2016年内蒙古包头一中高考一模数学文

一．选择题(每题5分，共60分)

1.已知集合 $A=\{x\,|\,x^2\le 4,\ x\in R\}$，$B=\{x\,|\,\sqrt{x}\le 4,\ x\in Z\}$，则 A∩B(　　)

A.(0，2)
B.[0，2]
C.{0，1，2}
D.{0，2}
解析：由A中不等式解得：-2≤x≤2，即A=[-2，2]，
由B中不等式解得：0≤x≤16，x∈Z，即B={0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，10，11，12，13，14，15，16}，
则A∩B={0，1，2}，
答案：C．

2.已知 p：$\forall x\in R$，$x^2-x+1>0$，q：$\exists x\in(0,+\infty)$，$sinx>1$，则下列命题为真命题的是(　　)
A.p∧q
B.﹁p∨q
C.p∨﹁q
D.﹁p∧﹁q

解析：关于 p：$\forall x\in R$，$x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$，成立，

故命题p是真命题，

关于 q：$\exists x\in(0,+\infty)$，$sinx>1$，

∵ $\forall x\in(0,+\infty)$，$sinx\le 1$，

故命题q是假命题，
故p∨﹁q是真命题，
答案：C．

3.设a，b∈R，若a-|b|＞0，则下面不等式中正确的是(　　)
A.b-a＞0

B.$a^3+b^3<0$

C.b+a＜0

D.$a^2-b^2>0$

解析：∵a-|b|＞0，∴a＞|b|，∴ $a^2>b^2$，即 $a^2-b^2>0$．

答案：D．

4.将函数 $f\left(x\right)=sin(x+\frac{\pi}{6})$ 的图象上各点的纵坐标不变，横坐标扩大到原来的 2 倍，所得函数 g(x)图象的一个对称中心可以是(　　)

A. $(-\frac{\pi}{12},0)$

B. $(\frac{5\pi}{12},0)$

C. $(-\frac{\pi}{3},0)$

D. $(\frac{2\pi}{3},0)$

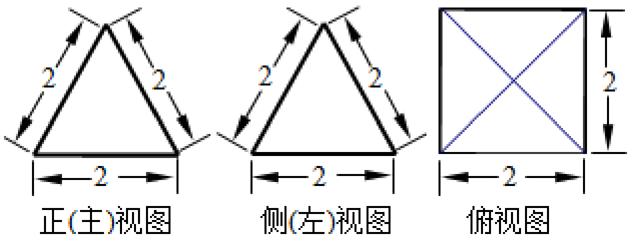
解析：$\because g\left(x\right)=sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6})$，

$\therefore$ 由 $\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}=k\pi$，$\therefore$ 可得 $x=2k\pi-\frac{\pi}{3}$，$k\in Z$，

令 $k=0$，$x=-\frac{\pi}{3}$．

答案：C.

5.如图是一个空间几何体的三视图，则该几何体的全面积为(　　)



A.12
B.16
C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}+4$

D. $4\sqrt{3}+4$

解析：由三视图可知该几何体为四棱锥，底面四边形 ABCD 边长为 2 的正方形，
侧面是底边长、高都为 2 的等腰三角形，

∴几何体的全面积为 2×2+4× $\frac{1}{2}$ ×2×2=12.

答案：A.

6.已知△ABC 满足 $\overrightarrow{AB}^2=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$，则△ABC 是(　　)

A.等边三角形
B.锐角三角形
C.直角三角形

D.钝角三角形

解析：∵△ABC 中，$\overrightarrow{AB}^2=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$，

$\therefore \overrightarrow{AB}^2=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$

= $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC})+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$

即 $\overrightarrow{AB}^2=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$，得 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=0$

$\therefore \overrightarrow{CA}\perp\overrightarrow{CB}$ 即 $\overrightarrow{CA}\perp\overrightarrow{CB}$，可得△ABC 是直角三角形

答案：C

7.等差数列 $\{a_n\}$ 中，a_3 和 a_9 是关于 x 的方程 $x^2-16x+c=0$（$c<64$）的两实根，则该数列前 11 项和 S_{11}=(　　)

A.58
B.88
C.143
D.176

解析：∵等差数列 $\{a_n\}$ 中，a_3 和 a_9 是关于 x 的方程 $x^2-16x+c=0$（$c<64$）的两实根，

$\therefore a_3+a_9=16$，

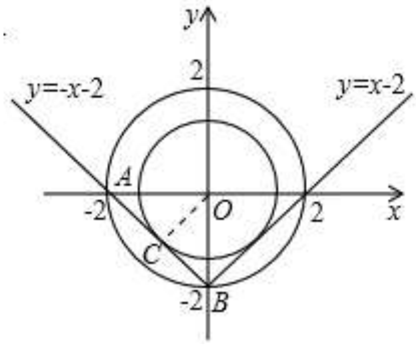
∴该数列前 11 项和 $S_{11}=\frac{11}{2}\left(a_3+a_9\right)=\frac{11}{2}\times16=88$.

答案：B

8.如果函数 y=|x|-2 的图象与曲线 C：$x^2+y^2=\lambda$ 恰好有两个不同的公共点，则实数 λ 的取值范围是(　　)

A.{2}∪(4，+∞)
B.(2，+∞)
C.{2，4}
D.(4，+∞)

解析：根据题意画出函数 y=|x|-2 与曲线 C：$x^2+y^2=\lambda$ 的图象，如图所示，



当 AB 与圆 O 相切时两函数图象恰好有两个不同的公共点，过 O 作 OC⊥AB，

∵OA=OB=2，∠AOB=90°，

∴根据勾股定理得：$AB=2\sqrt{2}$，

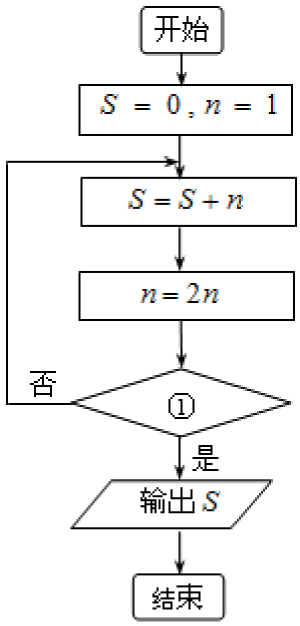
∴$OC=\frac{1}{2}AB=\sqrt{2}$，此时$\lambda=OC^2=2$；

当圆 O 半径大于 2，即λ＞4 时，两函数图象恰好有两个不同的公共点，

综上，实数λ的取值范围是{2}∪(4，+∞).

答案：A

9.执行如图所示的程序框图，若输出 S=15，则框图中①处可以填入(　　)



A.n≥4?

B.n≥8?

C.n≥16?

D.n<16?

解析：第一次执行循环体后，S=1，n=2，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=3，n=4，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=7，n=8，不满足退出循环的条件；

再次执行循环体后，S=15，n=16，满足退出循环的条件；

故判断框中的条件应为 n≥16？.
答案：C

10.记集合 $A=\{(x，y)\,|\,x^2+y^2\le 16\}$，集合 B={(x，y)|x+y-4≤0，(x，y)∈A}表示的平面区域分别为 Ω_1，Ω_2．若在区域 Ω_1 内任取一点 P(x，y)，则点 P 落在区域 Ω_2 中的概率为(　　)

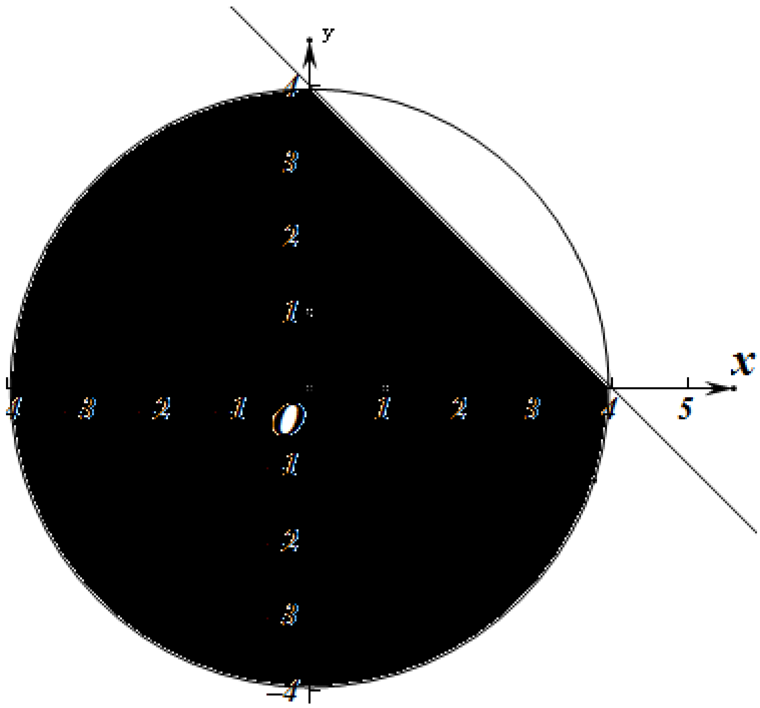
A. $\dfrac{\pi-2}{4\pi}$

B. $\dfrac{3\pi+2}{4\pi}$

C. $\dfrac{\pi+2}{4\pi}$

D. $\dfrac{3\pi-2}{4\pi}$

解析：由题意，两个区域对应的图形如图，



其中 $S_{\Omega_1}=16\pi$，$S_{\Omega_2}=\dfrac{3}{4}\times 16\pi+\dfrac{1}{2}\times 4^2=12\pi+8$，

由几何概型的公式可得点P落在区域Ω₂中的概率为 $\dfrac{12\pi+8}{16\alpha}=\dfrac{3\pi+2}{4\pi}$.

答案：B.

11.已知圆 M：$(x+\sqrt{5})^2+y^2=36$，定点 $N(\sqrt{5},0)$，点 P 为圆 M 上的动点，点 Q 在 NP 上，点 G 在线段 MP 上，且满足 $\overrightarrow{NP}=2\overrightarrow{NQ}$,$\overrightarrow{GQ}\cdot\overrightarrow{NP}=0$，则点 G 的轨迹方程为(　　)

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

B. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{31}=1$

C. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$

D. $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{31}=1$

解析：由 $\overrightarrow{NP}=2\overrightarrow{NQ},\overrightarrow{GQ}\cdot\overrightarrow{NP}=0$，知 Q 为 PN 的中点且 GQ⊥PN，

∴GQ 为 PN 的中垂线，∴|PG|=|GN|

∴|GN|+|GM|=|MP|=6，

故 G 点的轨迹是以 M、N 为焦点的椭圆，其长半轴长 a=3，半焦距 c=$\sqrt{5}$，

∴短半轴长 b=2，

∴点 G 的轨迹方程是 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$.

答案：A.

12. 已知 $f(x)=\begin{cases}|log3x|, 0<x\leq 3\\ \frac{1}{3}x^2-\frac{10}{3}x+8,\ x>3\end{cases}$，若 a，b，c，d 是互不相同的四个正数，且 f(a)=f(b)=f(c)=f(d)，则 abcd 的取值范围是(　　)

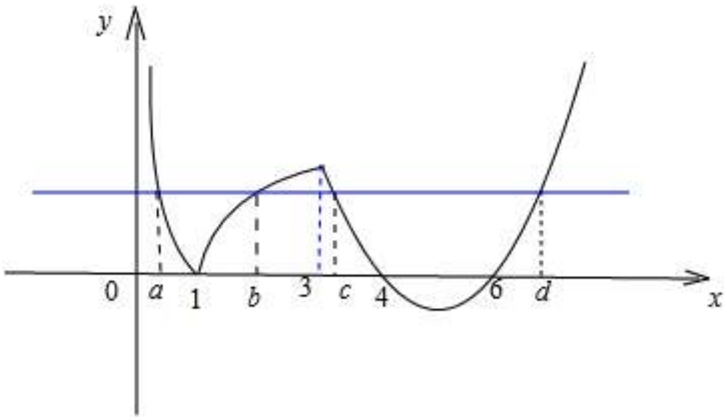
A.(21，25)

B.(21，24)

C.(20，24)

D.(20，25)

解析：先画出 $f(x)=\begin{cases}|log3x|, 0<x\leq 3\\ \frac{1}{3}x^2-\frac{10}{3}x+8,\ x>3\end{cases}$ 的图象，如图：



∵a，b，c，d 互不相同，不妨设 a＜b＜c＜d．

且 f(a)=f(b)=f(c)=f(d)，3＜c＜4，d＞6．

∴-log3a=log3b，c+d=10，

即 ab=1，c+d=10，

故 $abcd=c(10-c)=-c^2+10c$，由图象可知：3＜c＜4，

由二次函数的知识可知：$-3^2+10\times3<-c^2+10c<-4^2+10\times4$，

即 $21<-c^2+12c<24$，

∴abcd 的范围为(21，24)．

答案：B．

二．填空题(每题 5 分，共 20 分)

13.数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_2=3$，$a_n=\dfrac{a_n-1}{a_n-2}$（$n\in N^*$，$n\geq3$），则 a_{2011}=_____.

解析：∵ $a_1=2$，$a_2=3$，$a_n=\dfrac{a_n-1}{a_n-2}$（$n\in N^*$，$n\geq3$），

∴ $a_3=\dfrac{a_2}{a_1}=\dfrac{3}{2}$，同理可得：$a_4=\dfrac{1}{2}$，$a_5=\dfrac{1}{3}$，$a_6=\dfrac{2}{3}$，$a_7=2$，$a_8=3$，…，

∴ $a_{n+6}=a_n$．

则 $a_{2011}=a_6\times333+3=a_3=\dfrac{3}{2}$．

答案：$\dfrac{3}{2}$．

14.已知 x，y 均为正实数，且 x+3y=2，则 $\dfrac{2x+y}{xy}$ 的最小值为______.

解析：∵x，y 均为正实数，且 x+3y=2，

则 $\dfrac{2x+y}{xy}=\dfrac{1}{2}\left(x+3y\right)\left(\dfrac{2}{y}+\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{1}{2}\left(7+\dfrac{2x}{y}+\dfrac{3y}{x}\right)\geq\dfrac{1}{2}\left(7+2\sqrt{\dfrac{2x}{y}\cdot\dfrac{3y}{x}}\right)=\dfrac{1}{2}\left(7+2\sqrt{6}\right)$，

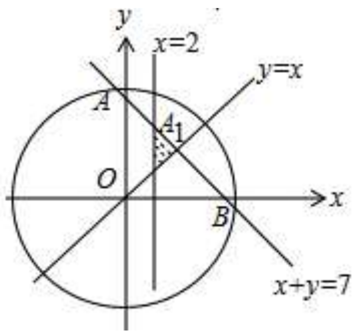
当且仅当 $\sqrt{2}x=\sqrt{3}y=\dfrac{2\sqrt{2}\left(\sqrt{6}-1\right)}{5}$ 时取等号.

$\therefore\dfrac{2x+y}{xy}$ 的最小值为 $\dfrac{1}{2}\left(7+2\sqrt{6}\right)$，

答案：$\dfrac{1}{2}\left(7+2\sqrt{6}\right)$.

15.已知点 P(x，y)满足 $\begin{cases}x+y\leq 7\\ y\geq x\\ x\geq 2\end{cases}$，过点 P 的直线与圆 $x^2+y^2=50$ 相交于 A，B 两点，则|AB|的最小值为_____.

解析：由约束条件 $\begin{cases}x+y\leq 7\\ y\geq x\\ x\geq 2\end{cases}$ 作出可行域如图，



联立 $\begin{cases}x=2\\ x+y=7\end{cases}$，解得 A(2，5).

由图可知，可行域内的点中，A_1 到原点的距离最大，为 $\sqrt{29}$，

$\therefore$|AB|的最小值为 $2\sqrt{50-29}=2\sqrt{21}$.

答案：$2\sqrt{21}$.

16.函数 $f(x)=\begin{cases}a^x\,(x<0)\\ \left(a-3\right)x+4a\,(x\geq 0)\end{cases}$ 满足 $[f(x_1)-f(x_2)](x_1-x_2)<0$ 对定义域中的任意两个不相等的 x_1，x_2 都成立，则 a 的取值范围是_____.

解析：$[f(x_1)-f(x_2)](x_1-x_2)<0$对定义域中的任意两个不相等的$x_1$，$x_2$都成立，

则函数 f(x)在 R 上递减，

当 x＜0 时，$y=a^x$，则 0＜a＜1①

当 x≥0 时，y=(a-3)x+4a，则 a-3＜0②

又$a^0\geq(a-3)\times0+4a$③

则由①②③，解得$0<a\leq\frac{1}{4}$.

答案：$(0,\frac{1}{4}]$.

三．解答题.

17.已知△ABC 的周长为$4\left(\sqrt{2}+1\right)$，且$sinB+sinC=\sqrt{2}sinA$.

(Ⅰ)求边长 a 的值；
(Ⅱ)若 S△ABC=3sinA，求 cosA 的值.

解析：(I)根据正弦定理把$sinB+sinC=\sqrt{2}sinA$转化为边的关系，进而根据△ABC 的周长求出 a 的值.
(II)通过面积公式求出 bc 的值，代入余弦定理即可求出 cosA 的值.

答案：(I)根据正弦定理，$sinB+sinC=\sqrt{2}sinA$

可化为$b+c=\sqrt{2}a$.

联立方程组$\begin{cases}a+b+c=4\left(\sqrt{2}+1\right)\\ b+c=\sqrt{2}a\end{cases}$,

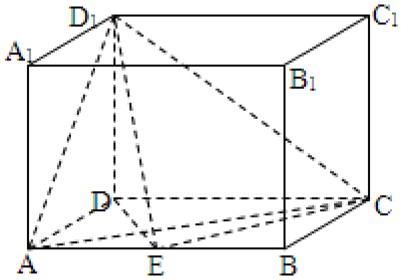
解得 a=4.
∴边长 a=4；
(II)∵S△ABC=3sinA，

∴$\frac{1}{2}bcsinA=3sinA$，$bc=6$.

又由(I)可知，$b+c=4\sqrt{2}$，

∴$cosA=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{(b+c)^2-2bc-a^2}{2bc}=\frac{1}{3}$.

18.如图，长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AD=AA_1=1$，$AB=2$，点 E 是线段 AB 中点.



(1)证明：$D_1E\perp CE$；

(2)求二面角D_1-EC-D的大小的余弦值；

(3)求 A 点到平面CD_1E的距离.

解析：(1)根据线面垂直的性质定理，证明$CE\perp 面D_1DE$即可证明：$D_1E\perp CE$；

(2)建立坐标系，利用向量法即可求二面角D_1-EC-D的大小的余弦值；

(3)根据点到平面的距离公式，即可求 A 点到平面CD_1E的距离.

答案：(1)证明：$DD_1\perp 面ABCD,\ CE\subset 面ABCD$

所以，$DD_1\perp CE$，

Rt△DAE 中，AD=1，AE=1，

$DE=\sqrt{AD^2+AE^2}=\sqrt{2}$，

同理：$CE=\sqrt{2},\ 又CD=2,\ CD^2=CE^2+DE^2$，

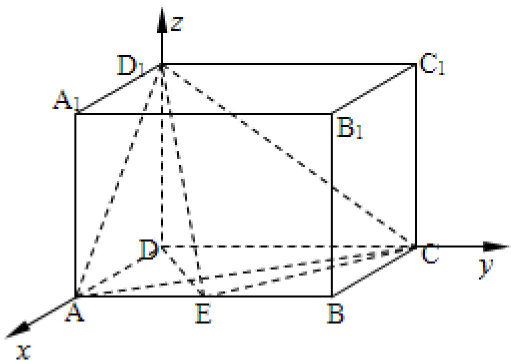
DE⊥CE，
DE∩CE=E，

所以，$CE\perp 面D_1DE$，

又$D_1E\subset 面D_1EC$，

所以，$D_1E\perp CE$.

(2)设平面CD_1E的法向量为$\overrightarrow{m}=(x,\ y,\ z)$，



由(1)得 $\overrightarrow{D_1E}=(1,1,-1)$ ，$\overrightarrow{CE}=(1,-1,0)$

$\vec{m}\cdot\overrightarrow{D_1E}=x+y-1=0,\vec{m}\cdot\overrightarrow{CE}=x-y=0$

解得： $x=y=\frac{1}{2}$，即 $\vec{m}=(\frac{1}{2},\frac{1}{2},1)$；

又平面 CDE 的法向量为 $\overrightarrow{DD_1}$=(0，0，1)，

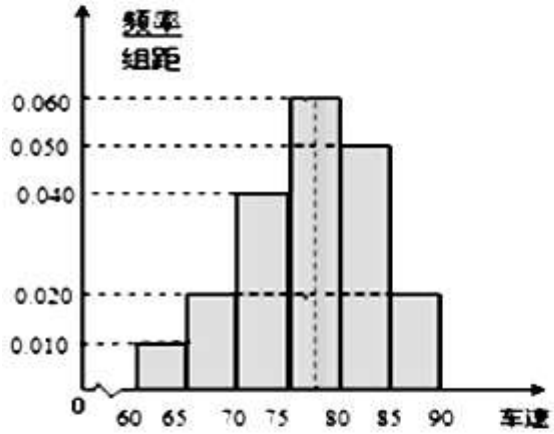
$$\therefore cos<\vec{m},\overrightarrow{DD_1}>=\frac{\vec{m}\cdot\overrightarrow{DD_1}}{|\vec{m}|\cdot|\overrightarrow{DD_1}|}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1}\cdot 1}=\frac{\sqrt{6}}{3},$$

所以，二面角 D_1-EC-D 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，

(3)由(1)(2)知 $\overrightarrow{AE}$=(0，1，0)，平面 CD1E 的法向量为 $\vec{m}=(\frac{1}{2},\frac{1}{2},1)$

故，A 点到平面 CD_1E 的距离为 $d=\frac{|\vec{m}\cdot\overrightarrow{AE}|}{|\vec{m}|}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{6}}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$.

19. 2014 年“双节”期间，高速公路车辆较多．某调查公司在一服务区从七座以下小型汽车中按进服务区的先后每间隔 50 辆就抽取一辆的抽样方法抽取 40 名驾驶员进行询问调查，将他们在某段高速公路的车速(km/h)分成六段：[60，65)，[65，70)，[70，75)，[75，80)，[80，85)，[85，90)后得到如图的频率分布直方图．



(1)求这 40 辆小型车辆车速的众数、平均数和中位数的估计值；

(2)若从车速在[60，70)的车辆中任抽取 2 辆，求车速在[65，70)的车辆恰有一辆的概率．

解析：(1)众数的估计值为最高的矩形的中点，由此能求出众数的估计值；设图中虚线所对应的车速为 x，由频率分布直方图能求出中位数的估计值和平均数的估计值．

(2)从频率分布直方图求出车速在[60，65)的车辆数、车速在[65，70)的车辆数，设车速在[60，65)的车辆设为 a，b，车速在[65，70)的车辆设为 c，d，e，f，利用列举法能求出车速在[65，70)的车辆恰有一辆的概率．

答案：(1)众数的估计值为最高的矩形的中点，

即众数的估计值等于 77.5，

设图中虚线所对应的车速为 x，

则中位数的估计值为：0.01×5+0.02×5+0.04×5+0.06×(x-75)=0.5，

解得 x=77.5，

即中位数的估计值为 77.5，

平均数的估计值为：5×(62.5×0.01+67.5×0.02+72.5×0.04+77.5×0.06+82.5×0.05+87.5×0.02)=77.

(2)从图中可知，车速在[60，65)的车辆数为：m1=0.01×5×40=2(辆)，

车速在[65，70)的车辆数为：$m_2=0.02\times5\times40=4$(辆)

设车速在[60，65)的车辆设为 a，b，

车速在[65，70)的车辆设为 c，d，e，f，

则所有基本事件有：

(a，b)，(a，c)，(a，d)，(a，e)，(a，f)，(b，c)，(b，d)，(b，e)，

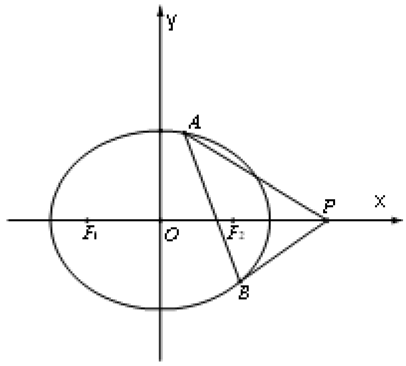
(b，f)，(c，d)，(c，e)，(c，f)，(d，e)，(d，f)，(e，f)，共 15 种

其中车速在[65，70)的车辆恰有一辆的事件有：

(a，c)，(a，d)，(a，e)，(a，f)，(b，c)，(b，d)，(b，e)，(b，f)共 8 种

∴车速在[65，70)的车辆恰有一辆的概率为 $P=\dfrac{8}{15}$．

20.已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1（a>b>0）$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点 G 在椭圆 C 上，且$\overrightarrow{GF}_1\cdot\overrightarrow{GF}_2=0$，$\Delta GF_1F_2$的面积为 2．



(Ⅰ)求椭圆 C 的方程；

(Ⅱ)直线 l：y=k(x-1)(k＜0)与椭圆Γ相交于 A，B 两点．点 P(3，0)，记直线 PA，PB 的斜率分别为k_1，k_2，当$\frac{k_1k_2}{k}$最大时，求直线 l 的方程．

解析：(Ⅰ)由椭圆的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$、点 G 在椭圆上、$\overrightarrow{GF}_1\cdot\overrightarrow{GF}_2=0$，及$\Delta GF_1F_2$的面积为 2 列式求得$a^2=4$，$b^2=2$，则椭圆方程可求；

(Ⅱ)联立直线方程和椭圆方程，化为关于 x 的一元二次方程，利用根与系数的关系得到 A，B 两点横坐标的和与积，把$\frac{k_1k_2}{k}$转化为含有 k 的代数式，利用基本不等式求得使$\frac{k_1k_2}{k}$取得最大值的 k，则直线Γ的方程可求．

答案：(Ⅰ)∵椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，①

∵左右焦点分别为F_1、F_2，点 G 在椭圆上，

$\therefore |\overrightarrow{GF_1}|+|\overrightarrow{GF_2}|=2a$，②

$\because \overrightarrow{GF}_1\cdot\overrightarrow{GF}_2=0$，$\Delta GF_1F_2$的面积为 2，

$\therefore |\overrightarrow{GF_1}|^2+|\overrightarrow{GF_2}|^2=4c^2$，③

$\frac{1}{2}|\overrightarrow{GF_1}|\cdot|\overrightarrow{GF_2}|=2$，④

联立①②③④，得$a^2=4$，$b^2=2$，

∴椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$；

(Ⅱ)联立$\begin{cases}y=k(x-1)\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1\end{cases}$，得$(1+2k^2)x^2-4k^2x+2k^2-4=0$．

设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，

$\therefore x_1+x_2=\frac{4k^2}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\frac{2k^2-4}{1+2k^2}$.

$$\frac{k_1k_2}{k}=\frac{y_1y_2}{k(x_1-3)(x_2-3)}=\frac{k^2(x_1-1)(x_2-1)}{k(x_1-3)(x_2-3)}=k\frac{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}{x_1x_2-3(x_1+x_2)+9}$$

$$=k\cdot\frac{\frac{2k^2-4}{1+2k^2}-\frac{4k^2}{1+2k^2}+1}{\frac{2k^2-4}{1+2k^2}-3\cdot\frac{4k^2}{1+2k^2}+9}=k\cdot\frac{2k^2-4-4k^2+1+2k^2}{2k^2-4-12k^2+9(1+2k^2)}=\frac{-3k}{5+8k^2}$$

$=\frac{3}{\left(-\frac{5}{k}\right)+(-8k)}\le\frac{3}{4\sqrt{10}}$，当且仅当 $k=-\frac{\sqrt{10}}{4}$ 时，取得最值.

此时 l：$y=-\frac{\sqrt{10}}{4}(x-1)$.

21.已知函数 $f(x)=(x-2)e^x$ 和 $g(x)=kx^3-x-2$

(1)若函数 g(x)在区间(1，2)不单调，求 k 的取值范围；

(2)当 x∈[0，+∞)时，不等式 f(x)≥g(x)恒成立，求 k 的最大值.

解析：(1)求出 $g'(x)=3kx^2-1$，通过①当 k≤0 时，②当 k＞0 时，函数 g(x)在区间(1，2)不单调，判断导数的符号，得到函数有极值，即可求 k 的取值范围；

(2)构造 $h(x)=f(x)-g(x)=(x-2)e^x-kx^3+x+2$，转化

$h(x)=(x-2)e^x-kx^3+x+2\ge 0$ 在[0，+∞)上恒成立，通过 h'(0)=0，对 $k\le\frac{1}{6}$ 时，$k>\frac{1}{6}$ 时，判断函数的单调性，以及函数的最值，是否满足题意，求出 k 的最大值.

答案：(1) $g'(x)=3kx^2-1$

①当 k≤0 时，$g'(x)=3kx^2-1\le 0$，所以 g(x)在(1，2)单调递减，不满足题意；

②当 k＞0 时，g(x)在 $(0,\sqrt{\frac{1}{3k}})$ 上单调递减，在 $(\sqrt{\frac{1}{3k}},+\infty)$ 上单调递增，

因为函数 g(x)在区间(1，2)不单调，所以 $1<\sqrt{\frac{1}{3k}}<2$，解得 $\frac{1}{12}<k<\frac{1}{3}$

综上 k 的取值范围是 $\frac{1}{12}<k<\frac{1}{3}$.

(2)令 $h(x)=f(x)-g(x)=(x-2)e^x-kx^3+x+2$

依题可知 $h(x)=(x-2)e^x-kx^3+x+2\ge 0$ 在[0，+∞)上恒成立

$h'(x)=(x-1)e^x-3kx^2+1$，令 $\varphi(x)=h'(x)=(x-1)e^x-3kx^2+1$，

有φ(0)=h'(0)=0 且$\varphi'(x)=x(e^x-6k)$

①当 6k≤1，即$k\le\frac{1}{6}$时，

因为 x≥0，$e^x\ge 1$，所以$\varphi'(x)=x(e^x-6k)\ge 0$

所以函数φ(x)即 h'(x)在[0，+∞)上单调递增，又由φ(0)=h'(0)=0
故当 x∈[0，+∞)时，h'(x)≥h'(0)=0，所以 h(x)在[0，+∞)上单调递增
又因为 h(0)=0，所以 h(x)≥0 在[0，+∞)上恒成立，满足题意；

②当 6k＞1，即$k>\frac{1}{6}$时，

当 x∈(0，ln(6k))，$\varphi'(x)=x(e^x-6k)<0$，函数φ(x)即 h'(x)单调递减，

又由φ(0)=h'(0)=0，所以当 x∈(0，ln(6k))，h'(x)＜h'(0)=0
所以 h(x)在(0，ln(6k))上单调递减，又因为 h(0)=0，所以 x∈(0，ln(6k))时 h(x)＜0，
这与题意 h(x)≥0 在[0，+∞)上恒成立相矛盾，故舍.

综上$k\le\frac{1}{6}$，即 k 的最大值是$\frac{1}{6}$.

22.已知在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程是$\begin{cases}x=\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t+4\sqrt{2}\end{cases}$(t 是参数)，以原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标，曲线 C 的极坐标方程$\rho=2cos(\theta+\frac{\pi}{4})$.

(Ⅰ)判断直线 l 与曲线 C 的位置关系；
(Ⅱ)设 M 为曲线 C 上任意一点，求 x+y 的取值范围.
解析：(Ⅰ)由直线的参数方程消去 t 得直线的直角坐标方程，化圆的极坐标方程为直角坐标方程，再由圆心到直线的距离与圆的半径的关系得到直线与圆的位置关系；
(Ⅱ)设出曲线 C 上的点的参数方程，由 x+y=sinθ+cosθ，利用两角和的正弦化简后可得 x+y 的取值范围.

答案：(Ⅰ)由$\begin{cases}x=\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t+4\sqrt{2}\end{cases}$，消去 t 得：$y=x+4\sqrt{2}$.

由$\rho=2cos(\theta+\frac{\pi}{4})$，得$\rho=2cos\theta cos\frac{\pi}{4}-2sin\theta sin\frac{\pi}{4}$，即$\rho=\sqrt{2}cos\theta-\sqrt{2}sin\theta$，

$\therefore \rho^2=\sqrt{2}\rho cos\theta-\sqrt{2}\rho sin\theta$，即$x^2-\sqrt{2}x+y^2+\sqrt{2}y=0$.

化为标准方程得：$\left(x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(y+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=1$.

圆心坐标为 $(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2})$，半径为 1，圆心到直线 $x-y+4\sqrt{2}=0$ 的距离

$$d=\frac{\left|\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+4\sqrt{2}\right|}{\sqrt{2}}=5>1.$$

∴直线 l 与曲线 C 相离；

(Ⅱ)由 M 为曲线 C 上任意一点，可设 $\begin{cases}x=\frac{\sqrt{2}}{2}+cos\theta\\y=-\frac{\sqrt{2}}{2}+sin\theta\end{cases}$，

则 $x+y=sin\theta+cos\theta=\sqrt{2}sin(\theta+\frac{\pi}{4})$，

∴x+y 的取值范围是 $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$.