2014年普通高等学校招生全国统一考试（新课标Ⅱ）数学理

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求.

1.设集合M={0，1，2}，N={x|x^2-3x+2≤0}，则M∩N=(　　)

A.{1}

B.{2}

C.{0，1}

D.{1，2}

解析：∵N={x|x^2-3x+2≤0}={x|1≤x≤2}，∴M∩N={1，2}，

答案：D.

2.设复数z_1，z_2在复平面内的对应点关于虚轴对称，z_1=2+i，则z_1z_2=(　　)

A.-5

B.5

C.-4+i

D.-4-i

解析：z_1=2+i对应的点的坐标为(2，1)，

∵复数z_1，z_2在复平面内的对应点关于虚轴对称，

∴(2，1)关于虚轴对称的点的坐标为(-2，1)，

则对应的复数，z_2=-2+i，

则z_1z_2=(2+i)(-2+i)=i^2-4=-1-4=-5，

答案：A

3.设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足|$\vec{a}+\vec{b}$|=$\sqrt{10}$，|$\vec{a}-\vec{b}$|=$\sqrt{6}$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}$=(　　)

A.1

B.2

C.3

D.5

解析：∵|$\vec{a}+\vec{b}$|=$\sqrt{10}$，|$\vec{a}-\vec{b}$|=$\sqrt{6}$，

∴分别平方得$\vec{a}^2$+2$\vec{a}\cdot\vec{b}$+$\vec{b}^2$=10，$\vec{a}^2$-2$\vec{a}\cdot\vec{b}$+$\vec{b}^2$=6，

两式相减得4$\vec{a}\cdot\vec{b}$=10-6=4，

即$\vec{a}\cdot\vec{b}$=1，

答案：A.

4.钝角三角形ABC的面积是$\frac{1}{2}$，AB=1，BC=$\sqrt{2}$，则AC=(　　)

A. 5
B. $\sqrt{5}$
C. 2
D. 1

解析：∵钝角三角形ABC的面积是$\frac{1}{2}$，AB=c=1，BC=a=$\sqrt{2}$，

∴S=$\frac{1}{2}$acsinB=$\frac{1}{2}$，即sinB=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

当B为钝角时，cosB=-$\sqrt{1-\sin^2B}$=-$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

利用余弦定理得：$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos B=1+2+2=5$，即AC=$\sqrt{5}$，

当B为锐角时，cosB=$\sqrt{1-\sin^2B}$=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

利用余弦定理得：$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos B=1+2-2=1$，即AC=1，

此时$AB^2+AC^2=BC^2$，即△ABC为直角三角形，不合题意，舍去，则AC=$\sqrt{5}$.

答案：B.

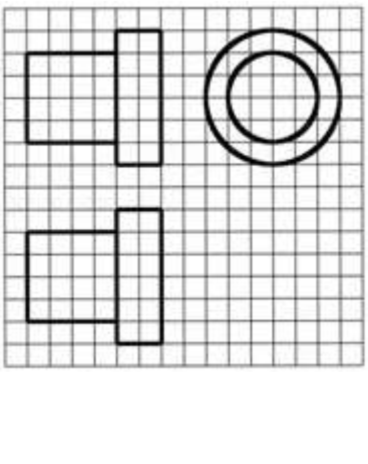
5.某地区空气质量监测资料表明，一天的空气质量为优良的概率是0.75，连续两天为优良的概率是0.6，已知某天的空气质量为优良，则随后一天的空气质量为优良的概率是(　　)

A. 0.8
B. 0.75
C. 0.6
D. 0.45

解析：设随后一天的空气质量为优良的概率为p，则有题意可得0.75×p=0.6，解得p=0.8，

答案：A.

6.如图，网格纸上正方形小格的边长为1（表示1cm），图中粗线画出的是某零件的三视图，该零件由一个底面半径为3cm，高为6cm的圆柱体毛坯切削得到，则切削掉部分的体积与原来毛坯体积的比值为(　　)



A. $\frac{17}{27}$

B. $\frac{5}{9}$

C. $\frac{10}{27}$

D. $\frac{1}{3}$

解析：几何体是由两个圆柱组成，一个是底面半径为 3 高为 2，一个是底面半径为 2，高为 4，

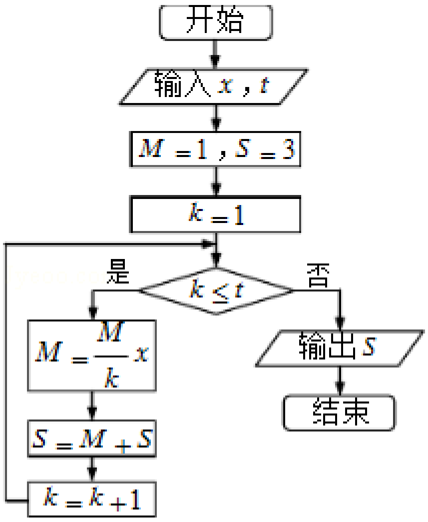
组合体体积是：$3^2\pi\bullet2+2^2\pi\bullet4=34\pi$.

底面半径为 3cm，高为 6cm 的圆柱体毛坯的体积为：$3^2\pi\times6=54\pi$.

切削掉部分的体积与原来毛坯体积的比值为：$\frac{54\pi-34\pi}{54\pi}=\frac{10}{27}$.

答案：C.

7. 执行如图所示的程序框图，若输入的 x，t 均为 2，则输出的 S=(　　)



A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

解析：若 x=t=2，

则第一次循环，1≤2 成立，则 M=$\frac{1}{1}\times2=2$，S=2+3=5，k=2，

第二次循环，2≤2 成立，则 M=$\frac{2}{2}\times2=2$，S=2+5=7，k=3，此时 3≤2 不成立，输出 S=7，

答案：D.

8. 设曲线 y=ax-ln(x+1)在点(0，0)处的切线方程为 y=2x，则 a=(　　)

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

解析：$y'=a-\frac{1}{x+1}$，∴y′(0)=a-1=2，∴a=3.

答案：D.

9. 设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-7\leqslant 0 \\ x-3y+1\leqslant 0 \\ 3x-y-5\geqslant 0 \end{cases}$，则 z=2x-y 的最大值为(　　)

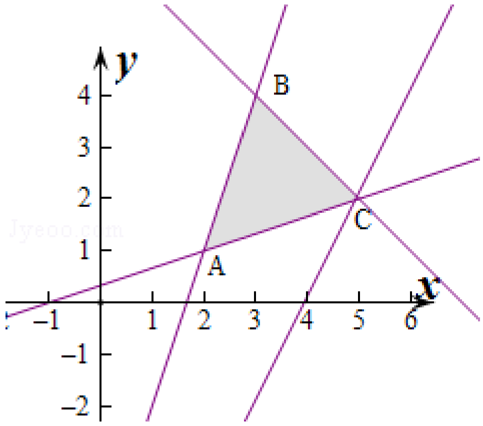
A. 10

B. 8

C. 3

D. 2

解析：作出不等式组对应的平面区域如图：（阴影部分 ABC）.



由 z=2x-y 得 y=2x-z，

平移直线 y=2x-z，

由图象可知当直线 y=2x-z 经过点 C 时，直线 y=2x-z 的截距最小，此时 z 最大.

由 $\begin{cases} x+y-7=0 \\ x-3y+1=0 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$，即 C(5，2)

代入目标函数 z=2x-y，得 z=2×5-2=8.

答案：B.

10. 设 F 为抛物线 C：$y^2=3x$ 的焦点，过 F 且倾斜角为 30° 的直线交 C 于 A，B 两点，O 为坐标原点，则△OAB 的面积为(　　)

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{9\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{63}{32}$

D. $\frac{9}{4}$

解析：由 $y^2=3x$，得 2p=3，$p=\frac{3}{2}$，则 $F(\frac{3}{4}，0)$.

∴过 A，B 的直线方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-\frac{3}{4})$，即 $x=\sqrt{3}y+\frac{3}{4}$.

联立$\begin{cases} y^2=3x \\ x=\sqrt{3}y+\frac{3}{4} \end{cases}$，得 $4y^2-12\sqrt{3}y-9=0$．

设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，则 $y_1+y_2=3\sqrt{3}$，$y_1y_2=-\frac{9}{4}$.

$\therefore S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}|y_1-y_2|=\frac{3}{8}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=$

$\frac{3}{8}\sqrt{(3\sqrt{3})^2-4\times(-\frac{9}{4})}=\frac{9}{4}$.

答案：D.

11.直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle BCA=90°$，M，N 分别是 A_1B_1，A_1C_1 的中点，$BC=CA=CC_1$，则 BM 与 AN 所成角的余弦值为(　　)

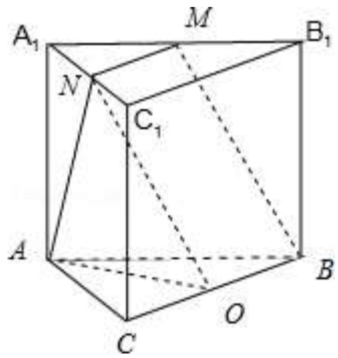
A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{\sqrt{30}}{10}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

解析：直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle BCA=90°$，M，N 分别是 A_1B_1，A_1C_1 的中点，如图：BC 的中点为 O，连结 ON，



$MN \underline{\underline{/\!/}} \frac{1}{2}B_1C_1=OB$，则 MNOB 是平行四边形，BM 与 AN 所成角就是∠ANO，

$\because BC=CA=CC_1$，

设 $BC=CA=CC_1=2$，$\therefore CO=1$，$AO=\sqrt{5}$，$AN=\sqrt{5}$，$MB=\sqrt{B_1M^2+BB_1^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{6}$，

在△ANO 中，由余弦定理可得：$\cos\angle ANO=\frac{AN^2+NO^2-AO^2}{2AN\cdot NO}=\frac{6}{2\times\sqrt{5}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$.

答案：C.

12.设函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{\pi x}{m}$，若存在 f(x)的极值点 x_0满足 $x_0^2+[f(x_0)]^2<m^2$，则 m 的取值范围是(　　)

A.(-∞，-6)∪(6，+∞)

B.(-∞，-4)∪(4，+∞)

C.(-∞，-2)∪(2，+∞)

D.(-∞，-1)∪(1，+∞)

解析：由题意可得，$f(x_0)=\pm\sqrt{3}$，且 $\frac{\pi x_0}{m}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，k∈z，即 $x_0=\frac{2k+1}{2}m$.

再由 $x_0^2+[f(x_0)]^2<m^2$，可得当 m^2最小时，$|x_0|$最小，而$|x_0|$最小为$\frac{1}{2}|m|$，

∴$m^2>\frac{1}{4}m^2+3$，∴$m^2>4$. 求得 m>2，或 m<-2，

答案：C.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.(第 13 题~第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22 题~第 24 题为选考题，考生根据要求作答)

13.　$(x+a)^{10}$的展开式中，x^7的系数为 15，则 a=______.

解析：$(x+a)^{10}$的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_{10}^{r}\bullet x^{10-r}\bullet a^r$，

令 10-r=7，求得 r=3，可得 x^7的系数为 $a^3\bullet C_{10}^{3}=120a^3=15$，∴$a=\frac{1}{2}$,

答案：$\frac{1}{2}$.

14.函数 f(x)=sin(x+2φ)-2sinφcos(x+φ)的最大值为_______.

解析：函数 f(x)=sin(x+2φ)-2sinφcos(x+φ)=sin[(x+φ)+φ]-2sinφcos(x+φ)

=sin(x+φ)cosφ+cos(x+φ)sinφ-2sinφcos(x+φ)=sin(x+φ)cosφ-cos(x+φ)sinφ

=sin[(x+φ)-φ]=sinx,

故函数 f(x)的最大值为 1,

答案：1.

15.已知偶函数 f(x)在[0,+∞)单调递减,f(2)=0,若 f(x-1)>0,则 x 的取值范围是______.

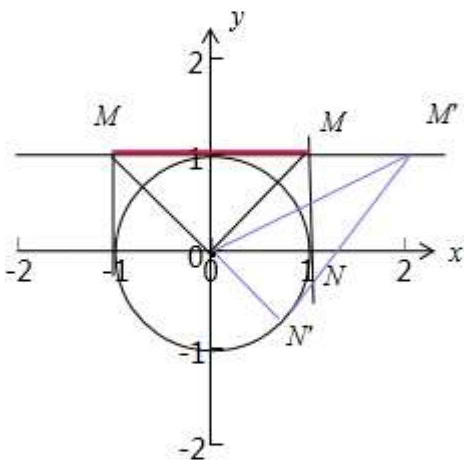
解析：∵偶函数 f(x)在[0，+∞)单调递减，f(2)=0,

∴不等式 f(x-1)>0 等价为 f(x-1)>f(2)，即 f(|x-1|)>f(2)，∴|x-1|<2，解得-1<x<3,

答案：(-1，3)

16.设点 $M(x_0，1)$，若在圆 O：$x^2+y^2=1$ 上存在点 N，使得∠OMN=45°，则 x_0的取值范围是________.

解析：由题意画出图形如图：



∵点 M(x_0，1)，若在圆 O：$x^2+y^2=1$ 上存在点 N，使得∠OMN=45°，
∴圆心到 MN 的距离为 1，要使 MN=1，才能使得∠OMN=45°，
图中 M′ 显然不满足题意，当 MN 垂直 x 轴时，满足题意，∴x_0的取值范围是[-1，1].
答案：[-1，1].

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或验算步骤.

17.(12 分)已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=3a_n+1$.

(Ⅰ)证明$\{a_n+\frac{1}{2}\}$是等比数列，并求$\{a_n\}$的通项公式；

(Ⅱ)证明：$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}<\frac{3}{2}$.

解析：(Ⅰ)根据等比数列的定义，后一项与前一项的比是常数，即$\frac{b_{n+1}}{b_n}$=常数，又首项不为 0，所以为等比数列；
再根据等比数列的通项化式，求出$\{a_n\}$的通项公式；
(Ⅱ)将$\frac{1}{a_n}$进行放大，即将分母缩小，使得构成一个等比数列，从而求和，证明不等式.

答案：(Ⅰ)$\frac{a_{n+1}+\frac{1}{2}}{a_n+\frac{1}{2}}=\frac{3a_n+1+\frac{1}{2}}{a_n+\frac{1}{2}}=\frac{3(a_n+\frac{1}{2})}{a_n+\frac{1}{2}}=3$，

∵ $a_1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\neq 0$，

∴数列$\{a_n+\frac{1}{2}\}$是以首项为$\frac{3}{2}$，公比为 3 的等比数列；

∴$a_n+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\times 3^{n-1}=\frac{3^n}{2}$，即 $a_n=\frac{3^n-1}{2}$；

(Ⅱ)由(Ⅰ)知$\frac{1}{a_n}=\frac{2}{3^n-1}$，

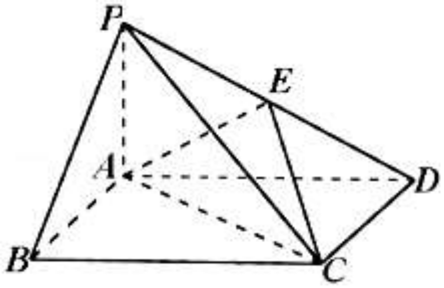
当 n≥2 时，$\frac{1}{a_n}=\frac{2}{3^n-1}<\frac{2}{3^n-3}=\frac{1}{3^{n-1}}$,

∴当 n=1 时，$\frac{1}{a_1}=1<\frac{3}{2}$成立，

当 n≥2 时，$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^{n-1}}=\frac{1-(\frac{1}{3})^n}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}(1-\frac{1}{3^n})<\frac{3}{2}$.

∴对 $n\in N_+$时，$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}<\frac{3}{2}$.

18.(12 分)如图，四棱柱 P-ABCD 中，底面 ABCD 为矩形，PA⊥平面 ABCD，E 为 PD 的中点.



(Ⅰ)证明：PB∥平面 AEC;

(Ⅱ)设二面角 D-AE-C 为 60°，AP=1，AD=$\sqrt{3}$，求三棱锥 E-ACD 的体积.

解析：(Ⅰ)连接 BD 交 AC 于 O 点，连接 EO，只要证明 EO∥PB，即可证明 PB∥平面 AEC;

(Ⅱ)延长 AF 至 M 连结 DM，使得 AM⊥DM，说明∠CMD=60°，是二面角的平面角，求出 CD，即可三棱锥 E-ACD 的体积.

答案：(Ⅰ)连接 BD 交 AC 于 O 点，连接 EO，

∵O 为 BD 中点，E 为 PD 中点，

∴EO∥PB，(2 分)

EO⊂平面 AEC，PB⊄平面 AEC，所以 PB∥平面 AEC；(6 分)

(Ⅱ)延长 AF 至 M 连结 DM，使得 AM⊥DM，

∵四棱柱 P-ABCD 中，底面 ABCD 为矩形，PA⊥平面 ABCD，

∴CD⊥平面 AMD，二面角 D-AE-C 为 60°，

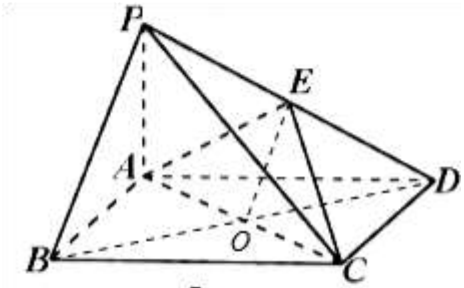
∴∠CMD=60°，

∵AP=1，AD=$\sqrt{3}$，∠ADP=30°，

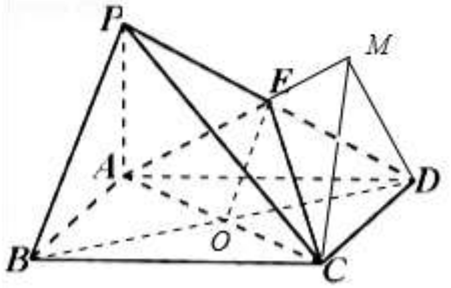
∴PD=2，E 为 PD 的中点.AF=1，

∴DM=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，CD=$\frac{\sqrt{3}}{2}\times\tan 60°=\frac{3}{2}$.

三棱锥 E-ACD 的体积为：$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}AD\cdot CD\cdot\frac{1}{2}PA=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{\sqrt{3}}{8}$.



I



II

19.(12分)某地区2007年至2013年农村居民家庭人均纯收入y(单位:千元)的数据如下表:

年份	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
年份代号 t	1	2	3	4	5	6	7
人均纯收入 y	2.9	3.3	3.6	4.4	4.8	5.2	5.9

(Ⅰ)求y关于t的线性回归方程;

(Ⅱ)利用(Ⅰ)中的回归方程,分析2007年至2013年该地区农村居民家庭人均纯收入的变化情况,并预测该地区2015年农村居民家庭人均纯收入.

附:回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2}$,

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}$.

解析:(Ⅰ)根据所给的数据,利用最小二乘法可得横标和纵标的平均数,横标和纵标的积的和,与横标的平方和,代入公式求出b的值,再求出a的值,写出线性回归方程.

(Ⅱ)根据上一问做出的线性回归方程,代入所给的t的值,预测该地区2015年农村居民家庭人均纯收入,这是一个估计值.

答案:(Ⅰ)由题意,$\overline{t}=\frac{1}{7}(1+2+3+4+5+6+7)=4$,$\overline{y}=\frac{1}{7}(2.9+3.3+3.6+4.4+4.8+5.2+5.9)=4.3$,

$\therefore \hat{b}=\dfrac{(-3)\times(-1.4)+(-2)\times(-1)+(-1)\times(-0.7)+0\times0.1+1\times0.5+2\times0.9+3\times1.6}{9+4+1+0+1+4+9}$

$=\dfrac{14}{28}=0.5$,

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}=4.3-0.5\times4=2.3$.

∴y 关于 t 的线性回归方程为 $\hat{y}=0.5t+2.3$;

(Ⅱ)由(Ⅰ)知，b=0.5＞0，故 2007 年至 2013 年该地区农村居民家庭人均纯收入逐年增加，平均每年增加 0.5 千元.

将 2015 年的年份代号 t=9 代入 $\hat{y}=0.5t+2.3$，得：

$\hat{y}=0.5\times9+2.3=6.8$,

故预测该地区 2015 年农村居民家庭人均纯收入为 6.8 千元.

20.(12 分)设 F_1，F_2 分别是 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左，右焦点，M 是 C 上一点且 MF_2 与 x 轴垂直，直线 MF_1 与 C 的另一个交点为 N.

(1)若直线 MN 的斜率为$\dfrac{3}{4}$，求 C 的离心率;

(2)若直线 MN 在 y 轴上的截距为 2，且$|MN|=5|F_1N|$，求 a，b.

解析：(1)根据条件求出 M 的坐标，利用直线 MN 的斜率为$\dfrac{3}{4}$，建立关于 a，c 的方程即可求 C 的离心率;

(2)根据直线 MN 在 y 轴上的截距为 2，以及$|MN|=5|F_1N|$，建立方程组关系，求出 N 的坐标，代入椭圆方程即可得到结论.

答案：(1)∵M 是 C 上一点且 MF_2 与 x 轴垂直，

∴M 的横坐标为 c，当 x=c 时，$y=\dfrac{b^2}{a}$，即 $M(c，\dfrac{b^2}{a})$，

若直线 MN 的斜率为$\dfrac{3}{4}$，即 $\tan\angle MF_1F_2=\dfrac{\frac{b^2}{a}}{2c}=\dfrac{b^2}{2ac}=\dfrac{3}{4}$，

即 $b^2=\dfrac{3}{2}ac=a^2-c^2$，即 $c^2-\dfrac{3}{2}ac-a^2=0$，则 $e^2-\dfrac{3}{2}e-1=0$，解得 $e=\dfrac{1}{2}$.

(Ⅱ)由题意，原点 O 是 F_1F_2 的中点，则直线 MF_1 与 y 轴的交点 D(0，2)是线段 MF_1 的中点，

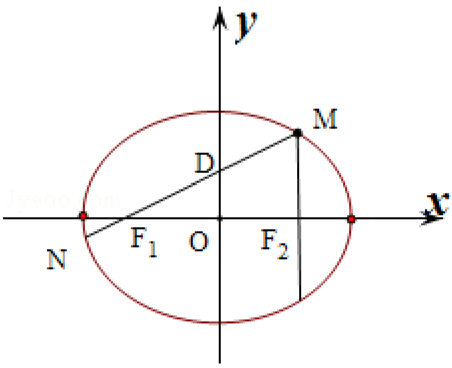
故$\dfrac{b^2}{a}=4$，即 $b^2=4a$，

由$|MN|=5|F_1N|$，解得$|DF_1|=2|F_1N|$，

设 $N(x_1, y_1)$，由题意知 $y_1<0$，则 $\begin{cases} 2(-c-x_1)=c \\ -2y_1=2 \end{cases}$，即 $\begin{cases} x_1=-\frac{3}{2}c \\ y_1=-1 \end{cases}$

代入椭圆方程得 $\frac{9c^2}{4a^2}+\frac{1}{b^2}=1$，

将 $b^2=4a$ 代入得 $\frac{9(a^2-4a)}{4a^2}+\frac{1}{4a}=1$，解得 $a=7$，$b=2\sqrt{7}$.



21.(12 分)已知函数 $f(x)=e^x-e^{-x}-2x$.

(Ⅰ)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(Ⅱ)设 $g(x)=f(2x)-4bf(x)$，当 $x>0$ 时，$g(x)>0$，求 b 的最大值;

(Ⅲ)已知 $1.4142<\sqrt{2}<1.4143$，估计 $\ln 2$ 的近似值(精确到 0.001).

解析：对第(Ⅰ)问，直接求导后，利用基本不等式可达到目的;

对第(Ⅱ)问，先验证 $g(0)=0$，只需说明 $g(x)$ 在 $[0+\infty)$ 上为增函数即可，从而问题转化为“判断 $g'(x)>0$ 是否成立”的问题;

对第(Ⅲ)问，根据第(Ⅱ)问的结论，设法寻求 $\ln 2$，于是在 $b=2$ 及 $b>2$ 的情况下分别计算 $g(\ln\sqrt{2})$，最后可估计 $\ln 2$ 的近似值.

答案：(Ⅰ)由 $f(x)$ 得 $f'(x)=e^x+e^{-x}-2\geqslant 2\sqrt{e^x\cdot e^{-x}}-2=0$，

即 $f'(x)\geqslant 0$，当且仅当 $e^x=e^{-x}$ 即 $x=0$ 时，$f'(x)=0$，

∴函数 $f(x)$ 在 R 上为增函数.

(Ⅱ) $g(x)=f(2x)-4bf(x)=e^{2x}-e^{-2x}-4b(e^x-e^{-x})+(8b-4)x$，

则 $g'(x)=2[e^{2x}+e^{-2x}-2b(e^x+e^{-x})+(4b-2)]$

$=2[(e^x+e^{-x})^2-2b(e^x+e^{-x})+(4b-4)]$

$=2(e^x+e^{-x}-2)(e^x+e^{-x}-2b+2)$.

①∵ $e^x+e^{-x}\geqslant 2$，$e^x+e^{-x}+2\geqslant 4$，

∴当 $2b\leqslant 4$，即 $b\leqslant 2$ 时，$g'(x)\geqslant 0$，当且仅当 $x=0$ 时取等号，

从而 $g(x)$ 在 R 上为增函数，而 $g(0)=0$，

∴ $x>0$ 时，$g(x)>0$，符合题意.

②当 $b>2$ 时，若 x 满足 $2<e^x+e^{-x}<2b-2$ 即 $0<x<\ln(b-1+\sqrt{b^2-2b})$ 时，$g'(x)<0$，

又由 $g(0)=0$ 知，当 $0<x\leqslant\ln(b-1+\sqrt{b^2-2b})$ 时，$g(x)<0$，不符合题意.

综合①、②知，b≤2，得 b 的最大值为 2.

(III)由(II)知，$g(\ln\sqrt{2})=\frac{3}{2}-2\sqrt{2}b+2(2b-1)\ln2$.

当 b=2 时，由 $g(\ln\sqrt{2})=\frac{3}{2}-4\sqrt{2}+6\ln2>0$，得

$\ln2>\frac{8\sqrt{2}-3}{12}>\frac{8\times1.4142-3}{12}=0.6928$；

当 $b=\frac{3\sqrt{2}}{4}+1$ 时，有 $\ln(b-1+\sqrt{b^2-2b})=\ln\sqrt{2}$，

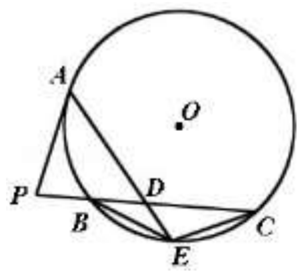
由 $g(\ln\sqrt{2})=-\frac{3}{2}-2\sqrt{2}+(3\sqrt{2}+2)\ln2<0$，得

$\ln2<\frac{18+\sqrt{2}}{28}<\frac{18+1.4143}{28}<0.6934$. 所以 ln2 的近似值为 0.693.

请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请写清题号.

【选修 4-1：几何证明选讲】

22.(10 分)如图，P 是⊙O 外一点，PA 是切线，A 为切点，割线 PBC 与⊙O 相交于点 B，C，PC=2PA，D 为 PC 的中点，AD 的延长线交⊙O 于点 E，证明：



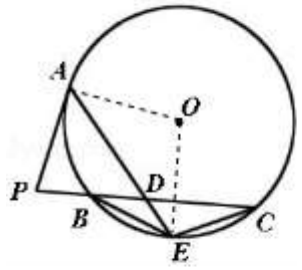
(Ⅰ)BE=EC;

(Ⅱ)AD•DE=2PB².

解析：(Ⅰ)连接 OE，OA，证明 OE⊥BC，可得 E 是 $\overset{\frown}{BC}$的中点，从而 BE=EC;

(Ⅱ)利用切割线定理证明 PD=2PB，PB=BD，结合相交弦定理可得 AD•DE=2PB².

答案：(Ⅰ)连接 OE，OA，则∠OAE=∠OEA，∠OAP=90°，



∵PC=2PA，D 为 PC 的中点，∴PA=PD，∴∠PAD=∠PDA，

∵∠PDA=∠CDE，∴∠OEA+∠CDE=∠OAE+∠PAD=90°，∴OE⊥BC，∴E 是 $\overset{\frown}{BC}$的中点，

∴BE=EC;

(Ⅱ)∵PA是切线，A为切点，割线PBC与⊙O相交于点B，C，∴PA^2=PB•PC，
∵PC=2PA，∴PA=2PB，∴PD=2PB，∴PB=BD，∴BD•DC=PB•2PB，
∵AD•DE=BD•DC，∴AD•DE=$2PB^2$.

【选修4-4：坐标系与参数方程】

23.在直角坐标系xOy中，以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，半圆C的极坐标方程 $\rho=2\cos\theta$，$\theta\in[0,\frac{\pi}{2}]$.

(Ⅰ)求C的参数方程；

(Ⅱ)设点D在C上，C在D处的切线与直线l：$y=\sqrt{3}x+2$垂直，根据(Ⅰ)中你得到的参数方程，确定D的坐标.

解析：(Ⅰ)半圆C的极坐标方程化为直角坐标方程为 $(x-1)^2+y^2=1$，令 $x-1=\cos\alpha\in[-1,1]$，$y=\sin\alpha$，可得半圆C的参数方程.

(Ⅱ)由题意可得直线CD和直线l平行.设点D的坐标为$(1+\cos\alpha，\sin\alpha)$，根据直线CD和直线l的斜率相等求得 $\cot\alpha$ 的值，可得 α 的值，从而得到点D的坐标.

答案：(Ⅰ)半圆C的极坐标方程 $\rho=2\cos\theta$，$\theta\in[0,\frac{\pi}{2}]$，即 $\rho^2=2\rho\cos\theta$，

化为直角坐标方程为 $(x-1)^2+y^2=1$，$x\in[0，2]$、$y\in[0，1]$.

令 $x-1=\cos\alpha\in[-1，1]$，$y=\sin\alpha$，$\alpha\in[0，\pi]$.

故半圆C的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$，$\alpha\in[0，\pi]$.

(Ⅱ)设点D在C上，C在D处的切线与直线l：$y=\sqrt{3}x+2$垂直，

∴直线CD和直线l平行，故直线CD和直线l斜率相等.

设点D的坐标为$(1+\cos\alpha，\sin\alpha)$，

∵C(1，0)，∴$\frac{\sin\alpha-0}{(1+\cos\alpha)-1}=\sqrt{3}$，

解得 $\tan\alpha=\sqrt{3}$，即 $\alpha=\frac{\pi}{3}$，故点D的坐标为$(\frac{3}{2}，\frac{\sqrt{3}}{2})$.

24.设函数 $f(x)=|x+\frac{1}{a}|+|x-a|(a>0)$.

(Ⅰ)证明：$f(x)\geqslant2$；

(Ⅱ)若 $f(3)<5$，求a的取值范围.

解析：(Ⅰ)由 $a>0$，$f(x)=|x+\frac{1}{a}|+|x-a|$，利用绝对值三角不等式、基本不等式证得 $f(x)\geqslant2$ 成立.

(Ⅱ)由 $f(3)=|3+\frac{1}{a}|+|3-a|<5$，分当 $a>3$ 时和当 $0<a\leqslant3$ 时两种情况，分别去掉绝对值，求得不等式的解集，再取并集，即得所求.

答案：(Ⅰ)∵$a>0$，$f(x)=|x+\frac{1}{a}|+|x-a|\geqslant|(x+\frac{1}{a})-(x-a)|=|a+\frac{1}{a}|=a+\frac{1}{a}\geqslant2\sqrt{a\cdot\frac{1}{a}}=2$，

故不等式 $f(x)\geqslant2$ 成立.

(Ⅱ)∵$f(3)=|3+\frac{1}{a}|+|3-a|<5$，

∴当 a＞3 时，不等式即 $a+\frac{1}{a}$＜5，即 a^2-5a+1＜0，解得 3＜a＜$\frac{5+\sqrt{21}}{2}$.

当 0＜a≤3 时，不等式即 $6-a+\frac{1}{a}$＜5，即 a^2-a-1＞0，求得$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$＜≤3.

综上可得，a 的取值范围($\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，$\frac{5+\sqrt{21}}{2}$).