2015年天津市中考真题数学

一、选择题(本大题共12小题，每小题3分，共36分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1.计算(-18)÷6的结果等于(　　)

A.-3

B.3

C.$-\frac{1}{3}$

D.$\frac{1}{3}$

解析：根据有理数的除法，(-18)÷6=-3.

答案：A.

2.　cos45°的值等于(　　)

A.$\frac{1}{2}$

B.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

C.$\frac{\sqrt{3}}{2}$

D.$\sqrt{3}$

解析：cos45°=$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

答案：B.

3.在一些美术字中，有的汉字是轴对称图形.下面4个汉字中，可以看作是轴对称图形的是(　　)

A.

B.

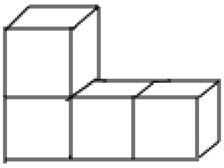
C.

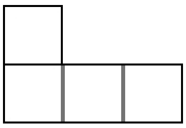
D. 

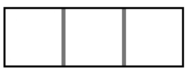
解析：A、是轴对称图形，故本选项正确；
B、不是轴对称图形，故本选项错误；
C、不是轴对称图形，故本选项错误；
D、不是轴对称图形，故本选项错误.
答案：A.

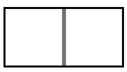
4.据2015年5月4日《天津日报》报道，“五一”三天假期，全市共接待海内外游客约2270000人次.将2270000用科学记数法表示应为(　　)
A.0.227×10^{7}
B.2.27×10^{6}
C.22.7×10^{5}
D.227×10^{4}
解析：将2270000用科学记数法表示为2.27×10^{6}.
答案：B

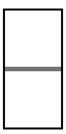
5.如图是一个由4个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是(　　)



A. 

B. 

C. 

D. 

解析：从正面看易得第一层有3个正方形，第二层最左边有一个正方形.
答案：A

6.估计$\sqrt{11}$的值在(　　)
A.在1和2之间
B.在2和3之间
C.在3和4之间

D.在 4 和 5 之间

解析：∵9＜11＜16，∴$\sqrt{9}<\sqrt{11}<\sqrt{16}$，∴3＜$\sqrt{11}$＜4.

答案：C.

7.在平面直角坐标系中，把点 P(-3，2)绕原点 O 顺时针旋转 180°，所得到的对应点 P′的坐标为(　　)

A.(3，2)

B.(2，-3)

C.(-3，-2)

D.(3，-2)

解析：根据题意得，点 P 关于原点的对称点是点 P′，∵P 点坐标为(-3，2)，∴点 P′的坐标(3，-2).

答案：D

8.分式方程$\dfrac{2}{x-3}=\dfrac{3}{x}$的解为(　　)

A.x=0

B.x=5

C.x=3

D.x=9

解析：去分母得：2x=3x-9，解得：x=9，经检验 x=9 是分式方程的解.

答案：D

9.已知反比例函数 y=$\dfrac{6}{x}$，当 1＜x＜3 时，y 的取值范围是(　　)

A.0＜y＜1

B.1＜y＜2

C.2＜y＜6

D.y＞6

解析：∵k=6＞0，∴在每个象限内 y 随 x 的增大而减小，

又∵当 x=1 时，y=6，

当 x=3 时，y=2，∴当 1＜x＜3 时，2＜y＜6.

答案：C

10.已知一个表面积为 12dm2 的正方体，则这个正方体的棱长为(　　)

A.1dm

B.$\sqrt{2}$ dm

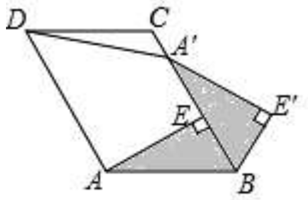
C.$\sqrt{6}$ dm

D.3dm

解析：因为正方体的表面积公式：S=6a^2，可得：6a^2=12，解得：a=$\sqrt{2}$.

答案：B

11.如图，已知▱ABCD 中，AE⊥BC 于点 E，以点 B 为中心，取旋转角等于∠ABC，把△BAE 顺时针旋转，得到△BA′E′，连接 DA′.若∠ADC=60°，∠ADA′=50°，则∠DA′E′的大小为(　　)



A.130°

B.150°

C.160°

D.170°

解析：∵四边形 ABCD 是平行四边形，∠ADC=60°，∴∠ABC=60°，∠DCB=120°，

∵∠ADA′=50°，∴∠A′DC=10°，∴∠DA′B=130°，

∵AE⊥BC 于点 E，∴∠BAE=30°，

∵△BAE 顺时针旋转，得到△BA′E′，

∴∠BA′E′=∠BAE=30°，∴∠DA′E′=∠DA′B+∠BA′E′=160°.

答案：C

12.已知抛物线 $y=-\frac{1}{6}x^2+\frac{3}{2}x+6$ 与 x 轴交于点 A，点 B，与 y 轴交于点 C.若 D 为 AB 的中点，则 CD 的长为(　　)

A. $\frac{15}{4}$

B. $\frac{9}{2}$

C. $\frac{13}{2}$

D. $\frac{15}{2}$

解析：令 y=0，则 $-\frac{1}{6}x^2+\frac{3}{2}x+6=0$，解得：$x_1=12$，$x_2=-3$

∴A、B 两点坐标分别为(12，0)(-3，0)，

∵D 为 AB 的中点，∴D(4.5，0)，∴OD=4.5，

当 x=0 时，y=6，∴OC=6，∴CD=$\sqrt{4.5^2+6^2}=\frac{15}{2}$.

答案：D

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

13. 计算；$x^2 \cdot x^5$的结果等于________.

解析：$x^2 \cdot x^5=x^{2+5}=x^7$.

答案：x^7.

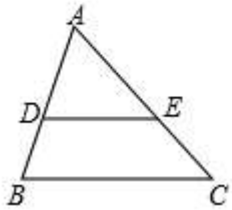
14.若一次函数 y=2x+b(b 为常数)的图象经过点(1，5)，则 b 的值为_________.
解析：把点(1，5)代入 y=2x+b，得 5=2×1+b，解得 b=3.
答案：3

15.不透明袋子中装有 9 个球，其中有 2 个红球、3 个绿球和 4 个蓝球，这些球除颜色外无其他差别.从袋子中随机取出 1 个球，则它是红球的概率是________.

解析：∵共 4+3+2=9 个球，有 2 个红球，∴从袋子中随机摸出一个球，它是红球的概率为 $\frac{9}{2}$.

答案：$\frac{9}{2}$

16.如图，在△ABC 中，DE∥BC，分别交 AB，AC 于点 D、E.若 AD=3，DB=2，BC=6，则 DE 的长为______________.



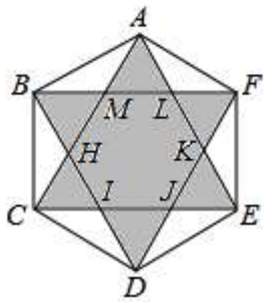
解析：∵AD=3，DB=2，∴AB=AD+DB=5，

∵DE∥BC，∴△ADE∽△ABC，∴ $\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$，

∵AD=3，AB=5，BC=6，∴ $\frac{3}{5}=\frac{DE}{6}$，∴DE=3.6.

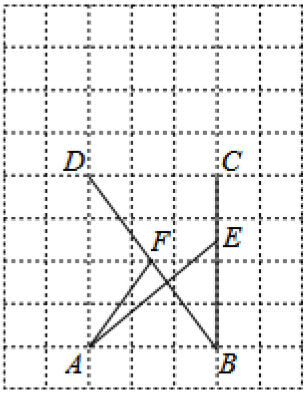
答案：3.6

17.如图，在正六边形 ABCDEF 中，连接对角线 AC，CE，DF，EA，FB，可以得到一个六角星.记这些对角线的交点分别为 H，I，J，K，L、M，则图中等边三角形共有__________个.

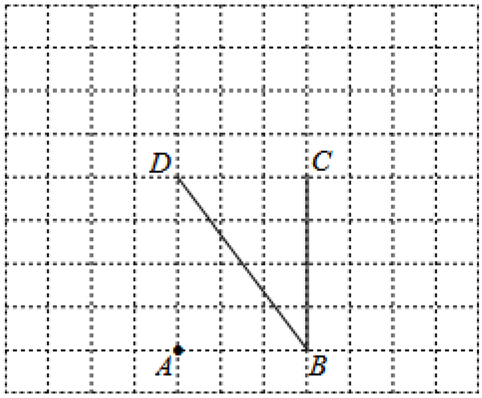


解析：等边三角形有△AML、△BHM、△CHI、△DIJ、△EKJ、△FLK、△ACE、△BDF 共有 8 个.
答案：8

18.在每个小正方形的边长为 1 的网格中.点 A，B，D 均在格点上，点 E、F 分别为线段 BC、DB 上的动点，且 BE=DF.



图①



图②

(Ⅰ)如图①，当 BE=$\frac{5}{2}$ 时，计算 AE+AF 的值等于__________.

(Ⅱ)当 AE+AF 取得最小值时，请在如图②所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 AE，AF，并简要说明点 E 和点 F 的位置如何找到的（不要求证明）____.

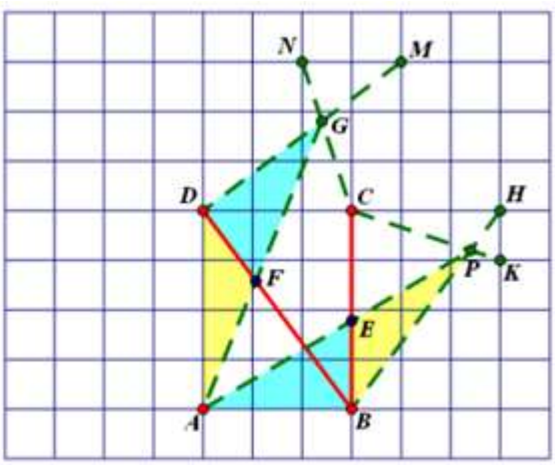
解析：(1)根据勾股定理可得：DB=$\sqrt{4^2+3^2}$ =5，

因为 BE=DF=$\frac{5}{2}$，所以可得 AF=$\frac{1}{2}$BD=2.5，

根据勾股定理可得：AE=$\sqrt{3^2+2.5^2}=\frac{\sqrt{61}}{2}$，所以 AE+AF=2.5+$\frac{\sqrt{61}}{2}$=$\frac{5+\sqrt{61}}{2}$.

答案：$\frac{5+\sqrt{61}}{2}$

(2)如图，



首先确定 E 点，要使 AE+AF 最小，根据三角形两边之和大于第三边可知，需要将 AF 移到 AE 的延长线上，因此可以构造全等三角形，首先选择格点 H 使∠HBC=∠ADB，其次需要构造长度 BP 使 BP=AD=4，根据勾股定理可知 BH=$\sqrt{4^2+3^2}$ =5，结合相似三角形选出格点 K，根据

$\dfrac{HK}{BC}=\dfrac{HP}{BP}=\dfrac{1}{4}$，得 BP=$\dfrac{4}{5}$BH=$\dfrac{4}{5}$×5=4=DA，易证△ADF≌△PBE，因此可得到 PE=AF，线段 AP 即为所求的 AE+AF 的最小值；同理可确定 F 点，因为 AB⊥BC，因此首先确定格点 M 使 DM⊥DB，其次确定格点 G 使 DG=AB=3，此时需要先确定格点 N，同样根据相似三角形性质得到 $\dfrac{NM}{DC}=\dfrac{MG}{DG}=\dfrac{2}{3}$，得 DG=$\dfrac{3}{5}$DM=$\dfrac{3}{5}$×5=3，易证△DFG≌BEA，因此可得到 AE=GF，故线段 AG 即为所求的 AE+AF 的最小值.

答案：取格点 H，K，连接 BH，CK，相交于点 P，连接 AP，与 BC 相交，得点 E，取格点 M，N 连接 DM，CN，相交于点 G，连接 AG，与 BD 相交，得点 F，线段 AE，AF 即为所求.

三、解答题(本大题共 7 小题，共 66 分.解答应写出文字说明、演算算步骤或推理过程)

19.解不等式组$\begin{cases} x+3\geq 6, & ① \\ 2x-1\leq 9, & ② \end{cases}$请结合题意填空，完成本题的解答.

(Ⅰ)不等式①，得________________；

(Ⅱ)不等式②，得________________；

(Ⅲ)把不等式①和②的解集在数轴上表示出来

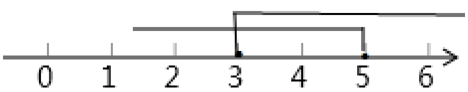
(Ⅳ)原不等式组的解集为________________.

解析：分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可.

答案：(Ⅰ)不等式①，得 x≥3；

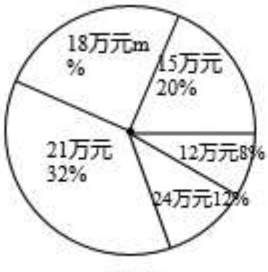
(Ⅱ)不等式②，得 x≤5；

(Ⅲ)把不等式①和②的解集在数轴上表示出来

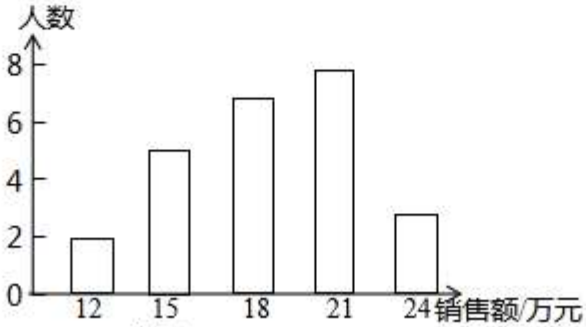


(Ⅳ)原不等式组的解集为 3≤x≤5.

20.某商场服装部为了解服装的销售情况，统计了每位营业员在某月的销售额(单位：万元)，并根据统计的这组数据，绘制出如下的统计图①和图②.请根据相关信息，解答下列问题.



图①



图②

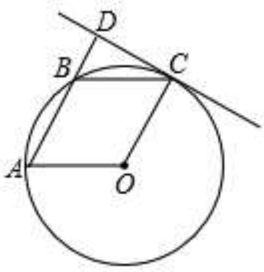
(Ⅰ)该商场服装部营业员的人数为____________，图①中 m 的值为____________.

(Ⅱ)求统计的这组销售额额数据的平均数、众数和中位数.

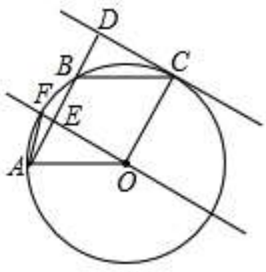
解析：(1)根据条形统计图即可得出样本容量根据扇形统计图得出 m 的值即可；

(2)利用平均数、中位数、众数的定义分别求出即可；
答案：(1)根据条形图 2+5+7+8+3=25(人)，
m=100-20-32-12-8=28；
故答案为：25，28.
(2)观察条形统计图，
∵ $\bar{x}=\frac{12\times2+15\times5+18\times7+21\times8+24\times3}{25}$=18.6，∴这组数据的平均数是 18.6，
∵在这组数据中，21 出现了 8 次，出现的次数最多，∴这组数据的众数是 21，
∵将这组数据按照由小到大的顺序排列，其中处于中间位置的数是 18，∴这组数据的中位数是 18.

21.已知 A、B、C 是⊙O 上的三个点.四边形 OABC 是平行四边形，过点 C 作⊙O 的切线，交 AB 的延长线于点 D.

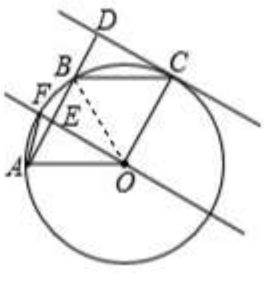


图①



图②

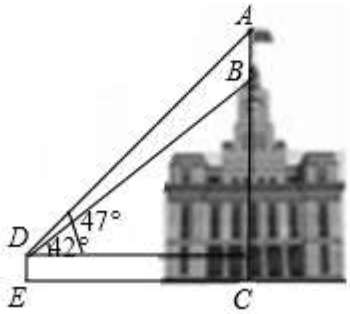
(Ⅰ)如图①，求∠ADC 的大小.
(Ⅱ)如图②，经过点 O 作 CD 的平行线，与 AB 交于点 E，与弧 AB 交于点 F，连接 AF，求∠FAB 的大小.
解析：(Ⅰ)由 CD 是⊙O 的切线，C 为切点，得到 OC⊥CD，即∠OCD=90° 由于四边形 OABC 是平行四边形，得到 AB∥OC，即 AD∥OC，根据平行四边形的性质即可得到结果.
(Ⅱ)如图，连接 OB，则 OB=OA=OC，由四边形 OABC 是平行四边形，得到 OC=AB，△AOB 是等边三角形，证得∠AOB=60°，由 OF∥CD，又∠ADC=90°，得∠AEO=∠ADC=90°，根据垂径定理即可得到结果.
答案：(Ⅰ)∵CD 是⊙O 的切线，C 为切点，∴OC⊥CD，即∠OCD=90°
∵四边形 OABC 是平行四边形，∴AB∥OC，即 AD∥OC，
有∠ADC+∠OCD=180°，∴∠ADC=180°-∠OCD=90°.
(Ⅱ)如图，连接 OB，则 OB=OA=OC，



∵四边形 OABC 是平行四边形，∴OC=AB，∴OA=OB=AB，
即△AOB 是等边三角形，∴∠AOB=60°，
由 OF∥CD，又∠ADC=90°，得∠AEO=∠ADC=90°，∴OF⊥AB，∴弧 BF=弧 AF，

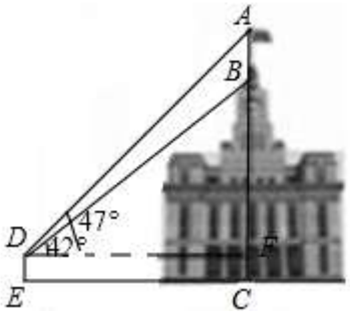
∴∠FOB=∠FOA=$\frac{1}{2}$∠AOB=30°，∴∠FAB=$\frac{1}{2}$∠FOB=15°.

22.如图，某建筑物 BC 顶部有釘一旗杆 AB，且点 A，B，C 在同一条直线上，小红在 D 处观测旗杆顶部 A 的仰角为 47°，观测旗杆底部 B 的仰角为 42°已知点 D 到地面的距离 DE 为 1.56m,EC=21m,求旗杆AB的高度和建筑物BC的高度(结果保留小数后一位).参考数据:tan47°≈1.07，tan42°≈0.90.



解析：根据题意分别在两个直角三角形中求得 AF 和 BF 的长后求差即可得到旗杆的高度，进而求得 BC 的高度.

答案：根据题意得 DE=1.56，EC=21，∠ACE=90°，∠DEC=90°.过点 D 作 DF⊥AC 于点 F.



则∠DFC=90°∠ADF=47°，∠BDF=42°.

∵四边形 DECF 是矩形.∴DF=EC=21，FC=DE=1.56，

在直角△DFA 中，tan∠ADF=$\frac{AF}{DF}$，

∴AF=DF•tan47°≈21×1.07=22.47(m).

在直角△DFB 中，tan∠BDF=$\frac{BF}{DF}$，

∴BF=DF•tan42°≈21×0.90=18.90(m)，

则 AB=AF-BF=22.47-18.90=3.57≈3.6(m).

BC=BF+FC=18.90+1.56=20.46≈20.5(m).

答：旗杆 AB 的高度约是 3.6m，建筑物 BC 的高度约是 20.5 米.

23. 1 号探测气球从海拔 5m 处出发，以 lm/min 的速度上升.与此同时，2 号探测气球从海拔 15m 处出发，以 0.5m/min 的速度上升，两个气球都匀速上升了 50min.

设气球球上升时间为 xmin (0≤x≤50)

(Ⅰ)根据题意，填写下表：

上升时间/min	10	30	…	x
1号探测气球所在位置的海拔/m	15	____	…	____
2号探测气球所在位置的海拔/m	____	30	…	____

(Ⅱ)在某时刻两个气球能否位于同一高度？如果能，这时气球上升了多长时间？位于什么高度？如果不能，请说明理由；

(Ⅲ)当 $30\leqslant x\leqslant 50$ 时，两个气球所在位置的海拔最多相差多少米？

解析：(Ⅰ)根据“1 号探测气球从海拔 5m 处出发，以 1m/min 的速度上升.与此同时，2 号探测气球从海拔 15m 处出发，以 0.5m/min 的速度上升”，得出 1 号探测气球、2 号探测气球的函数关系式；

(Ⅱ)两个气球能位于同一高度，根据题意列出方程，即可解答；

(Ⅲ)由题意，可知 1 号气球所在的位置的海拔始终高于 2 号气球，设两个气球在同一时刻所在位置的海拔相差 ym，则 $y=(x+5)-(0.5x+15)=0.5x-10$，根据 x 的取值范围，利用一次函数的性质，即可解答.

答案：(Ⅰ)根据题意得：1 号探测气球所在位置的海拔：$m_1=x+5$，2 号探测气球所在位置的海拔：$m_2=0.5x+15$；

当 $x=30$ 时，$m1=30+5=35$；当 $x=10$ 时，$m2=5+15=20$，

故答案为：35，$x+5$，20，$0.5x+15$.

(Ⅱ)两个气球能位于同一高度，

根据题意得：$x+5=0.5x+15$，解得：$x=20$，有 $x+5=25$，

答：此时，气球上升了 20 分钟，都位于海拔 25 米的高度.

(Ⅲ)当 $30\leqslant x\leqslant 50$ 时，

由题意，可知 1 号气球所在的位置的海拔始终高于 2 号气球，

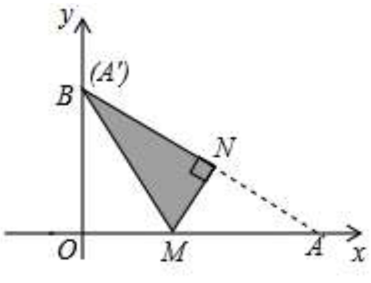
设两个气球在同一时刻所在位置的海拔相差 ym，

则 $y=(x+5)-(0.5x+15)=0.5x-10$，

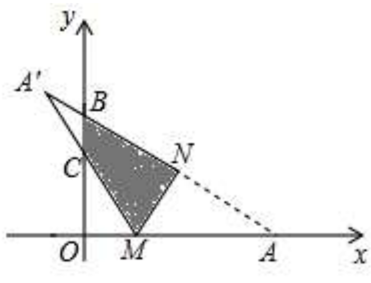
$\because 0.5>0$，$\therefore$ y 随 x 的增大而增大，$\therefore$ 当 $x=50$ 时，y 取得最大值 15，

答：两个气球所在位置海拔最多相差 15m.

24.将一个直角三角形纸片 ABO，放置在平面直角坐标系中，点 $A(\sqrt{3},0)$，点 $B(0,1)$，点 $O(0,0)$.过边 OA 上的动点 M(点 M 不与点 O,A 重合)作 MN ⊥ AB 于点 N,沿着 MN 折叠该纸片，得顶点 A 的对应点 A′，设 OM=m，折叠后的△AM′N 与四边形 OMNB 重叠部分的面积为 S.



图①



图②

(Ⅰ)如图①，当点 A′ 与顶点 B 重合时，求点 M 的坐标；

(Ⅱ)如图②，当点 A′，落在第二象限时，A′M 与 OB 相交于点 C，试用含 m 的式子表示 S；

(Ⅲ)当 S=$\frac{\sqrt{3}}{24}$时，求点 M 的坐标(直接写出结果即可).

解析：(Ⅰ)根据折叠的性质得出 BM=AM，再由勾股定理进行解答即可；
(Ⅱ)根据勾股定理和三角形的面积得出△AMN，△COM 和△ABO 的面积，进而表示出 S 的代数式即可；

(Ⅲ)把 S=$\frac{\sqrt{3}}{24}$代入解答即可.

答案：(Ⅰ)在 Rt△ABO 中，点 A($\sqrt{3}$，0)，点 B(0，1)，点 O(0，0)，∴OA=$\sqrt{3}$，OB=1，

由 OM=m，可得：AM=OA-OM=$\sqrt{3}$-m，

根据题意，由折叠可知△BMN≌△AMN，∴BM=AM=$\sqrt{3}$-m，

在 Rt△MOB 中，由勾股定理，$BM^2=OB^2+OM^2$，可得：$(\sqrt{3}-m)^2=1+m^2$，解得 m=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴点 M 的坐标为($\frac{\sqrt{3}}{3}$，0).

(Ⅱ)在 Rt△ABO 中，tan∠OAB=$\frac{OB}{OA}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，∴∠OAB=30°，

由 MN⊥AB，可得：∠MNA=90°，

∴在 Rt△AMN 中，MN=AM，sin∠OAB=$\frac{1}{2}(\sqrt{3}-m)$，AN=AM•cos∠OAB=$\frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3}-m)$，

∴$S_{\triangle AMN}=\frac{1}{2}$MN•AN=$\frac{\sqrt{3}}{8}(\sqrt{3}-m)^2$，

由折叠可知△A'MN≌△AMN，则∠A'=∠OAB=30°，∴∠A'MO=∠A'+∠OAB=60°，

∴在 Rt△COM 中，可得 CO=OM•tan∠A'MO=$\sqrt{3}$m，∴$S_{\triangle COM}=\frac{1}{2}$OM•CO=$\frac{\sqrt{3}}{2}m^2$，

∵$S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}$OA•OB=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，∴$S=S_{\triangle ABO}-S_{\triangle AMN}-S_{\triangle COM}=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{8}(\sqrt{3}-m)^2-\frac{\sqrt{3}}{2}m^2$，

即 $S=-\frac{5\sqrt{3}}{8}m^2+\frac{3}{4}m+\frac{\sqrt{3}}{8}$ ($0<m<\frac{\sqrt{3}}{3}$).

(Ⅲ)①当点 A′落在第二象限时，把 S 的值代入(2)中的函数关系式中，解方程求得 m，根据 m 的取值范围判断取舍，两个根都舍去了；

②当点 A′ 落在第一象限时，则 $S=S_{Rt\triangle AMN}$，根据(2)中 Rt△AMN 的面积列方程求解，根据此时 m 的取值范围，把 $S=\frac{\sqrt{3}}{24}$ 代入，可得点 M 的坐标为($\frac{2\sqrt{3}}{3}$，0).

25.已知二次函数 $y=x^2+bx+c$(b，c 为常数).

(Ⅰ)当 b=2，c=-3 时，求二次函数的最小值；

(Ⅱ)当 c=5 时，若在函数值 y=1 的怙况下，只有一个自变量 x 的值与其对应，求此时二次函数的解析式；

(Ⅲ)当 $c=b^2$ 时，若在自变量 x 的值满足 $b\leq x\leq b+3$ 的情况下，与其对应的函数值 y 的最小值为 21，求此时二次函数的解析式.

解析：(Ⅰ)把 b=2，c=-3 代入函数解析式，求二次函数的最小值；

(Ⅱ)根据当 c=5 时，若在函数值 y=1 的情况下，只有一个自变量 x 的值与其对应，得到 $x^2+bx+5=1$ 有两个相等是实数根，求此时二次函数的解析式；

(Ⅲ)当 $c=b^2$ 时，写出解析式，分三种情况减小讨论即可.

答案：(Ⅰ)当 b=2，c=-3 时，二次函数的解析式为 $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$，

∴当 x=-1 时，二次函数取得最小值-4.

(Ⅱ)当 c=5 时，二次函数的解析式为 $y=x^2+bx+5$，

由题意得，$x^2+bx+5=1$ 有两个相等是实数根，∴$\triangle=b^2-16=0$，解得，$b_1=4$，$b_2=-4$，

∴二次函数的解析式 $y=x^2+4x+5$，$y=x^2-4x+5$.

(Ⅲ)当 $c=b^2$ 时，二次函数解析式为 $y=x^2+bx+b^2$，图象开口向上，对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2}$，

①当 $-\frac{b}{2}<b$，即 b＞0 时，

在自变量 x 的值满足 $b\leq x\leq b+3$ 的情况下，y 随 x 的增大而增大，

∴当 x=b 时，$y=b^2+b\cdot b+b^2=3b^2$ 为最小值，

∴$3b^2=21$，解得，$b_1=-\sqrt{7}$(舍去)，$b_2=\sqrt{7}$；

②当 $b\leq-\frac{b}{2}\leq b+3$ 时，即 $-2\leq b\leq0$，∴$x=-\frac{b}{2}$，$y=\frac{3}{4}b^2$ 为最小值，

∴$\frac{3}{4}b^2=21$，解得，$b_1=-2\sqrt{7}$(舍去)，$b_2=2\sqrt{7}$(舍去)；

③当 $-\frac{b}{2}>b+3$，即 b＜-2，

在自变量 x 的值满足 $b\leq x\leq b+3$ 的情况下，y 随 x 的增大而减小，

故当 x=b+3 时，$y=(b+3)^2+b(b+3)+b^2=3b^2+9b+9$ 为最小值，

∴$3b^2+9b+9=21$.解得，$b_1=1$(舍去)，$b_2=-4$；

∴$b=\sqrt{7}$ 时，解析式为：$y=x^2+\sqrt{7}x+7$，

b=-4 时，解析式为：$y=x^2-4x+16$.

综上可得，此时二次函数的解析式为 $y=x^2+\sqrt{7}x+7$ 或 $y=x^2-4x+16$.