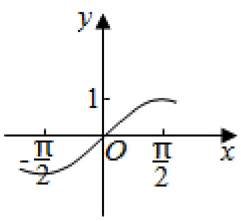
2016年普通高等学校招生全国统一考试(浙江卷)数学文

一、选择题

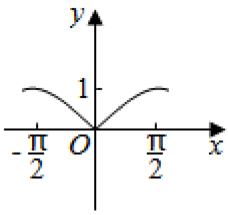
1.已知全集U={1，2，3，4，5，6}，集合P={1，3，5}，Q={1，2，4}，则(C_UP)∪Q=(　　)
A.{1}
B.{3，5}
C.{1，2，4，6}
D.{1，2，3，4，5}
解析：C_UP={2，4，6}，(C_UP)∪Q={2，4，6}∪{1，2，4}={1，2，4，6}.
答案：C.

2.已知互相垂直的平面α，β交于直线l，若直线m，n满足m∥α，n⊥β，则(　　)
A.m∥l
B.m∥n
C.n⊥l
D.m⊥n
解析：∵互相垂直的平面α，β交于直线l，直线m，n满足m∥α，
∴m∥β或m⊂β或m⊥β，l⊂β，
∵n⊥β，∴n⊥l.
答案：C

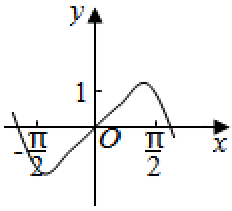
3.函数$y=\sin x^2$的图象是(　　)



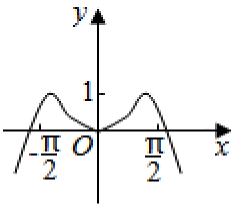
A.



B.



C.

D. 

解析：∵$\sin(-x)^2=\sin x^2$，

∴函数 $y=\sin x^2$ 是偶函数，即函数的图象关于 y 轴对称，排除 A，C；

由 $y=\sin x^2=0$，则 $x^2=\sqrt{k\pi}$，$k\geqslant 0$，则 $x=\pm k\pi$，$k\geqslant 0$，

故函数有无穷多个零点，排除 B.

答案：D

4.若平面区域$\begin{cases}x+y-3\geq 0,\\2x-y-3\leq 0,\\x-2y+3\geq 0,\end{cases}$夹在两条斜率为 1 的平行直线之间，则这两条平行直线间的距离的最小值是(　　)

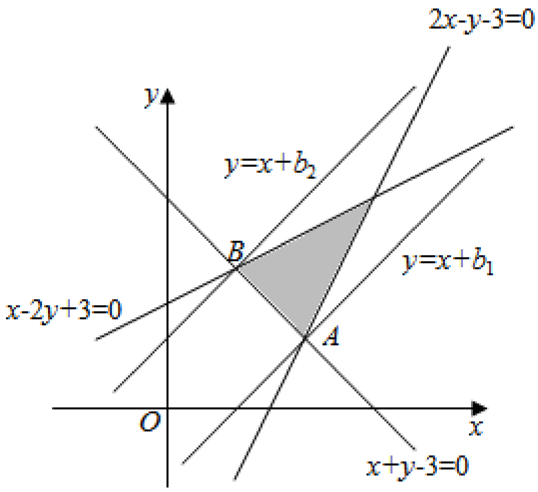
A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

D. $\sqrt{5}$

解析：作出平面区域如图所示：



∴当直线 $y=x+b$ 分别经过 A，B 时，平行线间的距离相等.

联立方程组$\begin{cases}x+y-3=0,\\2x-y-3=0,\end{cases}$解得 A(2，1)，

联立方程组$\begin{cases}x+y-3=0,\\x-2y+3=0,\end{cases}$解得B(1，2).

两条平行线分别为y=x-1，y=x+1，即x-y-1=0，x-y+1=0.∴平行线间的距离为d=$\frac{|-1-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

答案：B

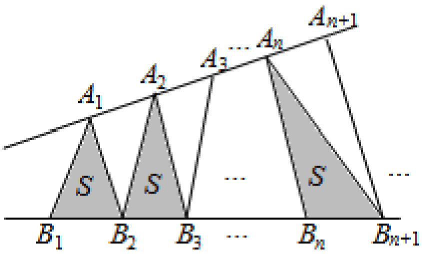
5.已知a，b＞0且a≠1，b≠1，若$\log_a b$＞1，则(　　)
A.(a-1)(b-1)＜0
B.(a-1)(a-b)＞0
C.(b-1)(b-a)＜0
D.(b-1)(b-a)＞0
解析：若a＞1，则由$\log_a b$＞1得$\log_a b$＞$\log_a a$，即b＞a＞1，此时b-a＞0，b＞1，即(b-1)(b-a)＞0，
若0＜a＜1，则由$\log_a b$＞1得$\log_a b$＞$\log_a a$，即b＜a＜1，此时b-a＜0，b＜1，即(b-1)(b-a)＞0，
综上(b-1)(b-a)＞0.
答案：D

6.已知函数f(x)=x^2+bx，则“b＜0”是“f(f(x))的最小值与f(x)的最小值相等”的(　　)
A.充分不必要条件
B.必要不充分条件
C.充分必要条件
D.既不充分也不必要条件
解析：f(x)的对称轴为x=$-\frac{b}{2}$，$f_{\min}(x)=-\frac{b^2}{4}$.
(1)若b＜0，则$-\frac{b}{2}>-\frac{b^2}{4}$，∴当f(x)=$-\frac{b}{2}$时，f(f(x))取得最小值f($-\frac{b}{2}$)=$-\frac{b^2}{4}$，
即f(f(x))的最小值与f(x)的最小值相等.
∴“b＜0”是“f(f(x))的最小值与f(x)的最小值相等”的充分条件.
(2)若f(f(x))的最小值与f(x)的最小值相等，
则$f_{\min}(x)\leqslant-\frac{b}{2}$，即$-\frac{b^2}{4}\leqslant-\frac{b}{2}$，解得b≤0或b≥2.
∴“b＜0”不是“f(f(x))的最小值与f(x)的最小值相等”的必要条件.
答案：A

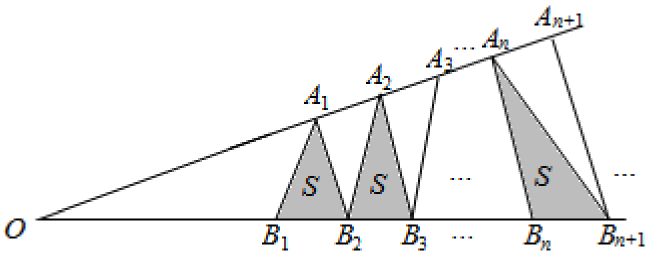
7.已知函数f(x)满足：f(x)≥|x|且f(x)≥2^x，x∈R.(　　)
A.若f(a)≤|b|，则a≤b
B.若f(a)≤2^b，则a≤b
C.若f(a)≥|b|，则a≥b
D.若f(a)≥2^b，则a≥b
解析：A.若f(a)≤|b|，则由条件f(x)≥|x|得f(a)≥|a|，
即|a|≤|b|，则a≤b不一定成立，故A错误；

B.若 $f(a)\leqslant 2^b$，则由条件知 $f(x)\geqslant 2^x$，
即 $f(a)\geqslant 2a$，则 $2a\leqslant f(a)\leqslant 2b$，则 $a\leqslant b$，故 B 正确;
C.若 $f(a)\geqslant |b|$，则由条件 $f(x)\geqslant |x|$ 得 $f(a)\geqslant |a|$，则 $|a|\geqslant |b|$ 不一定成立，故 C 错误;
D.若 $f(a)\geqslant 2^b$，则由条件 $f(x)\geqslant 2^x$，得 $f(a)\geqslant 2^a$，则 $2^a\geqslant 2^b$，不一定成立，即 $a\geqslant b$ 不一定成立，故 D 错误.
答案：B

8.如图，点列$\{A_n\}$、$\{B_n\}$分别在某锐角的两边上，且$|A_nA_{n+1}|=|A_{n+1}A_{n+2}|$，$A_n\neq A_{n+1}$，$n\in N*$，$|B_nB_{n+1}|=|B_{n+1}B_{n+2}|$，$B_n\neq B_{n+1}$，$n\in N*$，($P\neq Q$ 表示点 P 与 Q 不重合)若 $d_n=|A_nB_n|$，S_n 为$\triangle A_nB_nB_{n+1}$的面积，则(　　)



A.$\{S_n\}$是等差数列
B.$\{S_n^2\}$是等差数列
C.$\{d_n\}$是等差数列
D.$\{d_n^2\}$是等差数列
解析：设锐角的顶点为 O，$|OA_1|=a$，$|OB_1|=b$，



$|A_nA_{n+1}|=|A_{n+1}A_{n+2}|=b$，$|B_nB_{n+1}|=|B_{n+1}B_{n+2}|=d$，
由于 a，b 不确定，则$\{d_n\}$不一定是等差数列，$\{d_n^2\}$不一定是等差数列，
设$\triangle A_nB_nB_{n+1}$的底边 B_nB_{n+1} 上的高为 h_n，

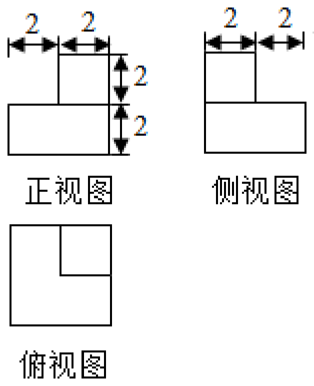
由三角形的相似可得 $\frac{h_n}{h_{n+1}}=\frac{OA_n}{OA_{n+1}}=\frac{a+(n-1)b}{a+nb}$，$\frac{h_{n+2}}{h_{n+1}}=\frac{OA_n+2}{OA_{n+1}}=\frac{a+(n+1)b}{a+nb}$，

两式相加可得，$\frac{h_n+h_{n+2}}{h_{n+1}}=\frac{2a+2nb}{a+nb}=2$，即有 $h_n+h_{n+2}=2h_{n+1}$，

由 $S_n=\frac{1}{2}d\cdot h_n$，可得 $S_n+S_{n+2}=2S_{n+1}$，即为 $S_{n+2}-S_{n+1}=S_{n+1}-S_n$，则数列$\{S_n\}$为等差数列.
答案：A

二、填空题

9.某几何体的三视图如图所示(单位：cm)，则该几何体的表面积是______cm^2，体积是______cm^3.



解析：根据几何体的三视图，得：

该几何体是下部为长方体，其长和宽都为 4，高为 2，

表面积为 $2\times4\times4+2\times4^2=64cm^2$，体积为 $2\times4^2=32cm^3$；

上部为正方体，其棱长为 2，

表面积是 $6\times2^2=24\ cm^2$，体积为 $2^3=8cm^3$；

所以几何体的表面积为 $64+24-2\times2^2=80cm^2$，

体积为 $32+8=40cm^3$.

答案：80；40.

10.已知 $a\in R$，方程 $a^2x^2+(a+2)y^2+4x+8y+5a=0$ 表示圆，则圆心坐标是__________，半径是__________.

解析：∵方程 $a^2x^2+(a+2)y^2+4x+8y+5a=0$ 表示圆，∴$a^2=a+2\neq0$，解得 $a=-1$ 或 $a=2$.

当 $a=-1$ 时，方程化为 $x^2+y^2+4x+8y-5=0$，

配方得 $(x+2)^2+(y+4)^2=25$，所得圆的圆心坐标为 $(-2，-4)$，半径为 5；

当 $a=2$ 时，方程化为 $x^2+y^2+x+2y+\frac{5}{2}=0$，

此时 $D^2+E^2-4F=1+4-4\times\frac{5}{2}=-5<0$，方程不表示圆.

答案：$(-2，-4)$，5.

11.已知 $2\cos^2x+\sin2x=A\sin(\omega x+\phi)+b(A>0)$，则 A=__________，b=__________.

解析：∵$2\cos^2x+\sin2x=1+\cos2x+\sin2x=1+\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos2x+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin2x)+1=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1$，

∴$A=\sqrt{2}$，$b=1$，

答案：$\sqrt{2}$；1.

12.设函数 $f(x)=x^3+3x^2+1$，已知 $a\neq0$，且 $f(x)-f(a)=(x-b)(x-a)^2$，$x\in R$，则实数 a=__________，b=__________.

解析：∵$f(x)=x^3+3x^2+1$，

∴$f(x)-f(a)=x^3+3x^2+1-(a^3+3a^2+1)=x^3+3x^2-(a^3+3a^2)$，

∵ $(x-b)(x-a)^2=(x-b)(x^2-2ax+a2)=x^3-(2a+b)x^2+(a^2+2ab)x-a^2b$，

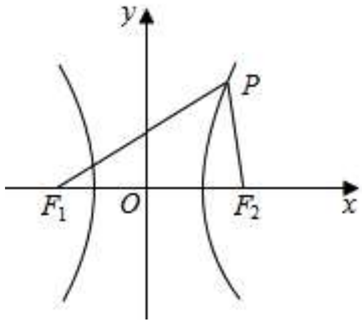
且 $f(x)-f(a)=(x-b)(x-a)^2$，

∴ $\begin{cases}-2a-b=3,\\ a^2+2ab=0,\\ a^3+3a^2=a^2b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-2,\\ b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=0,\\ b=-3\end{cases}$（舍去）.

答案：-2；1.

13. 设双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，若点 P 在双曲线上，且△F_1PF_2 为锐角三角形，则 $|PF_1|+|PF_2|$ 的取值范围是__________.

解析：如图，



由双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$，得 $a^2=1$，$b^2=3$，∴$c=\sqrt{a^2+b^2}=2$.

不妨以 P 在双曲线右支为例，当 $PF_2\perp x$ 轴时，

把 $x=2$ 代入 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$，得 $y=\pm3$，即 $|PF_2|=3$，

此时 $|PF_1|=|PF_2|+2=5$，则 $|PF_1|+|PF_2|=8$；

由 $PF_1\perp PF_2$，得 $|PF_1|^2+|PF_2|^2=|F_1F_2|^2=4c^2=16$，

又 $|PF_1|-|PF_2|=2$，①

两边平方得：$|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1||PF_2|=4$，

∴$|PF_1||PF_2|=6$，②

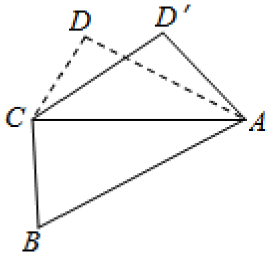
联立①②解得：$|PF_1|=1+\sqrt{7}$，$|PF_2|=-1+\sqrt{7}$，

此时 $|PF_1|+|PF_2|=2+\sqrt{7}$.

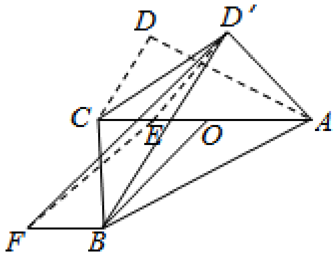
∴使△F_1PF_2 为锐角三角形的 $|PF_1|+|PF_2|$ 的取值范围是 $(2\sqrt{7}，8)$.

答案：$(2\sqrt{7}，8)$.

14. 如图，已知平面四边形 ABCD，AB=BC=3，CD=1，AD=$\sqrt{5}$，∠ADC=90°，沿直线 AC 将△ACD 翻折成△ACD′，直线 AC 与 BD′ 所成角的余弦的最大值是__________.



解析：如图所示，取 AC 的中点 O，∵AB=BC=3，∴BO⊥AC，



在 Rt△ACD′ 中，AC=$\sqrt{1^2+\left(\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt{6}$.

作 D′ E⊥AC，垂足为 E，D′ E=$\frac{1\times 5}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{30}}{6}\sqrt{6}$. CO=$\frac{\sqrt{6}}{2}$，CE=$\frac{D'C^2}{CA}=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$，

∴EO=CO-CE=$\frac{\sqrt{6}}{3}$.

过点 B 作 BF∥BO，作 FE∥BO 交 BF 于点 F，则 EF⊥AC. 连接 D′ F. ∠FBD′ 为直线 AC 与 BD′ 所成的角.

则四边形 BOEF 为矩形，∴BF=EO=$\frac{\sqrt{6}}{3}$.

EF=BO=$\sqrt{3^2-\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{30}}{2}$.

则∠FED′ 为二面角 D′ -CA-B 的平面角，设为 θ.

则 D′ F^2=$\left(\frac{\sqrt{30}}{6}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{30}}{2}\right)^2-2\times\frac{\sqrt{30}}{6}\times\frac{\sqrt{30}}{2}\cos\theta=\frac{25}{3}-5\cos\theta\geq\frac{10}{3}$，cos θ =1 时取等号.

∴D′ B 的最小值=$\sqrt{\frac{10}{3}+\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2}$=2. ∴直线 AC 与 BD′ 所成角的余弦的最大值=

$\frac{BF}{D'B}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{6}$.

答案：$\frac{\sqrt{6}}{6}$

15. 已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，|$\vec{a}$|=1，|$\vec{b}$|=2，$\vec{a}\cdot\vec{b}$=1，若$\vec{e}$为平面单位向量，则|$\vec{a}\cdot\vec{e}$|+|$\vec{b}\cdot\vec{e}$

|的最大值是__________.

解析：$|\vec{a}\cdot\vec{e}|+|\vec{b}\cdot\vec{e}|=\left|\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{e}}{|\vec{e}|}\right|+\left|\dfrac{\vec{b}\cdot\vec{e}}{|\vec{e}|}\right|$，

其几何意义为$\vec{a}$在$\vec{e}$上的投影的绝对值与$\vec{b}$在$\vec{e}$上投影的绝对值的和，

当$\vec{e}$与$\vec{a}+\vec{b}$共线时，取得最大值.

$\therefore(|\vec{a}\cdot\vec{e}|+|\vec{b}\cdot\vec{e}|)_{max}=|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}}=\sqrt{7}$.

答案：7.

三、解答题

16.在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知 b+c=2acosB.

(1)证明：A=2B;

(2)若 cosB=$\dfrac{2}{3}$，求 cosC 的值.

解析：(1)由 b+c=2acosB，利用正弦定理可得：sinB+sinC=2sinAcosB，而 sinC=sin(A+B)=sinAcosB+cosAsinB，代入化简可得：sinB=sin(A-B)，由 A，B∈(0，π)，可得 0＜A-B＜π，即可证明.

(II)cosB=$\dfrac{2}{3}$，可得 sinB=$\sqrt{1-\cos^2 B}$.cosA=cos2B=2cos2B-1，sinA=$\sqrt{1-\cos^2 A}$.利用 cosC=-cos(A+B)=-cosAcosB+sinAsinB 即可得出.

答案：(1)∵b+c=2acosB,

∴sinB+sinC=2sinAcosB,

∵sinC=sin(A+B)=sinAcosB+cosAsinB,

∴sinB=sinAcosB-cosAsinB=sin(A-B)，由 A，B∈(0，π),

∴0＜A-B＜π，∴B=A-B，或 B=π-(A-B)，化为 A=2B，或 A=π(舍去).

∴A=2B.

(II)cosB=$\dfrac{2}{3}$，∴sinB=$\sqrt{1-\cos^2 B}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

cosA=cos2B=2cos^{2}B-1=-$\dfrac{1}{9}$，sinA=$\sqrt{1-\cos^2 A}=\dfrac{4\sqrt{5}}{9}$.

∴cosC=-cos(A+B)=-cosAcosB+sinAsinB=$-\dfrac{2}{3}\times(-\dfrac{1}{9})+\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{4\sqrt{5}}{9}=\dfrac{22}{27}$.

17.设数列{a_n}的前 n 项和为 S_n，已知 $S_2=4$，$a_{n+1}=2S_{n+1}$，n∈N*.

(Ⅰ)求通项公式 a_n;

(Ⅱ)求数列{|a_n-n-2|}的前 n 项和.

解析：(Ⅰ)根据条件建立方程组关系，求出首项，利用数列的递推关系证明数列$\{a_n\}$是公比$q=3$的等比数列，即可求通项公式a_n；

(Ⅱ)讨论n的取值，利用分组法将数列转化为等比数列和等差数列即可求数列$\{|a_n-n-2|\}$的前n项和.

答案：(Ⅰ)∵$S_2=4$，$a_{n+1}=2S_{n+1}$，$n\in N*$.∴$a_1+a_2=4$，$a_2=2S_1+1=2a_1+1$，解得$a_1=1$，$a_2=3$，

当$n\geq 2$时，$a_{n+1}=2S_n+1$，$a_n=2S_{n-1}+1$，

两式相减得$a_{n+1}-a_n=2(S_n-S_{n-1})=2a_n$，

即$a_{n+1}=3a_n$，当$n=1$时，$a_1=1$，$a_2=3$，满足$a_{n+1}=3a_n$，

∴$\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=3$，则数列$\{a_n\}$是公比$q=3$的等比数列，则通项公式$a_n=3n-1$.

(Ⅱ)$a_n-n-2=3^{n-1}-n-2$，

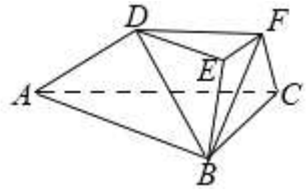
设$b_n=|a_n-n-2|=|3^{n-1}-n-2|$，则$b_1=|3^0-1-2|=2$，$b_2=|3-2-2|=1$，

当$n\geq 3$时，$3^{n-1}-n-2>0$，则$b_n=|a_n-n-2|=3^{n-1}-n-2$，

此时数列$\{|a_n-n-2|\}$的前n项和$T_n=3+\dfrac{9\left(1-3^{n-2}\right)}{1-3}-\dfrac{(5+n+2)(n-2)}{2}=\dfrac{3^n-n^2-5n+11}{2}$，

则$T_n=\begin{cases}2,\ n=1,\\3,\ n=2,\\\dfrac{3^n-n^2-5n+11}{2},\ n\geq 3\end{cases}=\begin{cases}2,\ n=1,\\\dfrac{3^n-n^2-5n+11}{2},\ n\geq 2.\end{cases}$

18. 如图，在三棱台ABC-DEF中，平面BCFE⊥平面ABC，∠ACB=90°，BE=EF=FC=1，BC=2，AC=3.



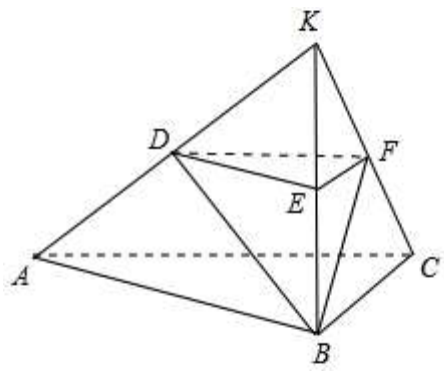
(Ⅰ)求证：BF⊥平面ACFD；

(Ⅱ)求直线BD与平面ACFD所成角的余弦值.

解析：(Ⅰ)根据三棱台的定义，可知分别延长AD，BE，CF，会交于一点，并设该点为K，并且可以由平面BCFE⊥平面ABC及∠ACB=90°可以得出AC⊥平面BCK，进而得出BF⊥AC.而根据条件可以判断出点E，F分别为边BK，CK的中点，从而得出△BCK为等边三角形，进而得出BF⊥CK，从而根据线面垂直的判定定理即可得出BF⊥平面ACFD；

(Ⅱ)由BF⊥平面ACFD便可得出∠BDF为直线BD和平面ACFD所成的角，根据条件可以求出BF=$\sqrt{3}$，DF=$\dfrac{3}{2}$，从而在Rt△BDF中可以求出BD的值，从而得出cos∠BDF的值，即得出直线BD和平面ACFD所成角的余弦值.

答案：(Ⅰ)延长AD，BE，CF相交于一点K，如图所示：



∵平面 BCFE⊥平面 ABC，且 AC⊥BC；

∴AC⊥平面 BCK，BF⊂平面 BCK；∴BF⊥AC；

又 EF∥BC，BE=EF=FC=1，BC=2；

∴△BCK 为等边三角形，且 F 为 CK 的中点；∴BF⊥CK，且 AC∩CK=C；∴BF⊥平面 ACFD；

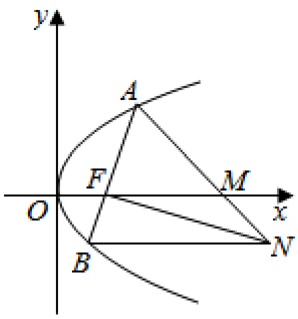
(Ⅱ)∵BF⊥平面 ACFD；∴∠BDF 是直线 BD 和平面 ACFD 所成的角；

∵F 为 CK 中点，且 DF∥AC；∴DF 为△ACK 的中位线，且 AC=3；∴DF=$\frac{3}{2}$；

又 BF=$\sqrt{3}$；∴在 Rt△BFD 中，BD=$\sqrt{3+\frac{9}{4}}=\frac{\sqrt{21}}{2}$，cos∠BDF=$\frac{DF}{BD}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{\sqrt{21}}{2}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$；

即直线 BD 和平面 ACFD 所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{21}}{7}$.

19.如图，设抛物线 $y^2=2px(p>0)$的焦点为 F，抛物线上的点 A 到 y 轴的距离等于|AF|-1，



(Ⅰ)求 p 的值；

(Ⅱ)若直线 AF 交抛物线于另一点 B，过 B 与 x 轴平行的直线和过 F 与 AB 垂直的直线交于点 N，AN 与 x 轴交于点 M，求 M 的横坐标的取值范围.

解析：(Ⅰ)利用抛物线的性质和已知条件求出抛物线方程，进一步求得 p 值；

(Ⅱ)设出直线 AF 的方程，与抛物线联立，求出 B 的坐标，求出直线 AB，FN 的斜率，从而求出直线 BN 的方程，根据 A、M、N 三点共线，可求出 M 的横坐标的表达式，从而求出 m 的取值范围.

答案：(Ⅰ)由题意可得，抛物线上点 A 到焦点 F 的距离等于 A 到直线 x=-1 的距离，

由抛物线定义得，$\frac{p}{2}$=1，即 p=2；

(Ⅱ)由(Ⅰ)得，抛物线方程为 $y^2=4x$，F(1，0)，可设$(t^2，2t)$，t≠0，t≠±1，

∵AF 不垂直 y 轴，∴设直线 AF：x=sy+1(s≠0)，

联立$\begin{cases} y^2=4x, \\ x=sy+1, \end{cases}$得 $y^2-4sy-4=0$. $y_1y_2=-4$，∴B($\frac{1}{t^2}$，$-\frac{2}{t}$)，

又直线 AB 的斜率为$\frac{2t}{t^2-1}$，故直线 FN 的斜率为$\frac{t^2-1}{2t}$，

从而得 FN：y=$-\frac{t^2-1}{2t}$(x-1)，直线 BN：y=$-\frac{2}{t}$，则 N($\frac{t^2+3}{t^2-1}$，$-\frac{2}{t}$)，

设 M(m，0)，由 A、M、N 三点共线，得$\frac{2t}{t^2-m}=\frac{2t+\frac{2}{t}}{t^2-\frac{t^2+3}{t^2-1}}$，

于是 m=$\frac{2t^2}{t^2-1}=\frac{2}{1-\frac{1}{t^2}}$，得 m＜0 或 m＞2. 经检验，m＜0 或 m＞2 满足题意.

∴点 M 的横坐标的取值范围为(-∞，0)∪(2，+∞).

20. 设函数 f(x)=$x^3+\frac{1}{x+1}$，x∈[0，1]，证明：

(Ⅰ)f(x)≥$1-x+x^2$.

(Ⅱ)$\frac{3}{4}$＜f(x)≤$\frac{3}{2}$.

解析：(Ⅰ)根据题意，$1-x+x^2-x^3=\frac{1-(-x)^4}{1-(-x)}$，利用放缩法得$\frac{1-x^4}{1+x}\le\frac{1}{1+x}$，即可证明结论成立；

(Ⅱ)利用 0≤x≤1 时 x^3≤x，证明 f(x)≤$\frac{3}{2}$，再利用配方法证明 f(x)≥$\frac{3}{4}$，结合函数的最小值得出 f(x)＞$\frac{3}{4}$，即证结论成立.

答案：(Ⅰ)因为 f(x)=$x^3+\frac{1}{x+1}$，x∈[0，1]，

且 $1-x+x^2-x^3=\frac{1-(-x)^4}{1-(-x)}$，

所以$\frac{1-x^4}{1+x}\le\frac{1}{1+x}$，所以 $1-x+x^2-x^3\le\frac{1}{x+1}$，即 f(x)≥$1-x+x^2$；

(Ⅱ)证明：因为 0≤x≤1，所以 x^3≤x，

所以 f(x)=$x^3+\frac{1}{x+1}\le x+\frac{1}{x+1}=x+\frac{1}{x+1}-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=\frac{(x-1)(2x+1)}{2(x+1)}+\frac{3}{2}\le\frac{3}{2}$；

由(Ⅰ)得，$f(x) \geqslant 1-x+x^2=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4} \geqslant \frac{3}{4}$，

且 $f(\frac{1}{2})=(\frac{1}{2})^3+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}=\frac{19}{24}>\frac{3}{4}$，所以 $f(x)>\frac{3}{4}$；综上，$\frac{3}{4}<f(x) \leqslant \frac{3}{2}$.