学校:___________姓名:___________班级:___________考号:___________

绝密★启用前

江苏省宿迁市2019年中考数学试题

试卷副标题

考试范围：xxx；考试时间：100分钟；命题人：xxx

题号	一	二	三	总分
得分				

注意事项：

1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息

2．请将答案正确填写在答题卡上

第I卷（选择题）

请点击修改第I卷的文字说明

评卷人	得分

一、单选题

1．2019的相反数是（　　）

A. $\frac{1}{2019}$　　**B.-2019**　　**C.** $-\frac{1}{2019}$　　**D.2019**

【答案】B

【解析】

【分析】

直接利用相反数的定义分析得出答案.

【详解】

解：2019的相反数是﹣2019.

故选：B.

【点睛】

此题主要考查了相反数，正确把握定义是解题关键.

2．下列运算正确的是（　　）

A. $a^2+a^3=a^5$　　**B.** $\left(a^2\right)^3=a^5$　　**C.** $a^6\div a^3=a^2$　　**D.** $\left(ab^2\right)^3=a^3b^6$

【答案】D

【解析】

【分析】

直接利用合并同类项法则以及同底数幂的乘除运算法则、积的乘方运算法则分别分析得出答案.

【详解】

解：A、a^2+a^3，无法计算，故此选项错误；

B、$\left(a^2\right)^3=a^6$，故此选项错误；

C、$a^6\div a^3=a^3$，故此选项错误；

D、$\left(ab^2\right)^3=a^3b^6$，正确；

故选：D．

【点睛】

此题主要考查了合并同类项以及同底数幂的乘除运算、积的乘方运算，正确掌握相关运算法则是解题关键．

3．一组数据：2、4、4、3、7、7，则这组数据的中位数是（　　）

A.3　　**B.3.5**　　**C.4**　　**D.7**

【答案】C

【解析】

【分析】

将数据从小到大重新排列后根据中位数的定义求解可得．

【详解】

解：这组数据重新排列为：2、3、4、4、7、7，

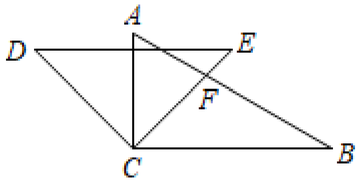
∴这组数据的中位数为$\frac{4+4}{2}=4$，

故选：C．

【点睛】

本题主要考查中位数，熟练掌握中位数的定义是解题的关键．

4．一副三角板如图摆放（直角顶点C重合），边AB与CE交于点F，$DE\parallel BC$，则$\angle BFC$等于（　　）



A.$105°$　　**B.**$100°$　　**C.**$75°$　　**D.**$60°$

【答案】A

【解析】

【分析】

由题意知图中是一个等腰直角三角形和一个含$30°$角的直角三角形，故$\angle E=45°$，

$\angle B = 30°$，由平行线的性质可知$\angle BCF = \angle E = 45°$，由三角形内角和定理可求出$\angle BFC$的度数.

【详解】

解：由题意知$\angle E = 45°$，$\angle B = 30°$，

$\because DE \parallel CB$，

$\therefore \angle BCF = \angle E = 45°$，

在ΔCFB中，

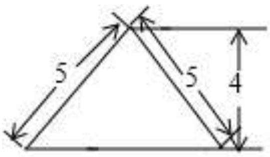
$\angle BFC = 180° - \angle B - \angle BCF = 180° - 30° - 45° = 105°$，

故选：A.

【点睛】

本题考查了特殊直角三角形的性质，平行线的性质，三角形内角和定理等，解题关键是要搞清楚一副三角板是指一个等腰直角三角形和一个含$30°$角的直角三角形.

5．一个圆锥的主视图如图所示，根据图中数据，计算这个圆锥的侧面积是（　　）



A.20π　　**B.**15π　　**C.**12π　　**D.**9π

【答案】B

【解析】

【分析】

根据勾股定理得出底面半径，易求周长以及母线长，从而求出侧面积.

【详解】

解：由勾股定理可得：底面圆的半径$=\sqrt{5^2-4^2}=3$，则底面周长$=6\pi$，底面半径=3，

由图得，母线长=5，

侧面面积$=\frac{1}{2}\times 6\pi \times 5 = 15\pi$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了由三视图判断几何体，利用了勾股定理，圆的周长公式和扇形面积公式求解.

6．不等式$x-1\le 2$的非负整数解有（　　）

A.1个　　**B.2个**　　**C.3个**　　**D.4个**

【答案】D

【解析】

【分析】

直接解不等式，进而利用非负整数的定义分析得出答案.

【详解】

解：$x-1\le 2$，

解得：$x\le 3$，

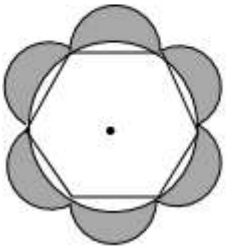
则不等式 $x-1\le 2$ 的非负整数解有：0，1，2，3 共 4 个.

故选：D.

【点睛】

此题主要考查了一元一次不等式的整数解，正确把握非负整数的定义是解题关键.

7．如图，正六边形的边长为 2，分别以正六边形的六条边为直径向外作半圆，与正六边形的外接圆围成的 6 个月牙形的面积之和（阴影部分面积）是（　　）



A. $6\sqrt{3}-\pi$　　**B.** $6\sqrt{3}-2\pi$　　**C.** $6\sqrt{3}+\pi$　　**D.** $6\sqrt{3}+2\pi$

【答案】A

【解析】

【分析】

图中阴影部分面积等于 6 个小半圆的面积和 -（大圆的面积 - 正六边形的面积）即可得到结果.

【详解】

解：6 个月牙形的面积之和 $=3\pi-\left(2^{2}\pi-6\times\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}\right)=6\sqrt{3}-\pi$，

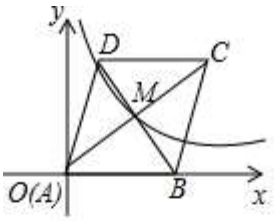
故选：A.

【点睛】

本题考查了正多边形与圆，圆的面积的计算，正六边形的面积的计算，正确的识别图形是解题的关键.

8．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，菱形 $ABCD$ 的顶点 A 与原点 O 重合，顶点 B 落在 x 轴的正半轴上，对角线 AC 、BD 交于点 M，点 D 、M 恰好都在反比例函数

$y=\frac{k}{x}(x>0)$ **的图象上，则** $\frac{AC}{BD}$ **的值为（　　）**



A. $\sqrt{2}$　　　**B.** $\sqrt{3}$　　　**C.2**　　　**D.** $\sqrt{5}$

【答案】 A

【解析】

【分析】

利用菱形的性质，根据正切定义即可得到答案.

【详解】

解：设 $D\left(m,\frac{k}{m}\right)$， $B(t,0)$，

∵ M 点为菱形对角线的交点，

∴ $BD\perp AC$， $AM=CM$， $BM=DM$，

∴ $M\left(\frac{m+t}{2},\frac{k}{2m}\right)$，

把 $M\left(\frac{m+t}{2},\frac{k}{2m}\right)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $\frac{m+t}{2}\cdot\frac{k}{2m}=k$，

∴ $t=3m$，

∵四边形 $ABCD$ 为菱形，

∴ $OD=AB=t$，

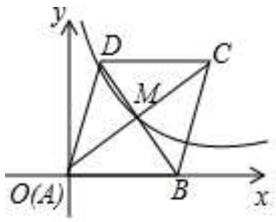
∴ $m^2+\left(\frac{k}{m}\right)^2=(3m)^2$，解得 $k=2\sqrt{2}m^2$，

∴ $M\left(2m,\sqrt{2}m\right)$，

在 $Rt\Delta ABM$ 中， $\tan\angle MAB=\frac{BM}{AM}=\frac{\sqrt{3}m}{\sqrt{6}m}=\frac{1}{\sqrt{2}}$，

∴ $\frac{AC}{BD}=\sqrt{2}$.

故选：A.



【点睛】

本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，解题关键在于运用菱形的性质.

外……○……装……○……订……○……线……○……

学校:___________姓名:___________班级:___________考号:___________

内……○……装……○……订……○……线……○……

第II卷（非选择题）

请点击修改第II卷的文字说明

评卷人	得分

二、填空题

9．实数4的算术平方根为_____.

【答案】2

【解析】

【分析】

依据算术平方根根的定义求解即可.

【详解】

解：∵$2^2=4$，

∴4的算术平方根是2.

故答案为：2.

【点睛】

本题主要考查的是算术平方根的定义，掌握算术平方根的定义是解题的关键.

10．分解因式：$a^2-2a=$**_____.**

【答案】a（a-2）

【解析】

【分析】

观察原式，找到公因式a，提出即可得出答案.

【详解】

解：$a^2-2a=a\left(a-2\right)$.

故答案为：$a\left(a-2\right)$.

【点睛】

此题考查提公因式法，解题关键在于因式是否还能分解.

11．宿迁近年来经济快速发展，2018年GDP**约达到275000000000元．将275000000000用科学记数法表示为_____.**

【答案】2.75×10^{11}

【解析】

【分析】

科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值>10时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数．

【详解】

将275000000000用科学记数法表示为：2.75×10^{11}．

故答案为：2.75×10^{11}．

【点睛】

此题考查了科学记数法的表示方法．解题关键要正确确定a的值以及n的值．

12. 甲、乙两个篮球队队员身高的平均数都为2.07米，方差分别是$S_{甲}^2$、$S_{乙}^2$，且$S_{甲}^2>S_{乙}^2$，则队员身高比较整齐的球队是_____.

【答案】乙

【解析】

【分析】

根据方差的意义可作出判断．方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定．

【详解】

解：∵$S_{甲}^2>S_{乙}^2$，

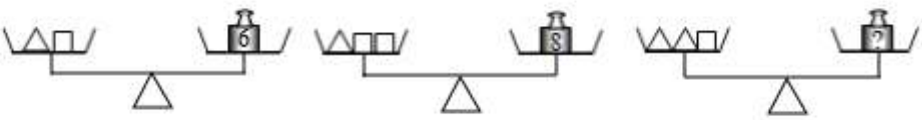
∴队员身高比较整齐的球队是乙，

故答案为：乙．

【点睛】

本题考查方差．解题关键在于知道方差是用来衡量一组数据波动大小的量

13．下面3个天平左盘中“△”“□”分别表示两种质量不同的物体，则第三个天平右盘中砝码的质量为_____.



【答案】10

【解析】

【分析】

设“△”的质量为x，“□”的质量为y，由题意列出方程：$\begin{cases}x+y=6\\x+2y=8\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=4\\y=2\end{cases}$，

得出第三个天平右盘中砝码的质量$=2x+y=10$.

【详解】

解：设“△”的质量为x，“□”的质量为y，

由题意得：$\begin{cases}x+y=6\\x+2y=8\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=4\\y=2\end{cases}$，

∴第三个天平右盘中砝码的质量$=2x+y=2\times4+2=10$；

故答案为：10.

【点睛】

本题考查了二元一次方程组的应用以及二元一次方程组的解法；设出未知数，根据题意列出方程组是解题的关键.

14．抛掷一枚质地均匀的骰子一次，朝上一面的点数是3的倍数的概率是_____.

【答案】$\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】

由骰子的六个面上分别刻有1到6的点数，点数为3的倍数的有2个，利用概率公式直接求解即可求得答案.

【详解】

∵骰子的六个面上分别刻有1到6的点数，点数为3的倍数的有2个，

∴掷得朝上一面的点数为3的倍数的概率为：$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

故答案为：$\frac{1}{3}$.

【点睛】

此题考查了概率公式的应用．注意掌握概率＝所求情况数与总情况数之比.

15．直角三角形的两条直角边分别是5和12，则它的内切圆半径为_____.

【答案】2

【解析】

【分析】

先利用勾股定理计算出斜边的长，然后利用直角三角形的内切圆的半径为$\frac{a+b-c}{2}$（其中a、b为直角边，c为斜边）求解.

【详解】

直角三角形的斜边$=\sqrt{5^2+12^2}=13$，

所以它的内切圆半径$=\dfrac{5+12-13}{2}=2$．

故答案为2.

【点睛】

本题考查了三角形的内切圆与内心：三角形的内心到三角形三边的距离相等；三角形的内心与三角形顶点的连线平分这个内角；直角三角形的内切圆的半径为$\dfrac{a+b-c}{2}$（其中a、b为直角边，c为斜边）.

16．关于x的分式方程$\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{a-2}{2-x}=1$的解为正数，则$a$的取值范围是______.

【答案】$a<5$且$a\neq 3$

【解析】

【分析】

直接解分式方程，进而利用分式方程的解是正数得出a的取值范围，进而结合分式方程有意义的条件分析得出答案.

【详解】

去分母得：$1-a+2=x-2$，

解得：$x=5-a$，

$5-a>0$，

解得：$a<5$，

当$x=5-a=2$时，$a=3$不合题意，

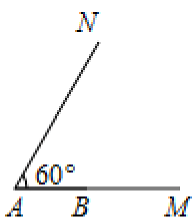
故$a<5$且$a\neq 3$．

故答案为：$a<5$且$a\neq 3$．

【点睛】

此题主要考查了分式方程的解，注意分式的解是否有意义是解题关键.

17．如图，$\angle MAN=60°$，若ΔABC的顶点B在射线AM上，且$AB=2$，点C在射线AN上运动，当ΔABC是锐角三角形时，BC的取值范围是______.



【答案】$\sqrt{3}<BC<2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】

当点C在射线AN上运动，ΔABC的形状由钝角三角形到直角三角形再到钝角三角形，画出相应的图形，根据运动三角形的变化，构造特殊情况下，即直角三角形时的BC的值．

【详解】

如图，过点B作$BC_1\perp AN$，垂足为C_1，$BC_2\perp AM$，交AN于点C_2，

在$Rt\Delta ABC_1$中，$AB=2$，$\angle A=60°$，

$\therefore\angle ABC_1=30°$，

$\therefore AC_1=\dfrac{1}{2}AB=1$，由勾股定理得：$BC_1=\sqrt{3}$，

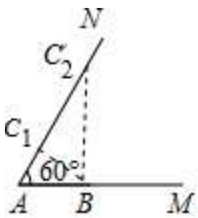
在$Rt\Delta ABC_2$中，$AB=2$，$\angle A=60°$，

$\therefore\angle AC_2B=30°$．

$\therefore AC_2=4$，由勾股定理得：$BC_2=2\sqrt{3}$，

当ΔABC是锐角三角形时，点C在C_1C_2上移动，此时$\sqrt{3}<BC<2\sqrt{3}$．

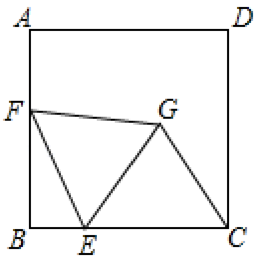
故答案为：$\sqrt{3}<BC<2\sqrt{3}$．



【点睛】

本题考查解直角三角形，构造直角三角形，利用特殊直角三角形的边角关系或利用勾股定理求解．解题关键在于利用直角三角形中30°的角所对的直角边等于斜边的一半，勾股定理等知识点．

18．如图，正方形$ABCD$的边长为4，E为BC上一点，且$BE=1$，F为AB边上的一个动点，连接EF，以EF为边向右侧作等边ΔEFG，连接CG，则CG的最小值为______．



【答案】$\frac{5}{2}$

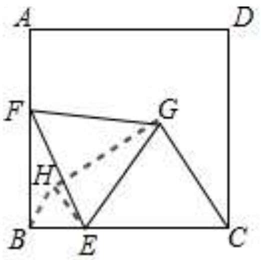
【解析】

【分析】

由题意分析可知，点F 为主动点，G 为从动点，所以以点E 为旋转中心构造全等关系，得到点G 的运动轨迹，之后通过垂线段最短构造直角三角形获得CG 最小值.

【详解】

由题意可知，点F 是主动点，点G 是从动点，点F 在线段上运动，点G 也一定在直线轨迹上运动



将ΔEFB绕点E 旋转$60°$，使EF 与EG 重合，得到$\Delta EFB \cong \Delta EHG$，

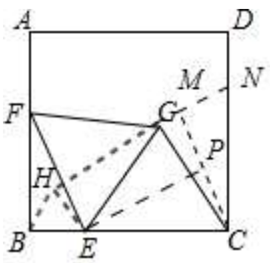
从而可知ΔEBH 为等边三角形，点G 在垂直于HE 的直线HN 上，

作$CM \perp HN$，则CM 即为CG 的最小值，

作$EP \perp CM$，可知四边形$HEPM$ 为矩形，

则$CM = MP + CP = HE + \frac{1}{2}EC = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$.

故答案为$\frac{5}{2}$.



【点睛】

本题考查了线段极值问题，分清主动点和从动点，通过旋转构造全等，从而判断出点G

的运动轨迹，是本题的关键．

评卷人	得分

三、解答题

19．计算：$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-(\pi-1)^{0}+\left|1-\sqrt{3}\right|$**.**

【答案】$\sqrt{3}$

【解析】

【分析】

直接利用负指数幂的性质和零指数幂的性质、绝对值的性质分别化简得出答案．

【详解】

原式$=2-1+\sqrt{3}-1$

$=\sqrt{3}$．

【点睛】

此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键．

20．先化简，再求值：$\left(1+\frac{1}{a-1}\right)\div\frac{2a}{a^{2}-1}$**，其中**$a=-2$**．**

【答案】$\frac{a+1}{2}$，$-\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】

直接将括号里面通分进而利用分式的混合运算法则计算得出答案．

【详解】

原式$=\frac{a}{a-1}\times\frac{(a+1)(a-1)}{2a}$

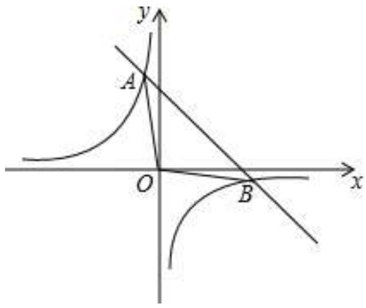
$=\frac{a+1}{2}$，

当$a=-2$时，原式$=\frac{-2+1}{2}=-\frac{1}{2}$．

【点睛】

此题主要考查了分式的化简求值，正确掌握运算法则是解题关键．

21．如图，一次函数$y=kx+b$**的图象与反比例函数**$y=-\frac{5}{x}$**的图象相交于点**$A(-1,m)$**、**$B(n,-1)$**两点．**



（1）求一次函数表达式；

（2）求ΔAOB的面积．

【答案】（1） $y=-x+4$ （2）12

【解析】

【分析】

（1）先利用反比例函数解析式确定A点和B点坐标，然后利用待定系数法求一次函数解析式；

（2）先求OD的长，根据面积和可得结论．

【详解】

（1）把$A\left(-1,m\right)$，$B\left(n,-1\right)$代入$y=-\dfrac{5}{x}$，得$m=5$，$n=5$，

$\therefore A\left(-1,5\right)$，$B\left(5,-1\right)$，

把$A\left(-1,5\right)$，$B\left(5,-1\right)$代入$y=kx+b$得

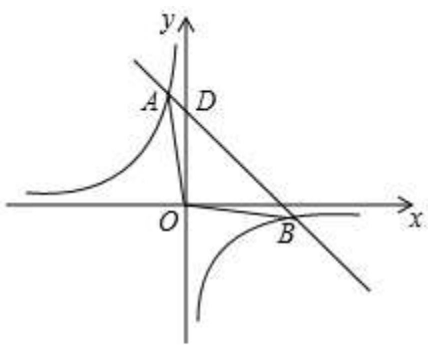
$\begin{cases}-k+b=5\\5k+b=-1\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-1\\b=4\end{cases}$，

$\therefore$一次函数解析式为$y=-x+4$；

（2）$x=0$时，$y=4$，

$\therefore OD=4$，

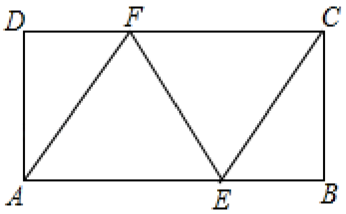
$\therefore \Delta AOB$的面积$=S_{\Delta AOD}+S_{\Delta BOD}=\dfrac{1}{2}\times4\times1+\dfrac{1}{2}\times4\times5=12$．



【点睛】

本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，解题关键在于把两个函数关系式联立成方程组求解.

22．如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=2$，点 E、F 分别在 AB、CD 上，且 $BE=DF=\frac{3}{2}$.



（1）求证：四边形 $AECF$ 是菱形；

（2）求线段 EF 的长.

【答案】（1）证明见解析（2）$\sqrt{5}$

【解析】

【分析】

(1)根据菱形的性质得到 $CD=AB=4$，$AD=BD=2$，$CD \parallel AB$，$\angle D=\angle B=90°$，求得 $CF=AE=4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$，根据勾股定理得到 $AF=CE=\sqrt{2^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{5}{2}$，于是得到结论；

（2）过 F 作 $FH\perp AB$ 于 H，得到四边形 $AHFD$ 是矩形，根据矩形的性质得到 $AH=DF=\frac{3}{2}$，$FH=AD=2$，根据勾股定理即可得到结论.

【详解】

（1）证明：∵在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=2$，

∴ $CD=AB=4$，$AD=BD=2$，$CD \parallel AB$，$\angle D=\angle B=90°$，

∵ $BE=DF=\frac{3}{2}$，

∴ $CF=AE=4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$，

∴ $AF=CE=\sqrt{2^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{5}{2}$，

∴ $AF=CF=CE=AE=\frac{5}{2}$，

∴四边形 $AECF$ 是菱形；

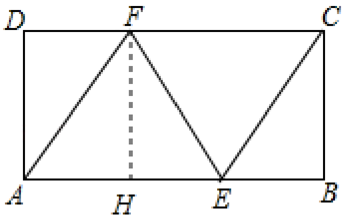
（2）解：过 F 作 $FH\perp AB$ 于 H，

则四边形 $AHFD$ 是矩形，

$\therefore AH=DF=\dfrac{3}{2}$， $FH=AD=2$，

$\therefore EH=\dfrac{5}{2}-\dfrac{3}{2}=1$，

$\therefore EF=\sqrt{FH^{2}+HE^{2}}=\sqrt{2^{2}+1^{2}}=\sqrt{5}$.



【点睛】

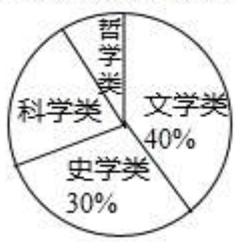
本题考查了矩形的性质，菱形的判定和性质，勾股定理，熟练掌握矩形的性质是解题的关键.

23．为了解学生的课外阅读情况，七（1）班针对“你最喜爱的课外阅读书目”进行调查（每名学生必须选一类且只能选一类阅读书目），并根据调查结果列出统计表，绘制成扇形统计图.

男、女生所选类别人数统计表

类别	男生（人）	女生（人）
文学类	**12**	**8**
史学类	m	**5**
科学类	**6**	**5**
哲学类	**2**	n

学生所选类别人数扇形统计图



根据以上信息解决下列问题

（1）$m=$_______， $n=$_______；

（2）扇形统计图中“科学类”所对应扇形圆心角度数为_______°；

（3）从选哲学类的学生中，随机选取两名学生参加学校团委组织的辩论赛，请用树状图或列表法求出所选取的两名学生都是男生的概率．

【答案】（1）20，2（2）79.2（3）$\frac{1}{6}$

【解析】

【分析】

（1）根据文学类的人数和所占的百分比求出抽查的总人数，再根据各自所占的百分比即可求出m 、n；

（2）由360°乘以“科学类”所占的比例，即可得出结果；

（3）根据题意画出树状图得出所有等情况数和所选取的两名学生都是男生的情况数，然后根据概率公式即可得出答案．

【详解】

（1）抽查的总学生数是：$\left(12+8\right)\div 40\%=50$ （人），

$m=50\times 30\%-5=10$，$n=50-20-15-11-2=2$；

故答案为：20，2；

（2）扇形统计图中“科学类”所对应扇形圆心角度数为$360^{\circ}\times\frac{6+5}{50}=79.2^{\circ}$；

故答案为：79.2；

（3）列表得：

	男 1	男 2	女 1	女 2
男 1	－－	男 2 男 1	女 1 男 1	女 2 男 1
男 2	男 1 男 2	－－	女 1 男 2	女 2 男 2
女 1	男 1 女 1	男 2 女 1	－－	女 2 女 1
女 2	男 1 女 2	男 2 女 2	女 1 女 2	－－

由表格可知，共有 12 种可能出现的结果，并且它们都是等可能的，其中所选取的两名学生都是男生的有 2 种可能，

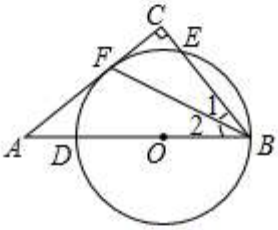
∴所选取的两名学生都是男生的概率为$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$．

【点睛】

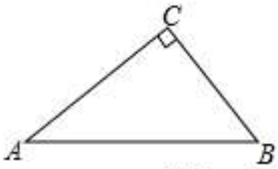
此题主要考查了列表法与树状图法，以及扇形统计图、统计表的应用，解题关键在于看

懂图中数据.

24．在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle C=90^{\circ}$．



图①



图②

（1）如图①，点 O 在斜边 AB 上，以点 O 为圆心，OB 长为半径的圆交 AB 于点 D，交 BC 于点 E，与边 AC 相切于点 F．求证：$\angle 1=\angle 2$；

（2）在图②中作⊙M，使它满足以下条件：

①圆心在边 AB 上；②经过点 B；③与边 AC 相切.

（尺规作图，只保留作图痕迹，不要求写出作法）

【答案】（1）见解析（2）见解析

【解析】

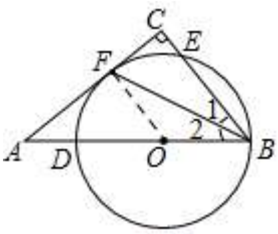
【分析】

（1）连接 OF，可证得 $OF\parallel BC$，结合平行线的性质和圆的特性可求得 $\angle 1=\angle OFB=\angle 2$，可得出结论；

（2）由（1）可知切点是 $\angle ABC$ 的角平分线和 AC 的交点，圆心在 BF 的垂直平分线上，由此即可作出⊙M．

【详解】

（1）证明：如图①，连接 OF，



图①

∵ AC 是⊙O 的切线，

∴ $OE\perp AC$，

∵ $\angle C=90^{\circ}$，

∴ $OE\parallel BC$，

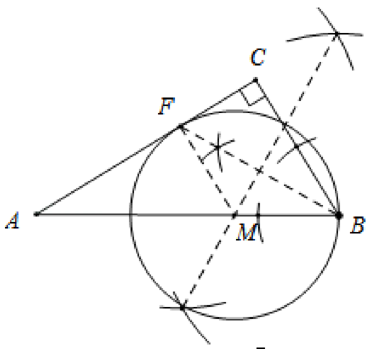
∴ $\angle 1=\angle OFB$，

∵ $OF=OB$，

∴ $\angle OFB=\angle 2$，

∴$\angle 1=\angle 2$.

（2）如图②所示⊙M 为所求．①



图②

①作$\angle ABC$ 平分线交AC 于F 点，

②作BF 的垂直平分线交AB 于M ，以MB 为半径作圆，

即⊙M 为所求．

证明：∵M 在BF 的垂直平分线上，

∴$MF=MB$，

∴$\angle MBF=\angle MFB$，

又∵BF 平分$\angle ABC$，

∴$\angle MBF=\angle CBF$ ，

∴$\angle CBF=\angle MFB$，

∴$MF\parallel BC$，

∵$\angle C=90^{\circ}$，

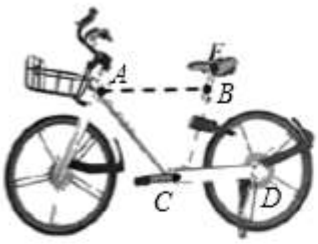
∴$FM\perp AC$，

∴⊙M 与边AC 相切．

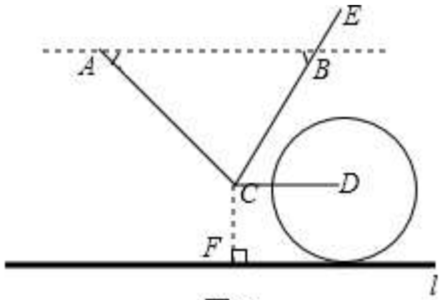
【点睛】

本题主要考查圆和切线的性质和基本作图的综合应用．掌握连接圆心和切点的半径与切线垂直是解题的关键，

25．宿迁市政府为了方便市民绿色出行，推出了共享单车服务．图①是某品牌共享单车放在水平地面上的实物图，图②是其示意图，其中AB、CD 都与地面 l 平行，车轮半径为$32cm$，$\angle BCD=64^{\circ}$，$BC=60cm$，坐垫E 与点B 的距离BE 为$15cm$．



图①



图②

（1）求坐垫 E 到地面的距离；

（2）根据经验，当坐垫 E 到 CD 的距离调整为人体腿长的 0.8 时，坐骑比较舒适．小明的腿长约为 $80cm$ ，现将坐垫 E 调整至坐骑舒适高度位置 E'，求 EE' 的长．

（结果精确到 $0.1cm$ ，参考数据： $\sin 64° \approx 0.90$ ， $\cos 64° \approx 0.44$ ， $\tan 64° \approx 2.05$ ）

【答案】（1）99.5（2）3.9

【解析】

【分析】

（1）作 $EM \perp CD$ 于点 M ，由 $EM = EC\sin\angle BCM = 75\sin 46°$ 可得答案；

（2）作 $E'H \perp CD$ 于点 H ，先根据 $E'C = \dfrac{E'H}{\sin\angle ECD}$ 求得 $E'C$ 的长度，再根据 $EE' = CE - CE'$ 可得答案

【详解】

（1）如图 1，过点 E 作 $EM \perp CD$ 于点 M ，

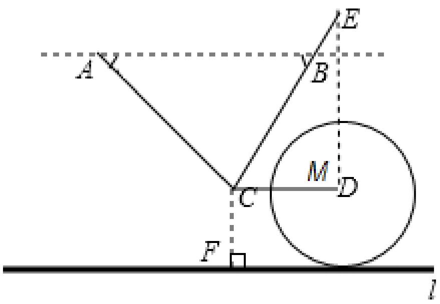


图1

由题意知 $\angle BCM = 64°$ 、 $EC = BC + BE = 60 + 15 = 75cm$ ，

$\therefore EM = EC\sin\angle BCM = 75\sin 46° \approx 67.5\left(cm\right)$ ，

则单车车座 E 到地面的高度为 $67.5 + 32 \approx 99.5\left(cm\right)$ ；

（2）如图 2 所示，过点 E' 作 $E'H \perp CD$ 于点 H ，

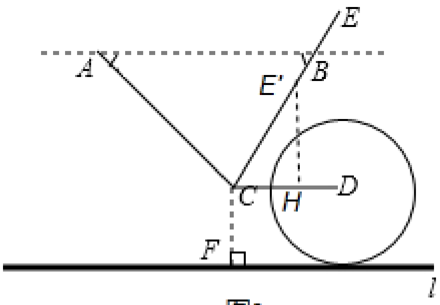


图2

由题意知$E'H=80\times0.8=64$，

则$E'C=\dfrac{E'H}{\sin\angle ECH}=\dfrac{64}{\sin 64^\circ}\approx 71.1$，

$\therefore EE'=CE-CE'=75-71.1=3.9(cm)$.

【点睛】

本题考查解直角三角形的应用，解题的关键是明确题意，利用锐角三角函数进行解答.

26．超市销售某种儿童玩具，如果每件利润为 40 元（市场管理部门规定，该种玩具每件利润不能超过 60 元），每天可售出 50 件．根据市场调查发现，销售单价每增加 2 元，每天销售量会减少 1 件．设销售单价增加x元，每天售出y件．

（1）请写出y与x之间的函数表达式；

（2）当x为多少时，超市每天销售这种玩具可获利润 2250 元？

（3）设超市每天销售这种玩具可获利w元，当x为多少时w最大，最大值是多少？

【答案】（1）$y=-\dfrac{1}{2}x+50$（2）当x为 10 时，超市每天销售这种玩具可获利润 2250 元（3）当x为 20 时w最大，最大值是 2400 元

【解析】

【分析】

（1）根据题意列函数关系式即可；

（2）根据题意列方程即可得到结论；

（3）根据题意得到$w=-\dfrac{1}{2}(x-30)^2+2450$，根据二次函数的性质得到当$x<30$时，$w$随$x$的增大而增大，于是得到结论.

【详解】

（1）根据题意得，$y=-\dfrac{1}{2}x+50$；

（2）根据题意得，$(40+x)\left(-\dfrac{1}{2}x+50\right)=2250$，

解得：$x_1=50$，$x_2=10$，

$\because$每件利润不能超过 60 元，

$\therefore x=10$，

答：当x为10时，超市每天销售这种玩具可获利润2250元；

（3）根据题意得，$w=(40+x)\left(-\frac{1}{2}x+50\right)=-\frac{1}{2}x^2+30x+2000$

$=-\frac{1}{2}(x-30)^2+2450$，

$\because a=-\frac{1}{2}<0$，

$\therefore$当$x<30$时，w随x的增大而增大，

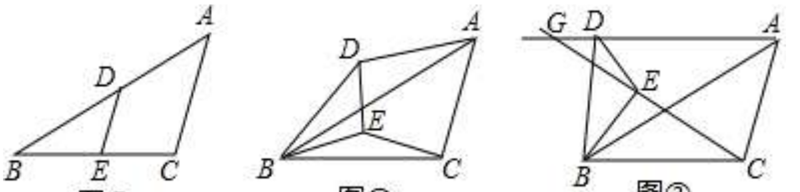
$\therefore$当$x=20$时，$w_{增大}=2400$，

答：当x为20时w最大，最大值是2400元.

【点睛】

本题考查了一次函数、二次函数的应用，弄清题目中包含的数量关系是解题关键.

27．如图①，在钝角ΔABC中，$\angle ABC=30°$，$AC=4$，点D为边AB中点，点E为边BC中点，将ΔBDE绕点B逆时针方向旋转α度（$0\le\alpha\le180$）.



图①　　图②　　图③

（1）如图②，当$0<\alpha<180$时，连接AD、CE．求证：$\Delta BDA\sim\Delta BEC$；

（2）如图③，直线CE、AD交于点G．在旋转过程中，$\angle AGC$的大小是否发生变化？如变化，请说明理由；如不变，请求出这个角的度数；

（3）将ΔBDE从图①位置绕点B逆时针方向旋转$180°$，求点G的运动路程.

【答案】（1）见解析（2）$\angle AGC$的大小不发生变化，$\angle AGC=30°$（3）$\frac{8\pi}{3}$

【解析】

【分析】

(1）如图①利用三角形的中位线定理，推出$DE\parallel AC$，可得$\frac{BD}{BA}=\frac{BE}{BC}$，在图②中，利用两边成比例夹角相等证明三角形细相似即可.

（2）利用相似三角形的性质证明即可.

（3）点G的运动路程，是图③－1中的BG的长的两倍，求出圆心角，半径，利用弧长公式计算即可.

（

【详解】

（1）如图②中，

由图①，∵点 D 为边 AB 中点，点 E 为边 BC 中点，

∴ $DE \parallel AC$，

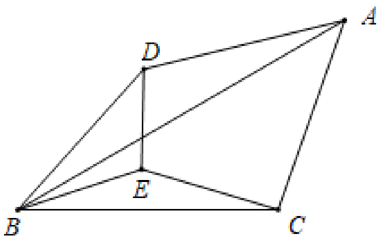
∴ $\dfrac{BD}{BA}=\dfrac{BE}{BC}$，

∴ $\dfrac{BD}{BE}=\dfrac{BA}{BC}$，

∵ $\angle DBE=\angle ABC$，

∴ $\angle DBA=\angle EBC$，

∴ $\Delta DBA \backsim \Delta EBC$．



图②

（2）$\angle AGC$ 的大小不发生变化，$\angle AGC=30°$．

理由：如图③中，设 AB 交 CG 于点 O．

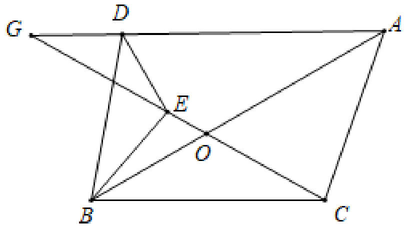
∵ $\Delta DBA \backsim \Delta EBC$，

∴ $\angle DAB=\angle ECB$，

∵ $\angle DAB+\angle AOG+\angle G=180°$，$\angle ECB+\angle COB+\angle ABC=180°$，

$\angle AOG=\angle COB$，

∴ $\angle G=\angle ABC=30°$．



图③

（3）如图③－1 中．设 AB 的中点为 K，连接 DK，以 AC 为边向右作等边 ΔACO，连接 OG，OB．

以 O 为圆心，OA 为半径作⊙ O，

∵ $\angle AGC=30°$，$\angle AOC=60°$，

∴$\angle AGC=\frac{1}{2}\angle AOC$，

∴点G在⊙O上运动，

以B为圆心，BD为半径作⊙B，当直线与⊙B相切时，$BD\perp AD$，

∴$\angle ADB=90^{\circ}$，

∵$BK=AK$，

∴$DK=BK=AK$，

∵$BD=BK$，

∴$BD=DK=BK$，

∴ΔBDK是等边三角形，

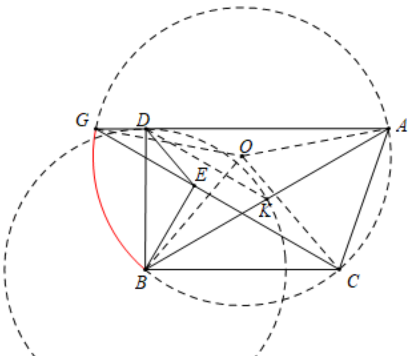
∴$\angle DBK=60^{\circ}$，

∴$\angle DAB=30^{\circ}$，

∴$\angle DOG=2\angle DAB=60^{\circ}$，

∴BG的长$=\frac{60\cdot\pi\cdot 4}{180}=\frac{4\pi}{3}$，

观察图象可知，点G的运动路程是BG的长的两倍$=\frac{8\pi}{3}$.

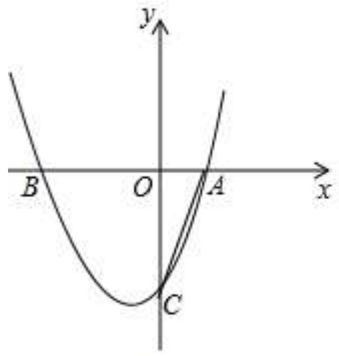


图③-1

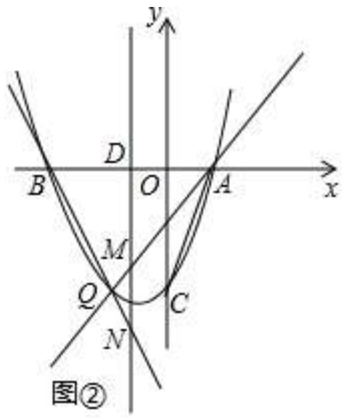
【点睛】

本题考查了相似三角形的判定和性质,解题的关键是正确寻找相似三角形解决问题

28．如图，抛物线$y=x^2+bx+c$交x轴于A、B两点，其中点A坐标为$(1,0)$，与y轴交于点$C(0,-3)$．



图①



图②

（1）求抛物线的函数表达式；

（2）如图①，连接 AC ，点 P 在抛物线上，且满足 $\angle PAB=2\angle ACO$ ．求点 P 的坐标；

（3）如图②，点 Q 为 x 轴下方抛物线上任意一点，点 D 是抛物线对称轴与 x 轴的交点，直线 AQ 、BQ 分别交抛物线的对称轴于点 M 、N ．请问 $DM+DN$ 是否为定值？如果是，请求出这个定值；如果不是，请说明理由．

【答案】（1） $y=x^2+2x-3$ （2） $\left(-\dfrac{9}{4},-\dfrac{39}{16}\right)$ 或 $\left(-\dfrac{15}{4},\dfrac{57}{16}\right)$ （3） $DM+DN$ 为定值

【解析】

【分析】

（1）把点 A 、C 坐标代入抛物线解析式即求得 b 、c 的值．

（2）点 P 可以在 x 轴上方或下方，需分类讨论．①若点 P 在 x 轴下方，延长 AP 到 H ，使 $AH=AB$ 构造等腰 ΔABH ，作 BH 中点 G ，即有 $\angle PAB=2\angle BAG=2\angle ACO$ ，利用 $\angle ACO$ 的三角函数值，求 BG 、BH 的长，进而求得 H 的坐标，求得直线 AH 的解析式后与抛物线解析式联立，即求出点 P 坐标．②若点 P 在 x 轴上方，根据对称性，AP 一定经过点 H 关于 x 轴的对称点 H'，求得直线 AH' 的解析式后与抛物线解析式联立，即求出点 P 坐标．

（3）设点 Q 横坐标为 t，用 t 表示直线 AQ 、BN 的解析式，把 $x=-1$ 分别代入即求得点 M 、N 的纵坐标，再求 DM 、DN 的长，即得到 $DM+DN$ 为定值．

【详解】

（1）∵抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 $A(1,0)$， $C(0,-3)$．

∴ $\begin{cases}1+b+c=0\\0+0+c=-3\end{cases}$，解得： $\begin{cases}b=2\\c=-3\end{cases}$．

∴抛物线的函数表达式为 $y=x^2+2x-3$．

（2）①若点 P 在 x 轴下方，如图 1，

延长AP到H，使$AH=AB$，过点B作$BI\perp x$轴，连接BH，作BH中点G，连接并延长AG交BI于点F，过点H作$HI\perp BI$于点I.

∵当$x^2+2x-3=0$，解得：$x_1=-3$，$x_2=1$.

∴$B\left(-3,0\right)$.

∵$A(1,0)$，$C\left(0,-3\right)$，

∴$OA=1$，$OC=3$，$AC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，$AB=4$，

∴$Rt\Delta AOC$中，$\sin\angle ACO=\dfrac{OA}{AC}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，$\cos\angle ACO=\dfrac{OC}{AC}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，

∵$AB=AH$，G为BH中点，

∴$AG\perp BH$，$BG=GH$，

∴$\angle BAG=\angle HAG$，即$\angle PAB=2\angle BAG$，

∵$\angle PAB=2\angle ACO$，

∴$\angle BAG=\angle ACO$，

∴$Rt\Delta ABG$中，$\angle AGB=90°$，$\sin\angle BAG=\dfrac{BG}{AB}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，

∴$BG=\dfrac{\sqrt{10}}{10}AB=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$，

∴$BH=2BG=\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$.

∵$\angle HBI+\angle ABG=\angle ABG+\angle BAG=90°$，

∴$\angle HBI=\angle BAG=\angle ACO$，

∴$Rt\Delta BHI$中，$\angle BIH=90°$，$\sin\angle HBI=\dfrac{HI}{BH}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，$\cos\angle HBI=\dfrac{BI}{BH}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$.

∴$HI=\dfrac{\sqrt{10}}{10}BH=\dfrac{4}{5}$，$BI=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}BH=\dfrac{12}{5}$，

∴$x_H=-3+\dfrac{4}{5}=-\dfrac{11}{5}$，$y_H=-\dfrac{12}{5}$，即$H\left(-\dfrac{11}{5},-\dfrac{12}{5}\right)$，

设直线AH解析式为$y=kx+a$，

装订线 学校:___________姓名:___________班级:___________考号:___________

$\therefore \begin{cases} k+a=0 \\ -\frac{11}{5}k+a=-\frac{12}{5} \end{cases}$，解得：$\begin{cases} k=\frac{3}{4} \\ a=-\frac{3}{4} \end{cases}$，

$\therefore$直线AH：$y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}$.

$\because \begin{cases} y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4} \\ y=x^2+2x-3 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=0 \end{cases}$（即点$A$），$\begin{cases} x_2=-\frac{9}{4} \\ y_2=-\frac{39}{16} \end{cases}$，

$\therefore P\left(-\frac{9}{4},-\frac{39}{16}\right)$.

②若点P在x轴上方，如图2，

在AP上截取$AH'=AH$，则H'与H关于x轴对称，

$\therefore H'\left(-\frac{11}{5},\frac{12}{5}\right)$，

设直线AH'解析式为$y=k'x+a'$，

$\therefore \begin{cases} k'+a'=0 \\ -\frac{11}{5}k'+a'=\frac{12}{5} \end{cases}$，解得：$\begin{cases} k'=-\frac{3}{4} \\ a'=\frac{3}{4} \end{cases}$，

$\therefore$直线AH'：$y=-\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}$.

$\because \begin{cases} y=-\frac{3}{4}x+\frac{3}{4} \\ y=x^2+2x-3 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=0 \end{cases}$（即点$A$），$\begin{cases} x_2=-\frac{15}{4} \\ y_2=\frac{57}{16} \end{cases}$，

$\therefore P\left(-\frac{15}{4},\frac{57}{16}\right)$.

综上所述，点P的坐标为$\left(-\frac{9}{4},-\frac{39}{16}\right)$或$\left(-\frac{15}{4},\frac{57}{16}\right)$.

（3）$DM+DN$为定值.

$\because$抛物线$y=x^2+2x-3$的对称轴为：直线$x=-1$，

$\therefore D(-1,0)$，$x_M=x_N=-1$，

设$Q\left(t,t^2+2t-3\right)(-3<t<1)$，

设直线AQ解析式为$y=dx+e$，

$\therefore\begin{cases}d+e=0\\dt+e=t^2+2t-3\end{cases}$，解得：$\begin{cases}d=t+3\\e=-t-3\end{cases}$，

$\therefore$直线AQ：$y=(t+3)x-t-3$，

当$x=-1$时，$y_M=-t-3-t-3=-2t-6$，

$\therefore DM=0-(-2t-6)=2t+6$，

设直线BQ解析式为$y=mx+n$，

$\therefore\begin{cases}-3m+n=0\\mt+n=t^2+2t-3\end{cases}$，解得：$\begin{cases}m=t-1\\n=3t-3\end{cases}$，

$\therefore$直线BQ：$y=(t-1)x+3t-3$，

当$x=-1$时，$y_N=-t+1+3t-3=2t-2$，

$\therefore DN=0-(2t-2)=-2t+2$，

$\therefore DM+DN=2t+6+(-2t+2)=8$，为定值.

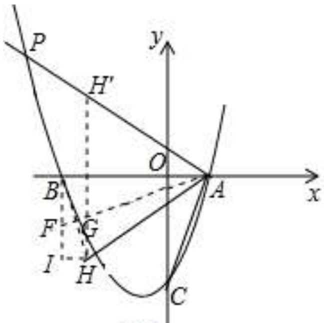


图2

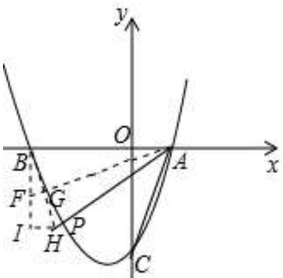


图1

【点睛】

本题考查了求二次函数解析式、求一次函数解析式，解一元二次方程、二元一次方程组，等腰三角形的性质，三角函数的应用．解题关键在于第（2）题由于不确定点P位置需

分类讨论；（2）（3）计算量较大，应认真理清线段之间的关系再进行计算.