π，最大值为 1﹣$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

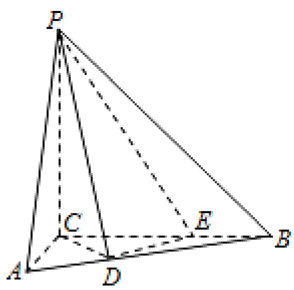
（Ⅱ）当 x∈[$\dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{2\pi}{3}$]时，2x﹣$\dfrac{\pi}{3}$∈[0，π]，故当 0≤2x﹣$\dfrac{\pi}{3}$≤$\dfrac{\pi}{2}$时，即 x∈[$\dfrac{\pi}{6}$，$\dfrac{5\pi}{12}$]时，f（x）为增函数；

当$\dfrac{\pi}{2}$≤2x﹣$\dfrac{\pi}{3}$≤π 时，即 x∈[$\dfrac{5\pi}{12}$，$\dfrac{2\pi}{3}$]时，f（x）为减函数.

19.如题图，三棱锥 P﹣ABC 中，PC⊥平面 ABC，PC=3，∠ACB=$\dfrac{\pi}{2}$. D，E 分别为线段 AB，BC 上的点，且 CD=DE=$\sqrt{2}$，CE=2EB=2.

（Ⅰ）证明：DE⊥平面 PCD

（Ⅱ）求二面角 A﹣PD﹣C 的余弦值.



解析：（Ⅰ）由已知条件易得 PC⊥DE，CD⊥DE，由线面垂直的判定定理可得；

（Ⅱ）以 C 为原点，分别以$\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{CP}$的方向为 xyz 轴的正方向建立空间直角坐标系，易得$\overrightarrow{ED}$，$\overrightarrow{DP}$，$\overrightarrow{DA}$的坐标，

可求平面 PAD 的法向量$\overrightarrow{n_1}$，平面 PCD 的法向量$\overrightarrow{n_2}$可取 $\overrightarrow{ED}$ ，由向量的夹角公式可得．

答案：（Ⅰ）证明：∵PC⊥平面 ABC，DE⊂平面 ABC，∴PC⊥DE，

∵CE=2，CD=DE=$\sqrt{2}$，∴△CDE 为等腰直角三角形，

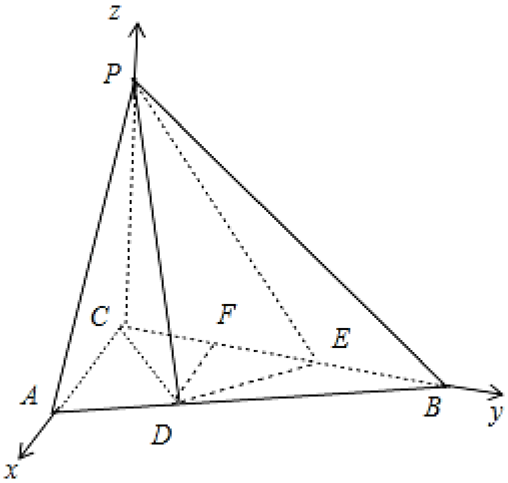
∴CD⊥DE，∵PC∩CD=C，

DE 垂直于平面 PCD 内的两条相交直线，

∴DE⊥平面 PCD

（Ⅱ）由（Ⅰ）知△CDE 为等腰直角三角形，∠DCE=$\frac{\pi}{4}$，

过点 D 作 DF 垂直 CE 于 F，易知 DF=FC=FE=1，又由已知 EB=1，故 FB=2，



由∠ACB=$\frac{\pi}{2}$得 DF∥AC，$\frac{DF}{AC}=\frac{FB}{BC}=\frac{2}{3}$，故 AC=$\frac{3}{2}$DF=$\frac{3}{2}$，

以 C 为原点，分别以$\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{CP}$的方向为 xyz 轴的正方向建立空间直角坐标系，

则 C（0，0，0），P（0，0，3），A（$\frac{3}{2}$，0，0），E（0，2，0），D（1，1，0），

∴$\overrightarrow{ED}$=（1，－1，0），$\overrightarrow{DP}$=（－1，－1，3），$\overrightarrow{DA}$=（$\frac{1}{2}$，－1，0），

设平面 PAD 的法向量$\overrightarrow{n_1}$=（x，y，z），由$\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{DP}=-x-y+3z=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{DA}=\frac{1}{2}x-y=0\end{cases}$，

故可取$\overrightarrow{n_1}$=（2，1，1），

由（Ⅰ）知 DE⊥平面 PCD，故平面 PCD 的法向量$\overrightarrow{n_2}$可取$\overrightarrow{ED}$=（1，－1，0），

∴两法向量夹角的余弦值 cos＜$\overrightarrow{n_1}$，$\overrightarrow{n_2}$＞=$\frac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\frac{\sqrt{3}}{6}$

∴二面角 A－PD－C 的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{6}$．

20.设函数 f（x）= $\frac{3x^2+ax}{e^x}$ （a∈R）

（Ⅰ）若 f（x）在 x=0 处取得极值，确定 a 的值，并求此时曲线 y=f（x）在点（1，f（1））处的切线方程；
（Ⅱ）若 f（x）在[3，+∞）上为减函数，求 a 的取值范围．

解析：(I) f′（x）= $\frac{-3x^2+(6-a)x+a}{e^x}$ ，由 f（x）在 x=0 处取得极值，可得 f′（0）=0，解得 a．可得 f（1），f′（1），即可得出曲线 y=f（x）在点（1，f（1））处的切线方程；

(II) 解法一：由（I）可得：f′（x）= $\frac{-3x^2+(6-a)x+a}{e^x}$ ，令 g（x）=－3x²+（6－a）x+a，由 g（x）=0，解得 $x_1=\frac{6-a-\sqrt{a^2+36}}{6}$，$x_2=\frac{6-a+\sqrt{a^2+36}}{6}$．对 x 分类讨论：当 $x<x_1$ 时；当 $x_1<x<x_2$ 时；当 $x>x_2$ 时．由 f（x）在[3，+∞）上为减函数，可知：$x_2=\frac{6-a+\sqrt{a^2+36}}{6}\le 3$，解得即可．

解法二："分离参数法"：由 f（x）在[3，+∞）上为减函数，可得 f′（x）≤0，可得 $a\ge\frac{-3x^2+6x}{x-1}$ ，在[3，+∞）上恒成立．令 u（x）= $\frac{-3x^2+6x}{x-1}$ ，利用导数研究其最大值即可．

答案：(I) f′（x）= $\frac{(6x+a)e^x-(3x^2+ax)e^x}{(e^x)^2}=\frac{-3x^2+(6-a)x+a}{e^x}$，

∵f（x）在 x=0 处取得极值，∴f′（0）=0，解得 a=0．

当 a=0 时，f（x）= $\frac{3x^2}{e^x}$，f′（x）= $\frac{-3x^2+6x}{e^x}$，

∴f（1）= $\frac{3}{e}$，f′（1）= $\frac{3}{e}$，

∴曲线 y=f（x）在点（1，f（1））处的切线方程为 $y-\frac{3}{e}=\frac{3}{e}(x-1)$，化为：3x－ey=0；

(II) 解法一：由（I）可得：f′（x）= $\frac{-3x^2+(6-a)x+a}{e^x}$ ，令 g（x）=－3x²+（6－a）x+a，

由 g（x）=0，解得 $x_1=\frac{6-a-\sqrt{a^2+36}}{6}$，$x_2=\frac{6-a+\sqrt{a^2+36}}{6}$．

当 $x<x_1$ 时，g（x）<0，即 f′（x）<0，此时函数 f（x）为减函数；
当 $x_1<x<x_2$ 时，g（x）>0，即 f′（x）>0，此时函数 f（x）为增函数；
当 $x>x_2$ 时，g（x）<0，即 f′（x）<0，此时函数 f（x）为减函数．

由 f（x）在[3，+∞）上为减函数，可知：$x_2=\frac{6-a+\sqrt{a^2+36}}{6}\le 3$，解得 $a\ge-\frac{9}{2}$．

因此 a 的取值范围为：$[-\frac{9}{2},\ +\infty)$.

解法二：由 f（x）在[3，+∞）上为减函数，∴f′（x）≤0，

可得 $a\geq\frac{-3x^2+6x}{x-1}$，在[3，+∞）上恒成立.

令 $u(x)=\frac{-3x^2+6x}{x-1}$，$u'(x)=\frac{-3[(x-1)^2+1]}{(x-1)^2}<0$，

∴u（x）在[3，+∞）上单调递减，

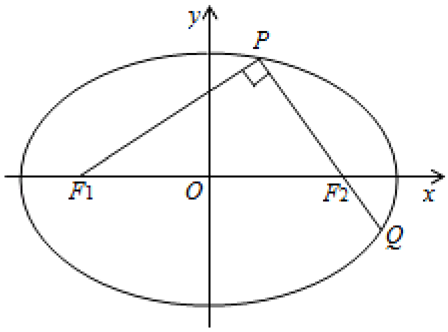
∴$a\geq u(3)=-\frac{9}{2}$.

因此 a 的取值范围为：$[-\frac{9}{2},\ +\infty)$.

21.如题图，椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_2 的直线交椭圆于 P，Q 两点，且 $PQ\perp PF_1$

（Ⅰ）若 $|PF_1|=2+\sqrt{2}$，$|PF_2|=2-\sqrt{2}$，求椭圆的标准方程；

（Ⅱ）若 $|PF_1|=|PQ|$，求椭圆的离心率 e.



解析：（Ⅰ）由椭圆的定义，$2a=|PF_1|+|PF_2|$，求出 a，再根据 $2c=|F_1F_2|=\sqrt{|PF_1|^2+|PF_2|^2}=2\sqrt{3}$ $\sqrt{3}$，求出 c，进而求出椭圆的标准方程；

（Ⅱ）由椭圆的定义和勾股定理，得 $|QF_1|=\sqrt{2}|PF_1|=4a-|PF_1|$，解得 $|PF_1|=2(2-\sqrt{2})a$，从而 $|PF_2|=2a-|PF_1|=2(\sqrt{2}-1)a$，再一次根据勾股定理可求出离心率.

答案：（Ⅰ）由椭圆的定义，$2a=|PF_1|+|PF_2|=2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2}=4$，故 a=2，

设椭圆的半焦距为 c，由已知 $PF_2\perp PF_1$，因此 $2c=|F_1F_2|=\sqrt{|PF_1|^2+|PF_2|^2}=2\sqrt{3}$，即 $c=\sqrt{3}$，从而 $b=\sqrt{a^2-c^2}=1$，

故所求椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

（Ⅱ）连接 F_1Q，由椭圆的定义，$|PF_1|+|PF_2|=2a$，$|QF_1|+|QF_2|=2a$，从而由 $|PF_1|=|PQ|=|PF_2|+|QF_2|$，有 $|QF_1|=4a-|PF_1|$，

又由 $PQ\perp PF_1$，$|PF_1|=|PQ|$，知 $|QF_1|=\sqrt{2}|PF_1|=4a-|PF_1|$，解得 $|PF_1|=2(2-\sqrt{2})a$，从而 $|PF_2|=2a-|PF_1|=2(\sqrt{2}-1)a$，

由 $PF_2\perp PF_1$，知 $2c=|F_1F_2|=\sqrt{|PF_1|^2+|PF_2|^2}$，因 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{|PF_1|^2+|PF_2|^2}}{2a}=\sqrt{(2-\sqrt{2})^2+(\sqrt{2}-1)^2}$

$=\sqrt{9-6\sqrt{2}}=\sqrt{6}-\sqrt{3}$.

22.在数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，$a_{n+1}a_n+\lambda a_{n+1}+\mu a_n^2=0$（$n\in N_+$）

（Ⅰ）若 $\lambda=0$，$\mu=-2$，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）若 $\lambda=\frac{1}{k_0}$（$k_0\in N_+$，$k_0\geq 2$），$\mu=-1$，证明：$2+\frac{1}{3k_0+1}<a_{k_0+1}<2+\frac{1}{2k_0+1}$.

解析：（Ⅰ）把 $\lambda=0$，$\mu=-2$ 代入数列递推式，得到 $a_{n+1}a_n=2a_n^2$（$n\in N_+$），分析 $a_n\neq 0$ 后可得 $a_{n+1}=2a_n$（$n\in N_+$），即$\{a_n\}$是一个公比 $q=2$ 的等比数列．从而可得数列的通项公式；

（Ⅱ）把 $\lambda=\frac{1}{k_0}$，$\mu=-1$ 代入数列递推式，整理后可得 $a_{n+1}(a_n+\frac{1}{k_0})=a_n^2$（$n\in N$）．进一步得到

$a_{n+1}=\frac{a_n^2}{a_n+\frac{1}{k_0}}=\frac{a_n^2-\frac{1}{k_0^2}+\frac{1}{k_0^2}}{a_n+\frac{1}{k_0}}=a_n-\frac{1}{k_0}+\frac{1}{k_0}\cdot\frac{1}{k_0a_n+1}$，对 $n=1，2，…，k_0$ 求和后放缩可得不等式左边，结合 $a_1>a_2>\cdots>a_{k_0}>a_{k_0+1}>2$，进一步利用放缩法证明不等式右边．

解答：（Ⅰ）解：由 $\lambda=0$，$\mu=-2$，有 $a_{n+1}a_n=2a_n^2$（$n\in N_+$）.

若存在某个 $n_0\in N_+$，使得 $a_{n_0}=0$，则由上述递推公式易得 $a_{n_0-1}=0$，重复上述过程可得 $a_1=0$，此与 $a_1=3$ 矛盾，

∴对任意 $n\in N_+$，$a_n\neq 0$.

从而 $a_{n+1}=2a_n$（$n\in N_+$），即$\{a_n\}$是一个公比 $q=2$ 的等比数列.

故 $a_n=a_1q^{n-1}=3\cdot 2^{n-1}$.

（Ⅱ）证明：由 $\lambda=\frac{1}{k_0}$，$\mu=-1$，数列$\{a_n\}$的递推关系式变为

$a_{n+1}a_n+\frac{1}{k_0}a_{n+1}-a_n^2=0$，变形为：$a_{n+1}(a_n+\frac{1}{k_0})=a_n^2$（$n\in N$）.

由上式及 $a_1=3>0$，归纳可得

$3=a_1>a_2>…>a_n>a_{n+1}>…>0$.

$\because a_{n+1}=\frac{a_n^2}{a_n+\frac{1}{k_0}}=\frac{a_n^2-\frac{1}{k_0^2}+\frac{1}{k_0^2}}{a_n+\frac{1}{k_0}}=a_n-\frac{1}{k_0}+\frac{1}{k_0}\cdot\frac{1}{k_0a_n+1}$,

∴对 $n=1，2，…，k_0$ 求和得：

$a_{k_0+1}=a_1+(a_2-a_1)+\cdots+(a_{k_0+1}-a_{k_0})=a_1-k_0\cdot\frac{1}{k_0}+\frac{1}{k_0}\cdot\left(\frac{1}{k_0a_1+1}+\frac{1}{k_0a_2+1}+\cdots+\frac{1}{k_0a_{k_0}+1}\right)$

$>2+\frac{1}{k_0}\cdot\left(\frac{1}{3k_0+1}+\frac{1}{3k_0+1}+\cdots+\frac{1}{3k_0+1}\right)=2+\frac{1}{3k_0+1}$.

另一方面，由上已证的不等式知，$a_1>a_2>\cdots>a_{k_0}>a_{k_0+1}>2$，

得 $a_{k_0+1}=a_1-k_0\cdot\frac{1}{k_0}+\frac{1}{k_0}\cdot\left(\frac{1}{k_0a_1+1}+\frac{1}{k_0a_2+1}+\cdots+\frac{1}{k_0a_{k_0}+1}\right)$

$<2+\frac{1}{k_0}\cdot(\underbrace{\frac{1}{2k_0+1}+\frac{1}{2k_0+1}+\cdots+\frac{1}{2k_0+1}}_{k_0\text{个}})=2+\frac{1}{2k_0+1}$.

综上，$2+\frac{1}{3k_0+1}<a_{k_0+1}<2+\frac{1}{2k_0+1}$.