2016年湖北省武汉市中考真题数学

一、选择题(共10小题，每小题3分，共30分)

1. 实数$\sqrt{2}$的值在(　　)

A. 0和1之间

B. 1和2之间

C. 2和3之间

D. 3和4之间

解析：∵1＜$\sqrt{2}$＜2，

∴实数$\sqrt{2}$的值在：1和2之间.

答案：B.

2. 若代数式$\dfrac{1}{x-3}$在实数范围内有意义，则实数x的取值范围是(　　)

A. x＜3

B. x＞3

C. x≠3

D. x=3

解析：依题意得：x-3≠0，

解得x≠3.

答案：C.

3. 下列计算中正确的是(　　)

A. $a\cdot a^2=a^2$

B. $2a\cdot a=2a^2$

C. $(2a^2)^2=2a^4$

D. $6a^8\div 3a^2=2a^4$

解析：A、原式$=a^3$，错误；

B、原式$=2a^2$，正确；

C、原式$=4a^4$，错误；

D、原式$=2a^6$，错误.

答案：B.

4. 不透明的袋子中装有性状、大小、质地完全相同的6个球，其中4个黑球、2个白球，从袋子中一次摸出3个球，下列事件是不可能事件的是(　　)

A. 摸出的是3个白球

B. 摸出的是3个黑球

C. 摸出的是2个白球、1个黑球

D. 摸出的是2个黑球、1个白球

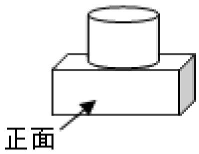
解析：A.摸出的是3个白球是不可能事件；

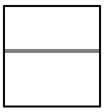
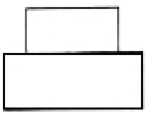
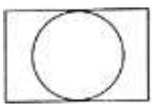
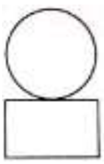
B.摸出的是 3 个黑球是随机事件；
C.摸出的是 2 个白球、1 个黑球是随机事件；
D.摸出的是 2 个黑球、1 个白球是随机事件.
答案：A.

5. 运用乘法公式计算$(x+3)^2$的结果是(　　)
A.x^2+9
B.x^2-6x+9
C.x^2+6x+9
D.x^2+3x+9
解析：根据完全平方公式，即可解答.
答案：C.

6. 已知点 A(a，1)与点 A′(5，b)关于坐标原点对称，则实数 a、b 的值是(　　)
A.a=5，b=1
B.a=-5，b=1
C.a=5，b=-1
D.a=-5，b=-1
解析：∵点 A(a，1)与点 A′(5，b)关于坐标原点对称，
∴a=-5，b=-1.
答案：D.

7. 如图是由一个圆柱体和一个长方体组成的几何体，其左视图是(　　)



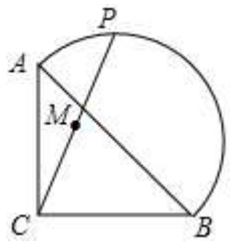
A.
B.
C.
D.
解析：从左面可看到一个长方形和上面一个长方形.
答案：A.

8. 某车间 20 名工人日加工零件数如表所示：

日加工零件数	4	5	6	7	8
人数	2	6	5	4	3

这些工人日加工零件数的众数、中位数、平均数分别是(　　)
A.5、6、5
B.5、5、6
C.6、5、6
D.5、6、6
解析：5 出现了 6 次，出现的次数最多，则众数是 5；
把这些数从小到大排列，中位数第 10、11 个数的平均数，
则中位数是 $\frac{6+6}{2}$=6；
平均数是：$\frac{4\times2+5\times6+6\times5+7\times4+8\times3}{20}$=6.
答案：D.

9. 如图，在等腰 Rt△ABC 中，AC=BC=2$\sqrt{2}$，点 P 在以斜边 AB 为直径的半圆上，M 为 PC 的中点.当点 P 沿半圆从点 A 运动至点 B 时，点 M 运动的路径长是(　　)



A.$\sqrt{2}$ π
B. π
C.2$\sqrt{2}$
D.2
解析：取 AB 的中点 O、AE 的中点 E、BC 的中点 F，连结 OC、OP、OM、OE、OF、EF，如图，利用等腰直角三角形的性质得到 AB=$\sqrt{2}$BC=4，则 OC=$\frac{1}{2}$AB=2，OP=$\frac{1}{2}$AB=2，再根据等腰三角形的性质得 OM⊥PC,则∠CMO=90°，于是根据圆周角定理得到点 M 在以 OC 为直径的圆上，由于点 P 点在 A 点时，M 点在 E 点；点 P 点在 B 点时，M 点在 F 点，则利用四边形 CEOF 为正方得到 EF=OC=2，所以 M 点的路径为以 EF 为直径的半圆，然后根据圆的周长公式计算点 M 运动的路径长.
答案：B.

10. 平面直角坐标系中，已知 A(2，2)、B(4，0).若在坐标轴上取点 C，使△ABC 为等腰三角形，则满足条件的点 C 的个数是(　　)
A.5
B.6

C.7

D.8

解析：由点 A、B 的坐标可得到 $AB=2\sqrt{2}$，然后分类讨论：若 AC=AB；若 BC=AB；若 CA=CB，确定 C 点的个数.

答案：A.

二、填空题(本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分)

11. 计算 5+(-3)的结果为_____.

解析：原式利用异号两数相加的法则计算即可得到结果.

答案：2.

12. 某市 2016 年初中毕业生人数约为 63 000，数 63 000 用科学记数法表示为_____.

解析：将 63 000 用科学记数法表示为 6.3×10^4.

答案：6.3×10^4.

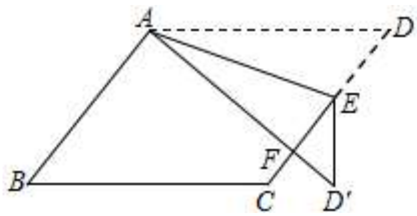
13. 一个质地均匀的小正方体，6 个面分别标有数字 1，1，2，4，5，5，若随机投掷一次小正方体，则朝上一面的数字是 5 的概率为_____.

解析：∵一个质地均匀的小正方体由 6 个面，其中标有数字 5 的有 2 个，

∴随机投掷一次小正方体，则朝上一面的数字是 5 的概率=$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

答案：$\frac{1}{3}$.

14. 如图，在▱ABCD 中，E 为边 CD 上一点，将△ADE 沿 AE 折叠至△AD′E 处，AD′与 CE 交于点 F.若∠B=52°，∠DAE=20°，则∠FED′的大小为_____.



解析：∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴∠D=∠B=52°，

由折叠的性质得：∠D′=∠D=52°，∠EAD′=∠DAE=20°，

∴∠AEF=∠D+∠DAE=52°+20°=72°，∠AED′=180°-∠EAD′-∠D′=108°，

∴∠FED′=108°-72°=36°.

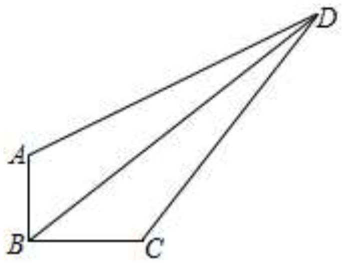
答案：36°.

15. 将函数 y=2x+b(b 为常数)的图象位于 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折至其上方后，所得的折线是函数 y=|2x+b|(b 为常数)的图象.若该图象在直线 y=2 下方的点的横坐标 x 满足 0＜x＜3，则 b 的取值范围为_____.

解析：∵y=2x+b，

∴当 y＜2 时，2x+b＜2，解得 x＜$\frac{2-b}{2}$；
∵函数 y=2x+b 沿 x 轴翻折后的解析式为-y=2x+b，即 y=-2x-b，
∴当 y＜2 时，-2x-b＜2，解得 x＞$-\frac{2+b}{2}$；
∴$-\frac{2+b}{2}$＜x＜$\frac{2-b}{2}$，
∵x 满足 0＜x＜3，
∴$-\frac{2+b}{2}$=0，$\frac{2-b}{2}$=3，
∴b=-2，b=-4，
∴b 的取值范围为-4≤b≤-2.
答案：-4≤b≤-2.

16. 如图，在四边形 ABCD 中，∠ABC=90°，AB=3，BC=4，CD=10，DA=5$\sqrt{5}$，则 BD 的长为_____.

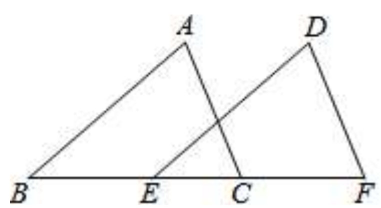


解析：作 DM⊥BC，交 BC 延长线于 M，连接 AC，由勾股定理得出 $AC^2=AB^2+BC^2=25$，求出 $AC^2+CD^2=AD^2$，由勾股定理的逆定理得出△ACD 是直角三角形，∠ACD=90°，证出∠ACB=∠CDM，得出△ABC∽△CMD，由相似三角形的对应边成比例求出 CM=2AB=6，DM=2BC=8，得出 BM=BC+CM=10，再由勾股定理求出 BD 即可.

答案：$2\sqrt{41}$.

三、解答题(共 8 题，共 72 分)
17. 解方程：5x+2=3(x+2)
解析：方程去括号，移项合并，把 x 系数化为 1，即可求出解.
答案：去括号得：5x+2=3x+6，
移项合并得：2x=4，
解得：x=2.

18. 如图，点 B、E、C、F 在同一条直线上，AB=DE，AC=DF，BE=CF，求证：AB∥DE.



解析：证明它们所在的三角形全等即可.根据等式的性质可得 BC=EF.运用 SSS 证明△ABC 与△DEF 全等.

答案：∵BE=CF，

∴BC=EF，

在△ABC 与△DEF 中，

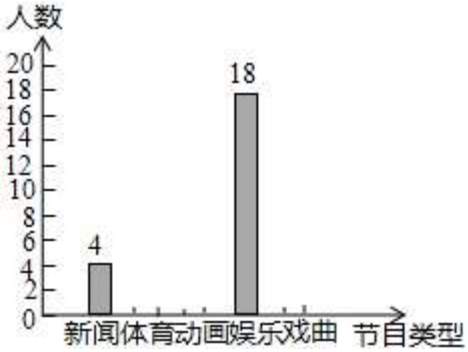
$$\begin{cases} AB=DE \\ AC=DF \\ BC=EF \end{cases},$$

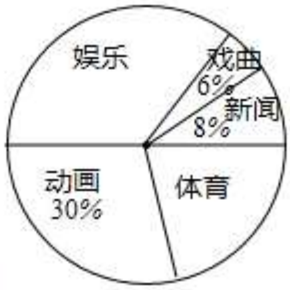
∴△ABC≌△DEF(SSS)，

∴∠ABC=∠DEF，

∴AB∥DE.

19. 某学校为了解学生对新闻、体育、动画、娱乐、戏曲五类电视节目最喜爱的情况，随机调查了若干名学生，根据调查数据进行整理，绘制了如下的不完整统计图.





请你根据以上的信息，回答下列问题：

(1)本次共调查了_____名学生，其中最喜爱戏曲的有_____人；在扇形统计图中，最喜爱体育的对应扇形的圆心角大小是_____.

(2)根据以上统计分析，估计该校 2000 名学生中最喜爱新闻的人数.

解析：(1)由“新闻”类人数及百分比可得总人数，由总人数及“戏曲”类百分比可得其人数，求出“体育”类所占百分比，再乘以 360° 即可；

(2)用样本中“新闻”类人数所占百分比乘以总人数 2000 即可.

答案：(1)本次共调查学生：4÷8%=50(人)，最喜爱戏曲的人数为：50×6%=3(人)；

∵“娱乐”类人数占被调查人数的百分比为：$\frac{18}{50}$×100%=36%，

∴“体育”类人数占被调查人数的百分比为：1-8%-30%-36%-6%=20%，

∴在扇形统计图中，最喜爱体育的对应扇形的圆心角大小是 360°×20%=72°.

(2)2000×8%=160(人)，

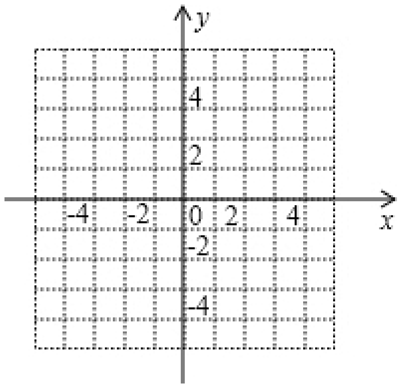
答：估计该校 2000 名学生中最喜爱新闻的人数约有 160 人.

20. 已知反比例函数 $y=\frac{4}{x}$.

(1)若该反比例函数的图象与直线 y=kx+4(k≠0)只有一个公共点，求 k 的值；

(2)如图，反比例函数 $y=\frac{4}{x}$(1≤x≤4)的图象记为曲线 C_1，将 C_1 向左平移 2 个单位长度，得

曲线 C_2，请在图中画出 C_2，并直接写出 C_1 平移至 C_2 处所扫过的面积.



解析：(1)解方程组得到 $kx^2+4x-4=0$，由反比例函数的图象与直线 $y=kx+4(k\neq0)$ 只有一个公共点，得到△=16+4k=0，求得 k=-4；

(2)根据平移的性质即可得到结论.

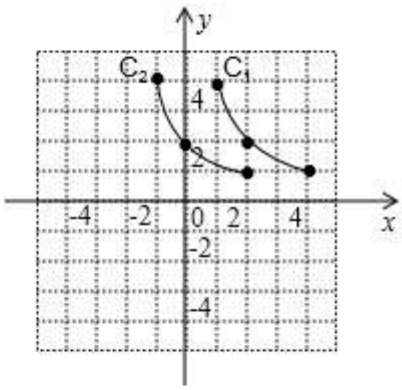
答案：(1)解 $\begin{cases} y=\dfrac{4}{x} \\ y=kx+4 \end{cases}$ 得 $kx^2+4x-4=0$，

∵反比例函数的图象与直线 $y=kx+4(k\neq0)$ 只有一个公共点，

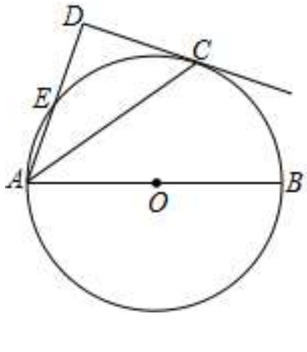
∴△=16+16k=0，

∴k=-1.

(2)如图所示，C_1 平移至 C_2 处所扫过的面积=2×3=6.



21. 如图，点 C 在以 AB 为直径的⊙O 上，AD 与过点 C 的切线垂直，垂足为点 D，AD 交⊙O 于点 E.



(1)求证：AC 平分∠DAB;

(2)连接 BE 交 AC 于点 F，若 $\cos\angle CAD=\dfrac{4}{5}$，求 $\dfrac{AF}{FC}$ 的值.

解析：(1)连接 OC，根据切线的性质和已知求出 OC∥AD，求出∠OCA=∠CAO=∠DAC，即可得出答案；

(2)连接 BE、BC、OC，BE 交 AC 于 F 交 OC 于 H，根据 $\cos\angle CAD=\dfrac{4}{5}=\dfrac{AD}{AC}$，设 AD=4a，AC=5a，则 DC=EH=HB=3a，根据 $\cos\angle CAB=\dfrac{4}{5}=\dfrac{AC}{AB}$，求出 AB、BC，再根据勾股定理求出 CH，由此即可解决问题.

答案：(1)证明：连接 OC，

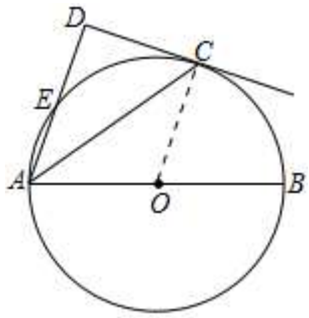


图1

∵CD 是⊙O 的切线，

∴CD⊥OC，

又∵CD⊥AD，

∴AD∥OC，

∴∠CAD=∠ACO，

∵OA=OC，

∴∠CAO=∠ACO，

∴∠CAD=∠CAO，

即 AC 平分∠DAB；

(2)解：连接 BE、BC、OC，BE 交 AC 于 F 交 OC 于 H.

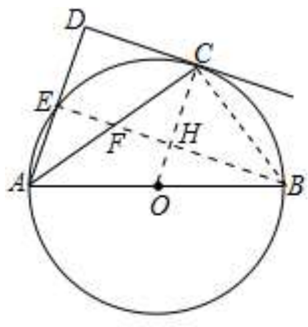


图2

∵AB 是直径，

∴∠AEB=∠DEH=∠D=∠DCH=90°，

∴四边形 DEHC 是矩形，

∴∠EHC=90° 即 OC⊥EB，

∴DC=EH=HB，DE=HC，

∵$\cos\angle CAD=\frac{4}{5}=\frac{AD}{AC}$，设 AD=4a，AC=5a，则 DC=EH=HB=3a，

∵$\cos\angle CAB=\frac{4}{5}=\frac{AC}{AB}$，

∴AB=$\frac{25}{4}a$，BC=$\frac{15}{4}a$，

在 RT△CHB 中，CH=$\sqrt{CB^2-BH^2}=\frac{9}{4}a$，

∴DE=CH=$\frac{9}{4}a$，AE=$\sqrt{AB^2-BE^2}=\frac{7}{4}a$，

∵EF∥CD，

∴$\frac{AF}{FC}=\frac{AE}{ED}=\frac{7}{9}$.

22. 某公司计划从甲、乙两种产品中选择一种生产并销售，每年产销 x 件.已知产销两种产品的有关信息如表：

产品	每件售价（万元）	每件成本（万元）	每年其他费用（万元）	每年最大产销量（件）
甲	6	a	20	200
乙	20	10	$40+0.05x^2$	80

其中 a 为常数，且 3≤a≤5

(1)若产销甲、乙两种产品的年利润分别为 y_1 万元、y_2 万元，直接写出 y_1、y_2 与 x 的函数关系式；

(2)分别求出产销两种产品的最大年利润；

(3)为获得最大年利润，该公司应该选择产销哪种产品？请说明理由.

解析：(1)根据利润=销售数量×每件的利润即可解决问题.

(2)根据一次函数的增减性，二次函数的增减性即可解决问题.

(3)根据题意分三种情形分别求解即可：①(1180-200a)=440，②(1180-200a)＞440，③(1180-200a)＜440.

答案：(1)$y_1=(6-a)x-20$，(0＜x≤200)

$y_2=10x-40-0.05x^2=-0.05x^2+10x-40$.(0＜x≤80).

(2)对于 $y_1=(6-a)x-20$，∵6-a＞0，

∴x=200 时，y_1 的值最大=(1180-200a)万元.

对于 $y_2=-0.05(x-100)^2+460$，

∵0＜x≤80，

∴x=80 时，y_2 最大值=440 万元.

(3)①(1180-200a)=440，解得 a=3.7，

②(1180-200a)＞440，解得 a＜3.7，

③(1180-200a)＜440，解得 a＞3.7，

∵3≤a≤5，

∴当 a=3.7 时，生产甲乙两种产品的利润相同.

当 3≤a＜3.7 时，生产甲产品利润比较高.

当 3.7＜a≤5 时，生产乙产品利润比较高.

23. 在△ABC 中，P 为边 AB 上一点.

(1)如图 1，若∠ACP=∠B，求证：AC^2=AP·AB；

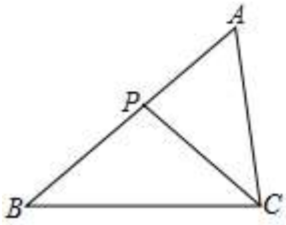


图 1

(2)若 M 为 CP 的中点，AC=2.

①如图 2，若∠PBM=∠ACP，AB=3，求 BP 的长；

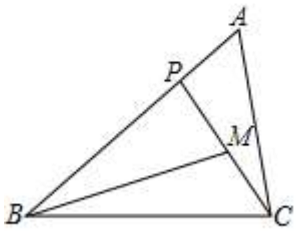


图 2

②如图 3，若∠ABC=45°，∠A=∠BMP=60°，直接写出 BP 的长.

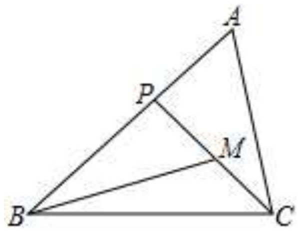


图 3

解析：(1)根据相似三角形的判定定理即可得到结论；

(2)①取 AP 在中点 G，连接 MG，设 AG=x，则 PG=x，BG=3-x，根据三角形的中位线的性质得到 MG∥AC，由平行线的性质得到∠BGM=∠A，∵∠根据相似三角形的性质得到$\frac{2x}{1}=\frac{2}{3-x}$，求得 x=$\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$，即可得到结论；②过 C 作 CH⊥AB 于 H，延长 AB 到 E，使 BE=BP 解直角三角形得到 CH=$\sqrt{3}$，HE=$\sqrt{3}$+x，根据勾股定理得到 $CE^2=(\sqrt{3})^2+(9\sqrt{3}+x)^2$根据相似三角形的性质得到 CE^2=EP·EA 列方程即可得到结论.

答案：(1)∵∠ACP=∠B，∠A=∠A，

∴△ACP∽△ABC，

∴$\frac{AC}{AP}=\frac{AB}{AC}$，

∴AC^2=AP·AB；

(2)①取 AP 在中点 G，连接 MG，设 AG=x，则 PG=x，BG=3-x，

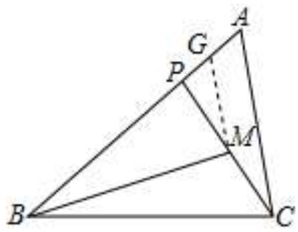


图 2

∵M 是 PC 的中点，

∴MG∥AC，

∴∠BGM=∠A，

∵∠ACP=∠PBM，

∴△APC∽△GMB，

∴$\dfrac{AP}{GM}=\dfrac{AC}{BG}$，

即$\dfrac{2x}{1}=\dfrac{2}{3-x}$，

∴x=$\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$，

∵AB=3，

∴AP=3-$\sqrt{5}$，

∴PB=$\sqrt{5}$；

②过 C 作 CH⊥AB 于 H，延长 AB 到 E，使 BE=BP，

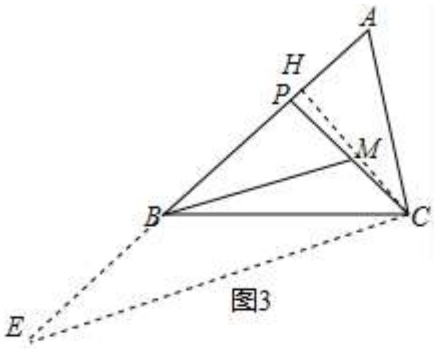


图3

∵∠ABC=45°，∠A=60°，

∴CH=$\sqrt{3}$，HE=$\sqrt{3}$+x，

∵$CE^2=(\sqrt{3})^2+(\sqrt{3}+x)^2$，

∵PB=BE，PM=CM，

∴BM∥CE，

∴∠PMB=∠PCE=60°=∠A，

∵∠E=∠E，

∴△ECP∽△EAC，

∴$\dfrac{CE}{EP}=\dfrac{AE}{CE}$，

∴CE^2=EP•EA，

∴$3+3+x^2+2\sqrt{3}x=2x(x+\sqrt{3}+1)$，

∴$x=\sqrt{7}-1$，

∴$PB=\sqrt{7}-1$.

24. 抛物线 $y=ax^2+c$ 与 x 轴交于 A，B 两点，顶点为 C，点 P 为抛物线上，且位于 x 轴下方.
(1)如图 1，若 P(1，-3)，B(4，0).

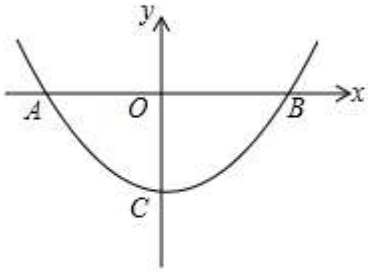


图1

①求该抛物线的解析式;
②若 D 是抛物线上一点，满足∠DPO=∠POB，求点 D 的坐标;
(2)如图 2，已知直线 PA，PB 与 y 轴分别交于 E、F 两点.当点 P 运动时，$\dfrac{OE+OF}{OC}$是否为定值？若是，试求出该定值；若不是，请说明理由.

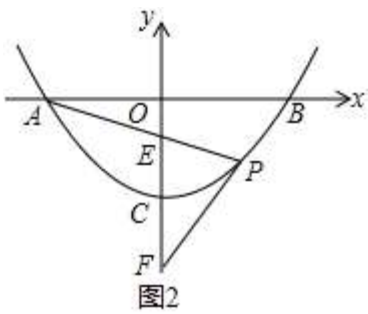


图2

解析：(1)①根据待定系数法求函数解析式，可得答案；②根据平行线的判定，可得 PD∥OB，根据函数值相等两点关于对称轴对称，可得 D 点坐标；
(2)根据待定系数法，可得 E、F 点的坐标，根据分式的性质，可得答案.

答案：(1)①将 P(1，-3)，B(4，0)代入 $y=ax^2+c$，得$\begin{cases}16a+c=0\\a+c=-3\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=\dfrac{1}{5}\\c=-\dfrac{16}{5}\end{cases}$，

抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{5}x^2-\frac{16}{5}$；

②如图 1，

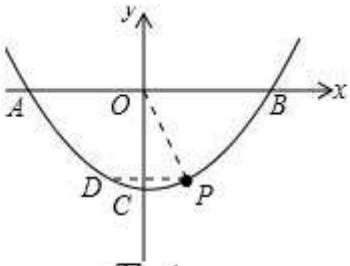


图 1

由∠DPO=∠POB，得

DP∥OB，

D 与 P 关于 y 轴对称，P(1，-3)，

得 D(-1，-3)；

(2)点 P 运动时，$\frac{OE+OF}{OC}$是定值，

设 P 点坐标为(m，$\frac{1}{5}m^2-\frac{16}{5}$)，A(-4，0)，B(4，0)，

设 AP 的解析式为 y=kx+b，将 A、P 点坐标代入，得

$$\begin{cases}-4k+b=0\\ mk+b=\frac{1}{5}m^2-\frac{16}{5}\end{cases},$$

解得 $b=\frac{\frac{4}{5}m^2-\frac{64}{5}}{4+m}$，即 E(0，$\frac{\frac{4}{5}m^2-\frac{64}{5}}{4+m}$)，

设 BP 的解析式为 $y=k_1x+b_1$，将 B、P 点坐标代入，得

$$\begin{cases}4k_1+b_1=0\\ mk_1+b_1=\frac{1}{5}m^2-\frac{16}{5}\end{cases},$$

解得 $b_2=\frac{-\frac{4}{5}m^2+\frac{64}{5}}{m-4}$，即 F(0，$\frac{-\frac{4}{5}m^2+\frac{64}{5}}{m-4}$)，

$$OF+OE=\frac{\frac{64}{5}-\frac{4}{5}m^2}{m+4}+\frac{\frac{4}{5}m^2-\frac{64}{5}}{m-4}=\frac{\frac{32}{5}\left(m^2-16\right)}{\left(m+4\right)\left(m-4\right)}=\frac{32}{5},$$

$$\frac{OE+OF}{OC}=\frac{\frac{32}{5}}{\frac{16}{5}}=2.$$